

การควบคุมความถี่เนื่องจากโหลดแบบรวมศูนย์

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีตัวคงค่าเชิงเส้นแบบเล็ง เลิศที่ใช้การป้อนกลับสถานะและการป้อนกลับสัญญาณออกตลอดจนแนวความคิดของ Calovic (1972,1973) ที่ได้นำทฤษฎีดังกล่าวมาออกแบบระบบ LFC ในระบบไฟฟ้ากำลังสองเขต และในท้ายสุดจะสรุปและเปรียบเทียบผลที่ได้กับการใช้ตัวควบคุมแบบที่นิยมใช้กัน

ข้อสรุปทั่วไปของทฤษฎีตัวคงค่าเชิงเส้นแบบเล็ง เลิศ

ก่อนที่จะพูดถึงแนวความคิดของ Calovic (1972,1973) ในการออกแบบระบบ LFC ในระบบไฟฟ้ากำลังสอง เขตจะกล่าวถึงทฤษฎีตัวคงค่าเชิงเส้นแบบเล็ง เลิศที่เป็นรากฐานสำคัญของงานวิจัยดังกล่าวเสียก่อน การออกแบบโดยใช้ทฤษฎีตัวคงค่าเชิงเส้นแบบเล็ง เลิศเป็นวิธีการออกแบบตัวควบคุมของระบบเชิงเส้นในทฤษฎีควบคุมสมัยใหม่ อัตราขยายป้อนกลับของตัวควบคุมหาได้จากการอุปนัยวิธีนี้สมรรถนะที่กำหนดขึ้นโดยที่สมรรถนะต่าง ๆ ของระบบเช่น สภาวะชั่วครู่ เสถียรภาพ เป็นต้น สามารถคิดรวมลงไปในดัชนีสมรรถนะดังกล่าว ข้อดีของการออกแบบชนิดนี้คือใช้ได้กับระบบเชิงเส้นที่มีหลายสัญญาณเข้าหลายสัญญาณออก และคำตอบของการออกแบบดังกล่าวถ้าปรากฏมี (exist) ก็จะมีเพียงคำตอบเดียว (unique) ด้วย ถ้าระบบเป็นเชิงเส้นและดัชนีสมรรถนะเป็นฟังก์ชันกำลังสอง เราจะเรียกปัญหาดังกล่าวว่าปัญหาตัวคงค่าแบบ LQ หรือ LQG (Linear-Quadratic-Gaussian) ในที่นี้เราจะพิจารณาตัวควบคุมป้อนกลับที่ออกแบบโดยใช้ทฤษฎีตัวคงค่าแบบ LQ สองประเภทได้แก่ ตัวควบคุมแบบเล็ง เลิศที่ใช้การป้อนกลับสถานะ และตัวควบคุมแบบเล็ง เลิศที่ใช้การป้อนกลับสัญญาณออก เงื่อนไขจำเป็นของคำตอบในแต่ละกรณีจะได้อีกต่อไป

1. ตัวควบคุมแบบเล็ง เลิศที่ใช้การป้อนกลับสถานะ

สำหรับรายละเอียดของขั้นตอนในการพิสูจน์เงื่อนไขจำเป็นและเงื่อนไขเพียงพอ (sufficient conditions) สามารถดูได้จาก Athans and Falb (1966) และ

Anderson and Moore (1971) ในที่นี้จะแสดงเพียงผลที่ได้จากการพิสูจน์ดังกล่าวเท่านั้น  
พิจารณาระบบเชิงเส้นที่ใหม่แปรเปลี่ยนตามเวลาซึ่งควบคุมได้ (controllable)  
และสังเกตได้ (observable)

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0 \quad (3.1)$$

ดัชนีสมรรถนะที่ใช้ในการตัดสินใจคือ

$$J = 1/2 \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \quad (3.2)$$

โดยที่  $x$  เป็นเวกเตอร์สถานะมิติ  $n$

$u$  เป็นเวกเตอร์ควบคุมมิติ  $m$

$Q$  เป็นเมตริกซ์สมมาตรกึ่งบวกแน่นอน (positive semidefinite) มิติ  $n \times n$

$R$  เป็นเมตริกซ์สมมาตรบวกแน่นอน (positive definite) มิติ  $m \times m$

จากการตัดสินใจเลือก  $u$  ที่ทำให้ดัชนีสมรรถนะดังกล่าวน้อยที่สุดโดยที่ไม่มีข้อจำกัดสำหรับ  $u$  เลย  
จะได้ว่ากฎการควบคุมป้อนกลับแบบเชิงเส้นเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของสถานะ

$$u(t) = -R^{-1}B^TKx(t) \quad (3.3)$$

เมตริกซ์  $K$  ใน (3.3) เป็นเมตริกซ์สมมาตรบวกแน่นอนมิติ  $n \times n$  และเป็นคำตอบของ  
สมการพีชคณิตของ Riccati

$$A^TK + KA + Q - KBR^{-1}B^TK = 0 \quad (3.4)$$

และค่าของดัชนีสมรรถนะจากการควบคุมแบบเชิงเส้นดังกล่าวคือ

$$J_{op} = 1/2 \langle x_0, Kx_0 \rangle \quad (3.5)$$

ยิ่งไปกว่านั้นถ้าเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก (weighting matrix)  $Q$  และ  $R$  ในสมการ (3.2) มี  
คุณสมบัติเป็นเมตริกซ์กึ่งบวกแน่นอนและเมตริกซ์บวกแน่นอนจะสามารถรับประกันอย่างแน่นอนว่า  
ระบบวงปิดที่ได้มีเสถียรภาพแบบแอสซิมโทติก (asymptotically stable)

## 2. ตัวควบคุมแบบเชิงเส้นที่ใช้การป้อนกลับสัญญาณออก

จากข้างต้นเห็นได้ว่าตัวควบคุมแบบเชิงเส้นดังกล่าวต้องใช้การป้อนกลับ  
สถานะทั้งหมดซึ่งทำได้ยากในบางระบบที่ไม่สามารถวัดสถานะได้ทุกตัว จึงได้มีนักวิจัยหลายท่าน  
หันมาสนใจเกี่ยวกับตัวควบคุมที่ใช้การป้อนกลับสัญญาณออกแทน อาทิเช่น Levine et al.  
(1970, 1971), Kosut(1970), Ermer et al.(1973), Kurturan (1974), McLane  
(1971) และ Mendel(1974) เมื่อเทียบกับตัวควบคุมที่ใช้การป้อนกลับสถานะแล้วอาจเรียก  
ตัวควบคุมที่ใช้การป้อนกลับสัญญาณออกว่าเป็นตัวควบคุมแบบเชิงเส้นย่อย (suboptimal) ของ

กรณีแรกก็ได้ เนื่องจากภายใต้การอุปนัยนี้สมรรถนะที่เหมือนกันสำหรับระบบเดียวกัน ตัวควบคุมที่ใช้การป้อนกลับสถานะ จะให้สมรรถนะที่ดีกว่าเสมอ (Kosut, 1970) แต่ตัวควบคุมแบบ เล็ง เลิศย่อยจะดีกว่าในแง่ของการปฏิบัติจริง

พิจารณาระบบเชิงเส้นที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลาซึ่งควบคุมได้และสังเกตได้ ดังสมการ (3.1) และมีดัชนีสมรรถนะดังสมการ (3.2) เช่นเดียวกับกรณีแรก

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0 \quad (3.1)$$

$$J = 1/2 \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \quad (3.2)$$

กำหนดให้ระบบมีการวัดโดยเวกเตอร์สัญญาณออก  $y(t)$  ที่มีมิติ  $k$  เป็นไปตามสมการ

$$y(t) = Cx(t) \quad (3.6)$$

และตัวควบคุมมีโครงสร้าง คือ

$$u(t) = -Fy(t) = -FCx(t) \quad (3.7)$$

ระบบวงปิดที่ได้เมื่อใช้กฎการควบคุมใน (3.7) คือ

$$\dot{x}(t) = (A - BFC)x(t), \quad x(0) = x_0 \quad (3.8)$$

จาก (3.2) และ (3.8) ดัชนีสมรรถนะของระบบเขียนได้เป็น

$$J = 1/2 \langle x_0, Kx_0 \rangle \quad (3.9)$$

และ 
$$K = \int_0^{\infty} [ \exp(A-BFC)^T t \{ Q + C^T F^T R F C \} \exp(A-BFC) t ] dt \quad (3.10)$$

จาก (3.9) เห็นได้ว่าดัชนีสมรรถนะของระบบเป็นฟังก์ชันของทั้งสภาวะเริ่มแรก  $x_0$  และอัตราขยายป้อนกลับ  $F$  ในการใช้ดัชนีสมรรถนะดังกล่าวพิจารณาค่าของ  $F$  จึงจำเป็นต้องขจัดผลที่ขึ้นกับ  $x_0$  ออกไป Kleinman et al. (1968b) และ Levine et al. (1970) ได้เสนอให้ตัดลีนินาใจโดยใช้ค่าเฉลี่ยของดัชนีสมรรถนะดังกล่าวซึ่งเกิดจากชุดต่างๆของสภาวะเริ่มแรกที่เป็นอิสระเชิงเส้นซึ่งกันและกันแทนการตัดลีนินาใจด้วยดัชนีสมรรถนะเดิมใน (3.2) กล่าวคือสมมติให้  $x_0$  เป็นเวกเตอร์เชิงสุ่มที่กระจายอย่างสม่ำเสมอบนผิวทรงกลมมิติ  $n$  และทำให้ค่าคาดคะเน (expected value) ของดัชนีสมรรถนะเดิมน้อยที่สุด จากข้างต้นคุณสมบัติของ  $x_0$  เขียนเป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ได้คือ

$$E(x_0) = 0 \quad (3.10)$$

$$\text{Cov}(x_0) = E(x_0 x_0^T) = I \quad (3.11)$$

และดัชนีสมรรถนะอันใหม่ที่ใช้ในการตัดลีนินาใจคือ

$$\hat{J} \triangleq E(J) = 1/2 \text{tr } K \quad (3.12)$$

โดยที่  $K$  เป็นเมตริกซ์สมมาตรกึ่งบวกแน่นอนมิติ  $n \times n$  และเป็นคำตอบของสมการ

$$(A-BFC)^TK + K(A-BFC)' + Q + C^TF^TRFC = 0 \quad (3.13)$$

ดังนั้นอัตราขยายย้อนกลับ  $F$  หาได้จากการทำให้  $\tilde{J}$  ใน (3.12) น้อยที่สุดนั่นเอง จากการ  
ใช้หลักการของตัวคูณลากรางจ์ (Lagrange multiplier) โดยมีเมตริกซ์สมมาตร  $L$  เป็นตัว  
คูณลากรางจ์มิติ  $n \times n$  นิพจน์ของลากรางจ์เกียน (Lagrangian) เขียนได้เป็น

$$\tilde{J} = 1/2 \operatorname{tr} K + 1/2 \operatorname{tr} [ \{ (A-BFC)^TK + K(A-BFC) + Q + C^TF^TRFC \} L^T ] \quad (3.14)$$

เงื่อนไขจำเป็นของปัญหาดังกล่าวหาได้จาก

$$\frac{\partial \tilde{J}}{\partial F} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{J}}{\partial K} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{J}}{\partial L} = 0 \quad (3.15)$$

และได้เป็นชุดของสมการเมตริกซ์ไม่เชิงเส้นดังต่อไปนี้

$$F = R^{-1}B^TKLC^T(CLCT)^{-1} \quad (3.16)$$

$$(A-BFC)^TK + K(A-BFC) + Q + C^TF^TRFC = 0 \quad (3.17)$$

$$(A-BFC)L + L(A-BFC)^T = I \quad (3.18)$$

อันนี้เงื่อนไขจำเป็นของตัวควบคุมแบบเล็ง เลิศที่ใช้การย้อนกลับสัญญาณออกทำการ  
พิสูจน์ได้หลายวิธี สามารถหาเพิ่มเติมได้จาก Levine et al. (1970), Mendel (1974),  
Kosut (1970) และ Knapp et al. (1972) แต่วิธีที่น่าเสนอจะเหมือนกับงานวิจัยของ  
Kosut (1970) และ Mendel (1974) ซึ่งมีข้อดีคือเงื่อนไขจำเป็นหาได้ง่ายจากการดำเนินการ  
ทางพีชคณิตเท่านั้น และได้ใช้วิธีนี้เป็นรากฐานในงานวิจัยที่จะนำเสนอในบทที่ 5 จากสมการ  
ที่ (3.16) ถึง (3.18) เห็นได้ว่าเงื่อนไขจำเป็นของตัวควบคุมแบบ  $LQ$  ที่ใช้การย้อนกลับ  
สัญญาณออกจะเป็นคำตอบของสมการเมตริกซ์ 3 สมการที่เชื่อมโยงกัน การแก้สมการดังกล่าว  
เพื่อหาคำตอบทำได้ยากยิ่งขึ้นเมื่อเทียบกับการแก้สมการ Riccati ในกรณีแรก นั่นก็คือเริ่ม  
เห็นแล้วว่า มีการแลกเปลี่ยนกันระหว่างประสิทธิภาพในการคำนวณ (computation effi-  
ciency) และประสิทธิภาพของสารสนเทศ (information efficiency) เกิดขึ้น

การควบคุมความถี่เนื่องจากโหลดแบบรวมศูนย์ของระบบไฟฟ้ากำลังสอง เขต

หลังจากที่กล่าวถึงงานวิจัยของ Calovic (1972, 1973) โดยสังเขปมาแล้วในบทที่สอง ในตอนนี้จะได้กล่าวถึงแนวความคิดและผลที่ได้จากงานวิจัยเหล่านี้อีกครั้งโดยละเอียด เนื่องจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ยึดเอางานวิจัยของ Calovic เป็นหลักในการเปรียบเทียบผลที่ได้ต่อไปจะกล่าวถึงโมเดลที่ใช้ในงานวิจัยของ Calovic (1972, 1973, 1977) และของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ตลอดจนการควบคุมแบบที่นิยมใช้กัน

1. โมเดลของระบบไฟฟ้ากำลังสองเขตที่ใช้และ LFC แบบที่นิยมใช้กัน

โมเดลทางคณิตศาสตร์ของระบบ LFC ที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้รวมทั้งในงานวิจัยที่ผ่านมาของ Calovic (1972, 1973, 1977) ประกอบด้วยระบบไฟฟ้ากำลังสองเขตที่เชื่อมโยงกันด้วยเส้นเชื่อมต่อดังในรูปที่ 3.1 ทั้งสองเขตมีขนาดของการจ่ายโหลดในภาวะอยู่ตัวที่เท่ากันและแต่ละเขตมีหน่วยผลิต (generating unit) สองหน่วย ได้แก่ หน่วยผลิตพลังไอน้ำ และ หน่วยผลิตพลังน้ำ ซึ่งเห็นได้ว่าในโมเดลของ Calovic ระบบไฟฟ้ากำลังแต่ละเขตมีเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามากกว่าหนึ่งเครื่อง ปัญหา LFC ที่พิจารณาในที่นี้ขอสสมมติฐานทั่วไปพอสรุปได้ดังนี้

ก) สัญญาณรบกวนทางโหลดหรือการเปลี่ยนแปลงของโหลดดีมานด์มีลักษณะเป็นฟังก์ชันขั้น (step function) และ เกิดขึ้นโดยไม่ทราบล่วงหน้าทั้งขนาดของสัญญาณและเวลาที่ จะเกิดขึ้น

ข) สัญญาณรบกวนนี้จัดเป็นสัญญาณรบกวนขนาดเล็ก ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงของระบบจึงจัดเป็นพลวัตของสัญญาณขนาดเล็ก

ค) ไม่คิดถึงผลของการประวิงเวลา (time delay)

ง) ไม่คิดถึงผลที่เกิดจากการเชื่อมต่อของระบบ AVR ที่มีต่อระบบ LFC กล่าวคือ คิดว่าแรงดันของระบบมีค่าคงที่ขณะเกิดการเปลี่ยนแปลงในระบบ LFC

จ) ในกรณีที่ระบบไฟฟ้ากำลังแต่ละเขตประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหลายตัวต่อขนานกัน จะคิดว่าการเชื่อมต่อระหว่างเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเหล่านั้นแข็งมาก (stiff coupling) ดังนั้นเครื่องจักรดังกล่าวจะสวิง (swing) ไปด้วยค่าของมุมกำลังสัมพันธ์ที่เท่ากัน และมีความถี่เดียวกันในลักษณะของกลุ่มแบบโคฮีเรนต์ (coherent group)

ฉ) ขอบเขตของการควบคุมที่พิจารณาไม่รวมไปถึงการจัดสรรการ

ผลิตเชิงเศรษฐศาสตร์ (economic dispatch)

จากสมมติฐานข้างต้นโมเดลทางคณิตศาสตร์ของระบบ LFC สามารถอธิบายได้ด้วยชุดของสมการอนุพันธ์เชิงเส้นที่แปรเปลี่ยนตามเวลาดังต่อไปนี้

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ez(t), \quad x(0) = x_0 \quad (3.19)$$

โดยที่  $x$  เป็นเวกเตอร์สถานะมิติ 17

$u$  เป็นเวกเตอร์ควบคุมของหน่วยผลิตทั้งหมดมิติ 4

$z$  เป็นเวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงของโหลดดีมานด์ทั้งหมดมิติ 2

เนื่องจากในระบบไฟฟ้ากำลังแต่ละเขตมีหน่วยผลิตมากกว่าหนึ่งหน่วย จากหลักการควบคุมร่วมกันในเขต (area-control concept) ทุกหน่วยผลิตในแต่ละเขตจะถูกควบคุมร่วมกันด้วยตัวควบคุมของเขตนั้น การปันส่วนของสัญญาณควบคุมในการควบคุมทุติยภูมิของหน่วยผลิตในแต่ละเขตจะแบ่งตามสัดส่วนของการจ่ายโหลดในภาวะอยู่ตัวที่ได้กำหนดไว้แล้วตามการจัดสรรการผลิตเชิงเศรษฐศาสตร์ ดังนั้นตัวแปรควบคุมอิสระของสมการสถานะ (3.19) จึงลดจำนวนลงมาเหลือเพียง 2 ตัวแปรและมีความสัมพันธ์กับ  $u(t)$  คือ

$$u(t) = v w(t) \quad (3.20)$$

$$= \text{diag}(v_1, v_2) \quad (3.21)$$

โดยที่  $w(t)$  เป็นเวกเตอร์ควบคุมของเขตทั้งหมดมิติ 2

$v$  เป็นเมตริกซ์ของการปันส่วนในการควบคุม (participation matrix) มิติ  $4 \times 2$

$v_i$  เป็นเมตริกซ์ของการปันส่วนย่อยของเขตที่  $i$  มิติ  $2 \times 1$

และ ผลรวมของทุกสมาชิกใน  $v_i$  จะต้องเท่ากับหนึ่งเสมอ

ดังนั้นสมการสถานะ เขียนใหม่ในเทอมของตัวแปรควบคุมของเขตคือ

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bv w(t) + Ez(t), \quad x(0) = x_0 \quad (3.22)$$

จากที่กล่าวมาแล้วในบทนำของบทที่ 2 การควบคุมระบบ LFC ที่ได้ผลคือสามารถทำให้  $\Delta f_i$

และ  $\Delta P_{tie,i}$  เป็นศูนย์ในภาวะอยู่ตัวและกฎการควบคุมไม่ขึ้นกับผลของสัญญาณรบกวนได้แก่ การควบคุมแบบที่นิยมใช้กัน การควบคุมแบบดังกล่าวต้องอาศัยอินทิกรัลของ ACE ในการบ่อนกลับด้วย ทำให้จำนวนสถานะของระบบ LFC เพิ่มขึ้นตามจำนวนอินทิกรัลของ ACE ที่ใช้ ดังสมการต่อไปนี้

$$\dot{v}(t) = (ACE) = Dx(t), \quad v(0) = v_0 \quad (3.23)$$

ดังนั้นพลวัตของระบบ LFC ที่ใช้อินทิกรัลของ ACE อธิบายได้ด้วยสมการสถานะมิติ 19 คือ

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Bv \\ 0 \end{bmatrix} w(t) + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} z(t), \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ v(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \\ &= \hat{A}\tilde{x}(t) + \hat{B}w(t) + \hat{E}z(t) \end{aligned} \quad (3.24)$$

โดยที่  $\tilde{x}(t) \triangleq [x^T(t), v^T(t)]^T$  เป็นเวกเตอร์สถานะของระบบทั้งหมดมิติ 19  
 $w(t)$  เป็นเวกเตอร์ควบคุมของเซตทั้งหมดมิติ 2  
 $z(t)$  เป็นเวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงของโหนดดีมานด์มิติ 2

เมื่อใช้การบ่อนกลับสัญญาณออกแบบสัดส่วนอินทิกรัลตามรูปที่ 2.10 สมการสถานะของระบบ LFC วงปิดเมื่อใช้กฎการควบคุมดังกล่าวในเทอมของสถานะและตัวแปรควบคุมของเซตคือ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & Bv \\ -K_p CA - K_I D & -K_p CBv \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ -K_p CE \end{bmatrix} z(t), \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ w(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ w_0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

จากสมการ (3.25) เห็นได้ว่าค่าของตัวแปรควบคุมสามารถหาไปได้พร้อมกับค่าสถานะของระบบ โดยอาศัยสมการดังกล่าวยกเว้นค่าอินทิกรัลของ ACE เท่านั้นที่ไม่ทราบ

พิจารณาการควบคุมระบบ LFC ข้างต้นแบบที่นิยมใช้กัน กฎการควบคุมของแต่ละเซตคือ

$$w_i = -k_{Ii} \int_0^t (ACE)_i dt, \quad i=1,2 \quad (3.26)$$

ดังนั้นเมตริกซ์อัตราขยายการบ่อนกลับ  $K_p$  และ  $K_I$  ในสมการ (3.25) มีค่าเป็น

$$K_p = 0 \quad (3.27)$$

$$K_I = \text{diag}(k_{I1}, k_{I2}) \quad (3.28)$$

Calovic (1972) ได้เสนอให้ใช้ค่าอัตราขยายบ่อนกลับแบบอินทิกรัลที่เหมาะสมในโมเดลของระบบ LFC ดังกล่าวคือ

$$k_{I1} = k_{I2} = 0.01 \quad (3.29)$$

การวิเคราะห์ผลตอบของระบบวงปิดเพื่อตรวจสอบสมรรถนะทำได้ด้วยการจำลองเชิงเลขบนเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยสมมติว่าโหนดดีมานด์ในเซตที่หนึ่งเพิ่มขึ้น 0.01 pu. หรือ 1.0 เปอร์เซ็นต์ในลักษณะของฟังก์ชันขั้นและสภาวะเริ่มแรกทั้งหมดเป็นศูนย์ สมการที่ใช้เป็นหลักคือสมการ (3.25) และใช้ค่าอัตราขยายบ่อนกลับในสมการ (3.27)-(3.29) การหาคำตอบเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์ใช้วิธีของรุงเงคุดตาอันดับที่ 4 (4th-order Runge-Kutta) และใช้ขนาดของช่วงเวลาเท่ากับ 0.02 วินาที ผลตอบของการเบี่ยงเบนของความถี่ของทั้ง

สองเขต ( $\Delta f_1, \Delta f_2$ ) ผลตอบของการเบี่ยงเบนของกำลังจริงในเส้นเชื่อมต่อ ( $\Delta P_{12}$ ) และผลตอบของสัญญาณควบคุมจากตัวควบคุมของแต่ละเขต ( $w_1, w_2$ ) แสดงไว้ในรูปที่ 3.2 ถึง 3.5 ตามลำดับ

จากรูปผลตอบของระบบดังกล่าวเห็นได้ว่าการควบคุมแบบที่นิยมใช้กัน โดยที่แต่ละเขตใช้การป้อนกลับอินทิกรัลของ ACE สามารถทำให้การเบี่ยงเบนของความถี่ของระบบ และการเบี่ยงเบนกำลังจริงในเส้นเชื่อมต่อเป็นศูนย์ในภาวะอยู่ตัว แต่ผลตอบชั่วคราวของ  $\Delta f_1, \Delta f_2$  และ  $\Delta P_{12}$  มีการแกว่งอยู่หลายคาบก่อนเข้าสู่ภาวะอยู่ตัว โดยเฉพาะอย่างยิ่งเห็นได้ชัดจากผลตอบของ  $\Delta P_{12}$  ซึ่งแสดงว่าเสถียรภาพของระบบบางปิดดังกล่าวมีมาร์จิน (margin) ต่ำอยู่มากในตอนต่อไปจะกล่าวถึงการปรับปรุงผลตอบชั่วคราวของระบบให้ดีขึ้นกว่าเดิมที่เสนอโดย Calovic (1972, 1973) ด้วยการประยุกต์ทฤษฎีตัวคงค่าแบบ LQ

## 2. การควบคุมระบบ LFC ด้วยการป้อนกลับสถานะแบบสัดส่วนอินทิกรัล

จากข้างต้นได้แสดงให้เห็นว่า การควบคุมด้วยอินทิกรัลของ ACE สามารถทำให้ผลตอบอยู่ตัวของ  $\Delta f_1$  และ  $\Delta P_{12}$  เป็นศูนย์เสมอ และทำให้กฎการควบคุมไม่ขึ้นกับขนาดของสัญญาณรบกวน ตัวควบคุมที่ Calovic เสนอได้ในรูปที่ 2.9 จึงยังคงใช้อินทิกรัลของ ACE ในการป้อนกลับเช่นเดียวกับใน LFC แบบที่นิยมใช้กัน แต่ตัวควบคุมของ Calovic จะมีการป้อนกลับสถานะตัวอื่นด้วยและโครงสร้างสารนิเทศเป็นแบบรวมสัดส่วน อัตราขยายป้อนกลับของตัวควบคุมพิจารณาจากการใช้ทฤษฎีตัวคงค่าแบบ LQ เนื่องจากผลตอบอยู่ตัวของระบบเป็นไปตามข้อกำหนดแล้วจากการใช้ตัวควบคุมที่มีโครงสร้างดังกล่าว ดังนั้นอัตราขยายของตัวควบคุมจะพิจารณาภายใต้การทำให้การเบี่ยงเบนของผลตอบระบบในภาวะชั่วคราวมีค่าน้อยที่สุดเท่านั้น

พิจารณาโมเดลของระบบ LFC ที่ใช้อินทิกรัลของ ACE ในสมการ (3.24) เช่นเดียวกัน เนื่องจากระบบในสมการ (3.24) ยังมีผลของสัญญาณรบกวนทางโพล การที่จะประยุกต์ทฤษฎีตัวคงค่าแบบ LQ ที่กล่าวมาในตอนต้นสมการสถานะของระบบต้องอยู่ในรูปที่ไม่มีผลของสัญญาณรบกวนทางโพล (disturbance-free form) ดังนั้นสมการ (3.24) เขียนใหม่ให้อยู่ในรูปที่ไม่มีผลของสัญญาณรบกวนทางโพลได้เป็น

$$\hat{x}(t) = \hat{A}x(t) + \hat{B}w(t), \quad x(0) = x_0 \quad (3.30)$$

โดยที่  $\hat{x} = \begin{bmatrix} x - x_{ss} \\ v - v_{ss} \end{bmatrix}$  เป็นสถานะทั้งหมดของระบบในภาวะชั่วคราว

$\hat{w} = [w - w_{ss}]$  เป็นตัวแปรควบคุมของเขตทั้งหมดในภาวะชั่วคราว



และ ดัชนีล่าง "ss" ที่ใช้หมายถึงค่าในภาวะอยู่ตัว

ดัชนีสมรรถนะ ได้แก่

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\Delta f_1^2 + \Delta f_2^2 + \Delta P_{12}^2 + (v_1 - v_{1ss})^2 + (v_2 - v_{2ss})^2 + \hat{w}_1^2 + \hat{w}_2^2) dt \quad (3.31)$$

กฎการควบคุมของระบบในสมการ (3.30) ที่ทำให้ดัชนีสมรรถนะใน (3.31) มีค่าน้อยที่สุดคือ

$$w^*(t) = -K_p^* x(t) - K_I^* v(t) \quad (3.32)$$

โดยที่  $K_p^* = R^{-1} V^T B^T K_{11}$  เป็นเมตริกซ์อัตราขยายสัดส่วนมิติ  $2 \times 17$

$K_I^* = R^{-1} V^T B^T K_{12}$  เป็นเมตริกซ์อัตราขยายอินทิกรัลมิติ  $2 \times 2$

เมตริกซ์  $K_{11}$  และ  $K_{12}$  ที่ปรากฏในกฎการควบคุมแบบเล็ง เลิศเป็นเมตริกซ์มิติ  $17 \times 17$

และ  $17 \times 2$  ตามลำดับซึ่งได้จากการแก้สมการพีชคณิตของ Riccati

$$K\hat{A} + \hat{A}^T K - KBR^{-1}B^T K + Q = 0 \quad (3.33)$$

โดยที่  $K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12}^T & K_{22} \end{bmatrix}$  เป็นเมตริกซ์มิติ  $19 \times 19$

$Q$  และ  $R$  สมนัยกับการถ่วงน้ำหนักของสถานะและตัวแปรควบคุมตามสมการ (3.31)

สมการสถานะของระบบวงปิดเมื่อใช้กฎการควบคุมในสมการ (3.32) จะได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{w}^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ -K_p^* A & -K_I^* D - K_p^* B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w^*(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ -K_p^* E \end{bmatrix} z(t) \quad (3.34)$$

เมื่อหาคำตอบของสมการพีชคณิตของ Riccati ในสมการ (3.33) โดยวิธีของ Kleinman (1968a, 1970) จะได้อัตราขยายบ่อนกลับของตัวควบคุมดังในตารางที่ 3.1 รูปที่ 3.6 ถึง 3.10 แสดงผลตอบชั่วครู่ของระบบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของโหลดดีมานด์ในลักษณะของฟังก์ชันขั้นขนาด 0.01 pu. โดยสมมติว่าสถานะเริ่มแรกของระบบทั้งหมดเป็นศูนย์ จากผลตอบดังกล่าวเห็นได้ว่าแนวความคิดดังกล่าวที่เสนอสามารถปรับปรุงผลตอบชั่วครู่ของระบบ LFC ให้ดีขึ้นกว่า LFC แบบที่นิยมใช้กันมาก และทำได้โดยวัดค่าของสถานะของระบบเพิ่มเติมจากระบบ LFC แบบที่นิยมใช้กันเพื่อใช้ในการบ่อนกลับแบบสัดส่วน อย่างไรก็ตามในกรณีของระบบไฟฟ้ากำลังการใช้สถานะทั้งหมดในการบ่อนกลับทำได้ยากในทางปฏิบัติ

### 3. การควบคุมระบบ LFC ด้วยการบ่อนกลับสัญญาณออกแบบสัดส่วนอินทิกรัล

การใช้ตัวควบคุมแบบเล็ง เลิศที่ใช้การบ่อนกลับสถานะสำหรับระบบ LFC สามารถปรับปรุงผลตอบชั่วครู่ของระบบได้ แต่ในความเป็นจริงการวัดสถานะทั้งหมดของระบบทำได้ยาก

กฎการควบคุมที่เหมาะสมในทางปฏิบัติควารใช้เฉพาะการป้อนกลับสัญญาณออกที่วัดได้จริงในระบบเท่านั้น สำหรับระบบ LFC นอกเหนือไปจากการวัดค่าความถี่ของระบบและค่ากำลังจริงในเส้นเชื่อมต่อซึ่งใช้ในการควบคุมแบบที่นิยมใช้กันแล้ว การวัดอันอื่นทำได้ง่ายในระบบไฟฟ้ากำลังคือกำลังขาออกของเทอร์ไบน์ ดังนั้น Calovic(1973) เสนอการปรับปรุงผลตอบซ้ำครู่ของระบบ LFC ด้วยการใช้กำลังขาออกของเทอร์ไบน์ในการป้อนกลับเพิ่มเติมจากโครงสร้างที่มีอยู่แล้วในระบบ LFC แบบที่นิยมใช้กัน อัตราขยายป้อนกลับของตัวควบคุมพิจารณาได้โดยผู้ใช้ทฤษฎีตัวควบคุมแบบเส้น เลิศที่ใช้การป้อนกลับสัญญาณออกที่ได้กล่าวมาแล้วในตอนแรก

พิจารณาระบบ LFC ในสมการ (3.24) เช่นเดียวกับกรณีแรกโดยมีสมการสถานะ เขียนอยู่ในรูปที่ไม่มีผลของสัญญาณรบกวนดังสมการ (3.30) การวัดของระบบมีดังนี้

$$\begin{aligned} y &= [y_p^T, y_I^T]^T = C\tilde{x}(t) \\ y_p &= [\Delta P_{T1}, \Delta P_{H1}, \Delta f_1, \Delta P_{12}, \Delta P_{T2}, \Delta P_{H2}, \Delta f_2]^T \\ y_I &= [v_1, v_2]^T \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\Delta P_{Ti} = 0.3 \Delta p_{t1,i} + 0.28 \Delta p_{t2,i} + 0.42 \Delta p_{t3,i}$$

$$\Delta P_{Hi} = -1.52 \Delta a_{hi} + 2.78 \Delta q_i + 0.217 \Delta f_i$$

โดยที่

$y$  เป็นเวกเตอร์สัญญาณออกของระบบมิติ 9

$y_p$  เป็นเวกเตอร์สัญญาณออกที่ใช้ป้อนกลับแบบสัดส่วนมิติ 7

$y_I$  เป็นเวกเตอร์ของอินทิกรัลของ ACE มิติ 2

$\Delta P_{Ti}$  เป็นการเบี่ยงเบนของกำลังขาออกของเทอร์ไบน์พลังไอน้ำในเขตที่  $i$

$\Delta P_{Hi}$  เป็นการเบี่ยงเบนกำลังขาออกของเทอร์ไบน์พลังน้ำในเขตที่  $i$

$\Delta f_i$  เป็นการเบี่ยงเบนของความถี่ในเขตที่  $i$

$\Delta P_{12}$  เป็นการเบี่ยงเบนของกำลังจริงในเส้นเชื่อมต่อ

$v_i$  เป็นอินทิกรัลของ ACE ในเขตที่  $i$

กำหนดให้ดัชนีสมรรถนะของระบบเหมือนกับกรณีที่ใช้การป้อนกลับสถานะดังสมการ

(3.31) อัตราขยายป้อนกลับของตัวควบคุมจะพิจารณาภายใต้การทำให้การเบี่ยงเบนของผลตอบซ้ำครู่มีค่าน้อยที่สุด กฎการควบคุมดังแสดงในรูป 2.10 เขียนได้เป็น

$$w(t) = -K_p y_p(t) - K_I v(t) \quad (3.36)$$

เมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับแบบสัดส่วน  $K_p$  มิติ  $2 \times 7$  และเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับ

อินทิกรัล  $K_I$  มิติ  $2 \times 2$  หาได้จากการแก้ชุดของสมการเมตริกซ์

$$F = R^{-1} \hat{B}^T K L C^T (C L C^T)^{-1} \quad (3.37)$$

$$(\hat{A} - \hat{B} F C)^T K + K (\hat{A} - \hat{B} F C) + Q + C^T F^T R F C = 0 \quad (3.38)$$

$$(\hat{A} - \hat{B} F C) L + L (\hat{A} - \hat{B} F C)^T + I = 0 \quad (3.39)$$

โดยที่  $F = [K_p, K_i] \quad (3.40)$

จากการหาคำตอบของสมการ (3.37)-(3.39) ด้วยวิธีที่เสนอโดย Choi et al. (1974) และ Horisberger et al. (1974) ค่าอัตราขยายบ่อนกลับของตัวควบคุมแสดงไว้ในตารางที่ 3.1 ผลตอบชั่วครู่ของระบบเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของโหลดที่มาตรฐานที่เป็นฟังก์ชันขั้นขนาด 0.01 pu. และสภาวะเริ่มแรกทั้งหมดเป็นศูนย์ แสดงไว้ในรูปที่ 3.7 ถึง 3.11 โดยเปรียบเทียบกับ การควบคุมแบบเล็ง เลิศที่ใช้การบ่อนกลับสถานะทั้งหมด จากผลดังกล่าวสรุปได้ว่า การปรับปรุงผลตอบชั่วครู่ของระบบ LFC สามารถทำได้โดยใช้การบ่อนกลับสัญญาณออกที่เหมาะสมซึ่งให้สมรรถนะใกล้เคียงกับการใช้การควบคุมแบบเล็ง เลิศที่ใช้การบ่อนกลับสถานะ แต่การบ่อนกลับสัญญาณออกทำได้ง่ายกว่าในทางปฏิบัติจริงมาก

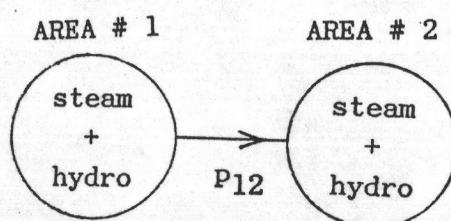
### สรุป

ตัวควบคุมระบบ LFC ที่เสนอโดย Calovic (1972, 1973) มีคุณสมบัติดังนี้คือ

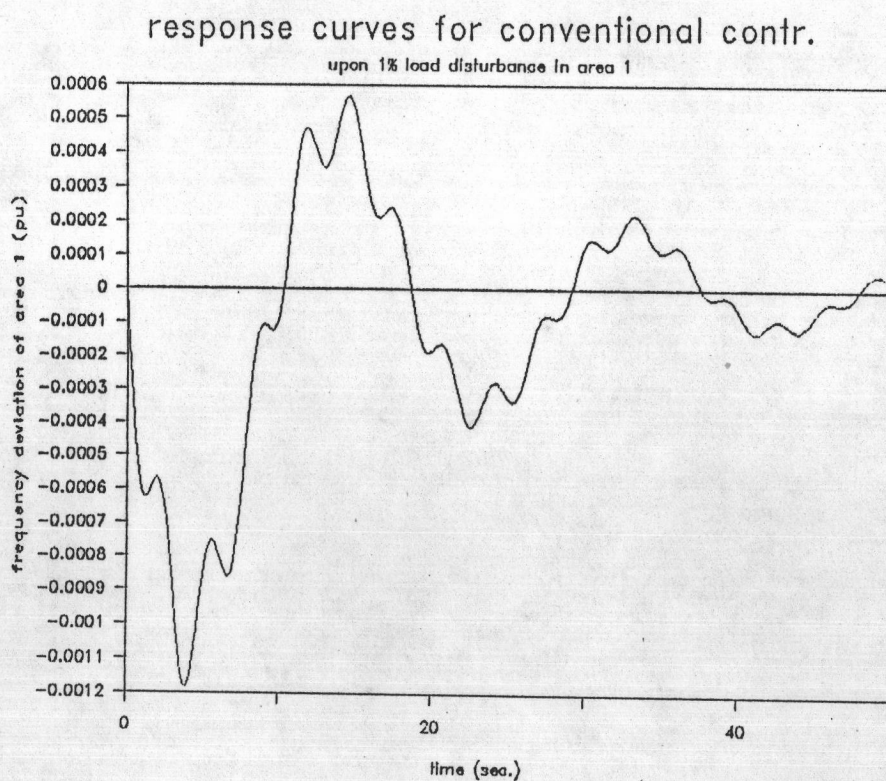
- ก) กฎการควบคุมเป็นการบ่อนกลับเชิงเส้นแบบคงที่และไม่ขึ้นกับผลของสัญญาณรบกวนทางโหลดของระบบ
- ข) ผลตอบอยู่ตัวของการเบี่ยงเบนของความถี่และการเบี่ยงเบนของกำลังจริงในเส้นเชื่อมต่อเป็นศูนย์เสมอ เหมือนกับการใช้ตัวควบคุมแบบที่นิยมใช้กัน
- ค) สามารถปรับปรุงผลตอบชั่วครู่ของระบบดีขึ้นกว่าการใช้ตัวควบคุมแบบที่นิยมใช้กัน
- ง) ตัวควบคุมที่เสนอใช้โครงสร้างที่มีอยู่เดิมของระบบ LFC แบบที่นิยมใช้กัน ทำให้ประยุกต์หลักการดังกล่าวกับระบบ LFC ที่มีอยู่ในปัจจุบันได้ง่าย

ผลจากการจำลองเชิงเลขแสดงให้เห็นว่า การปรับปรุงผลตอบชั่วครู่ของระบบ LFC สามารถทำได้โดยการใช้ทฤษฎีตัวคงค่าแบบ LQ ในกรณีที่การบ่อนกลับสถานะทั้งหมดทำได้ยาก การควบคุมโดยการบ่อนกลับสัญญาณออกสามารถให้สมรรถนะที่ใกล้เคียงกันและลดข้อเสียของการบ่อนกลับสถานะได้ แต่สำหรับปัญหาการควบคุมความถี่เนื่องจากโหลดตัวควบคุมที่เสนอทั้งสองแบบไม่สามารถทำได้ในทางปฏิบัติจริง เนื่องจากระบบไฟฟ้ากำลังแต่ละ เขตอยู่ห่างไกลกันและเชื่อม

โดยกันโดยเส้นเชื่อมต่อเท่านั้น การนำวิธีการควบคุมแบบรวมศูนย์ทำให้ต้องมีการแลกเปลี่ยนสารนิเทศระหว่างเขตซึ่งกันและกันเป็นระยะทางไกลทำให้ไม่สะดวกทางปฏิบัติและเพิ่มค่าใช้จ่ายในการปฏิบัติ ทั้งยังลดความเชื่อถือได้ของระบบอีกด้วย จึงทำให้งานวิจัยเกี่ยวกับระบบ LFC ในภายหลัง เปลี่ยนมาสนใจการควบคุมแบบกระจาย

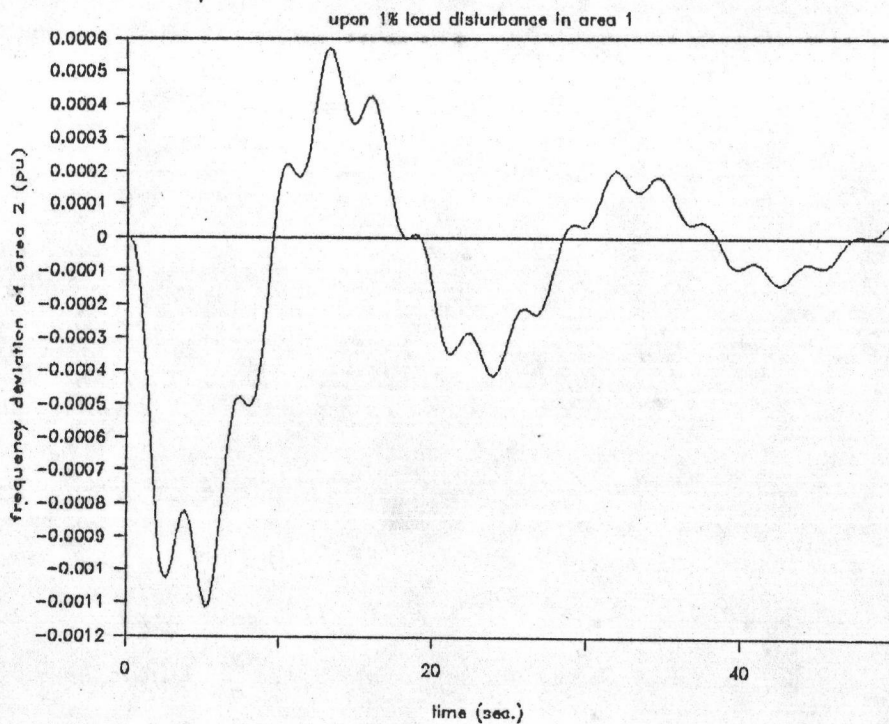


รูปที่ 3.1 ระบบไฟฟ้าสองเขตที่ใช้ศึกษาในงานวิจัยของ Calovic (1971,1972,1973)



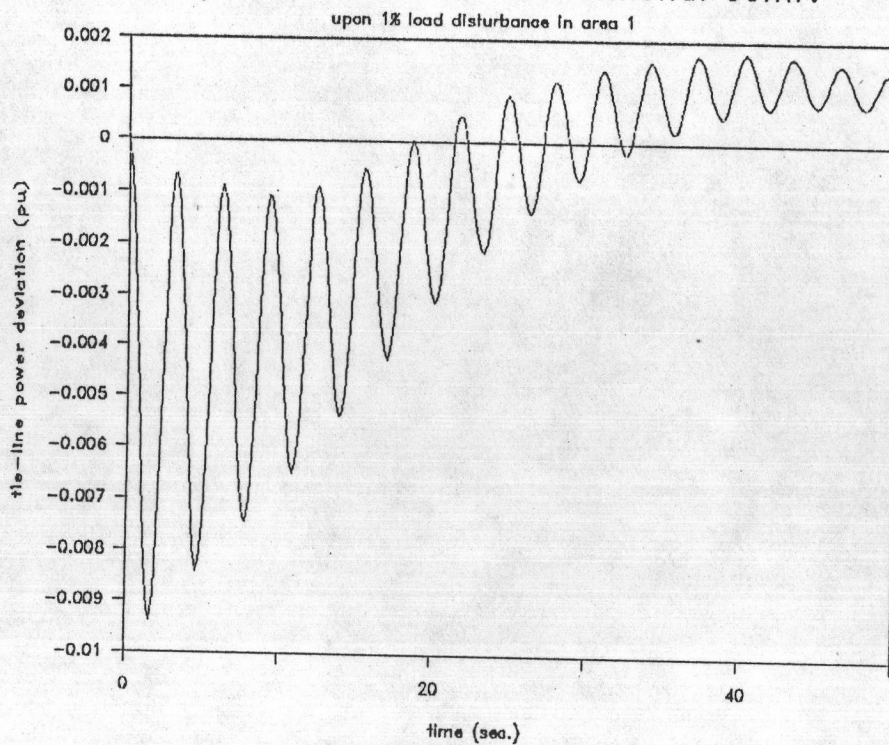
รูปที่ 3.2 ผลตอบซ้ำครู่ของ  $\Delta f_1$  เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบที่นิยมใช้กัน

response curves for conventional contr.



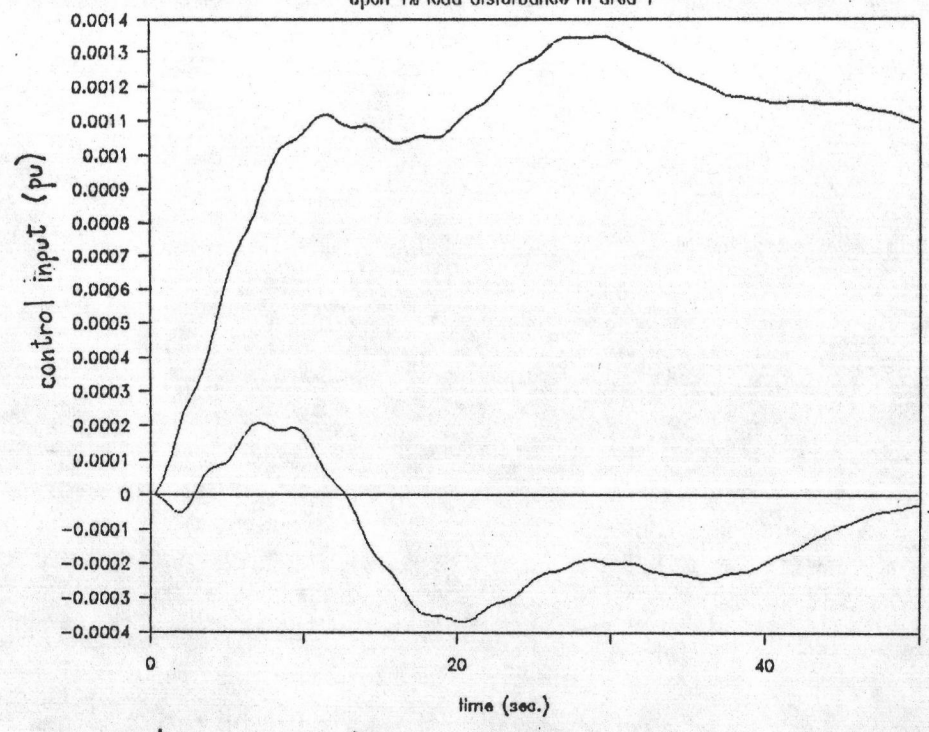
รูปที่ 3.3 ผลตอบชั่วครู่ของ  $\Delta f_2$  เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบที่นิยมใช้กัน

response curves for conventional contr.



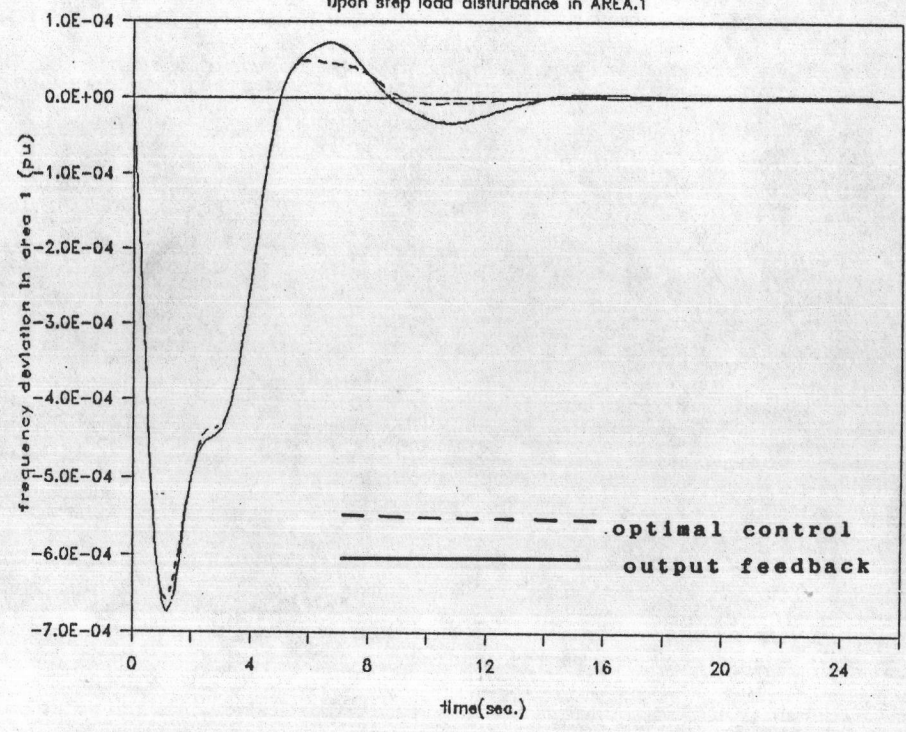
รูปที่ 3.4 ผลตอบชั่วครู่ของ  $\Delta P_{12}$  เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบที่นิยมใช้กัน

response curves for conventional contr.  
upon 1% load disturbance in area 1

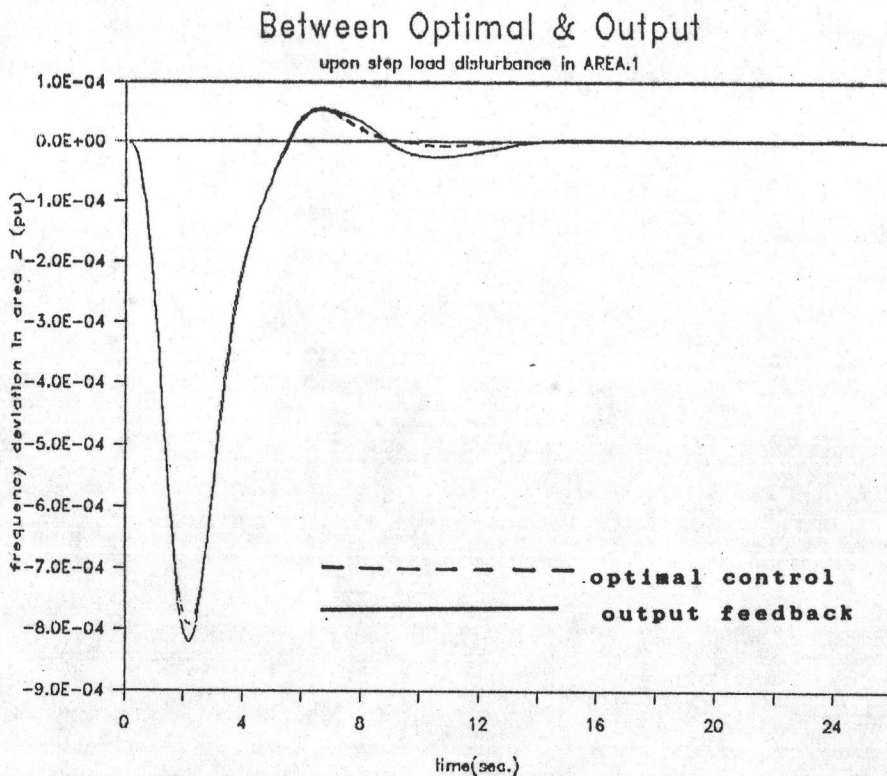


รูปที่ 3.5 ผลตอบชั่วครู่ของ  $w_1$  และ  $w_2$  เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบที่นิยมมาใช้กัน

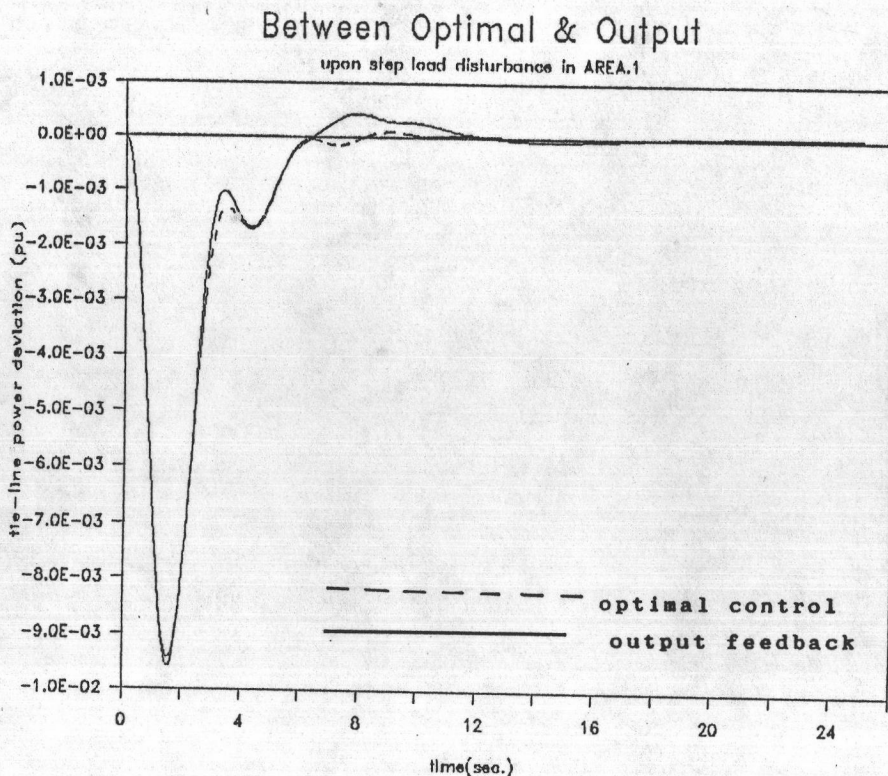
Between Optimal & Output  
upon step load disturbance in AREA.1



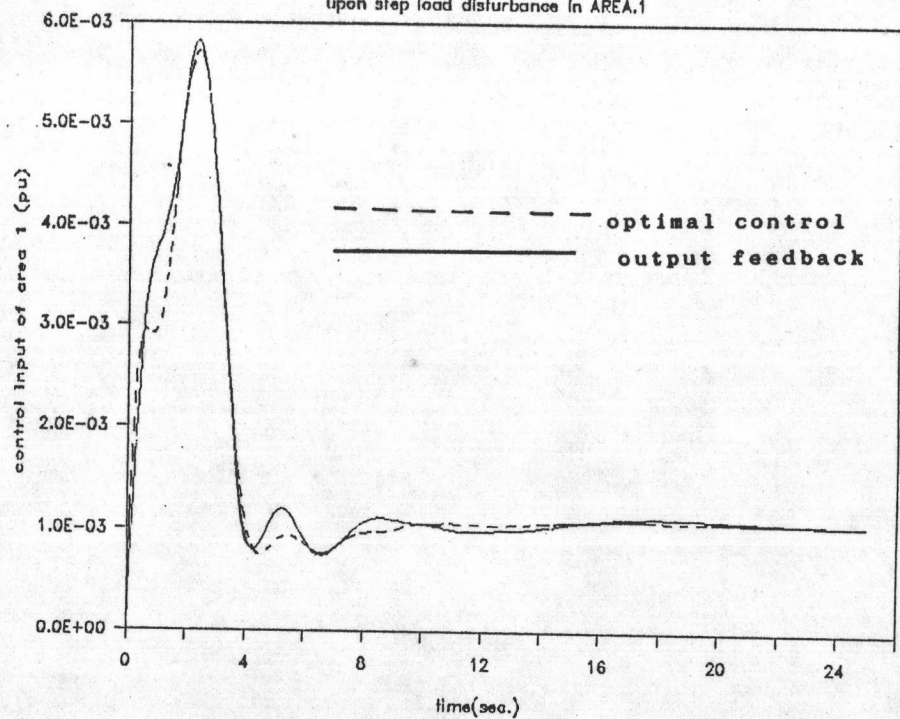
รูปที่ 3.6 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบชั่วครู่ของ  $\Delta f_1$  ระหว่างกรณีของตัวควบคุมแบบเล็ง เลิศ ที่ใช้การป้อนกลับสถานะ กับแบบเล็ง เลิศที่ใช้การป้อนกลับสัญญาณออก



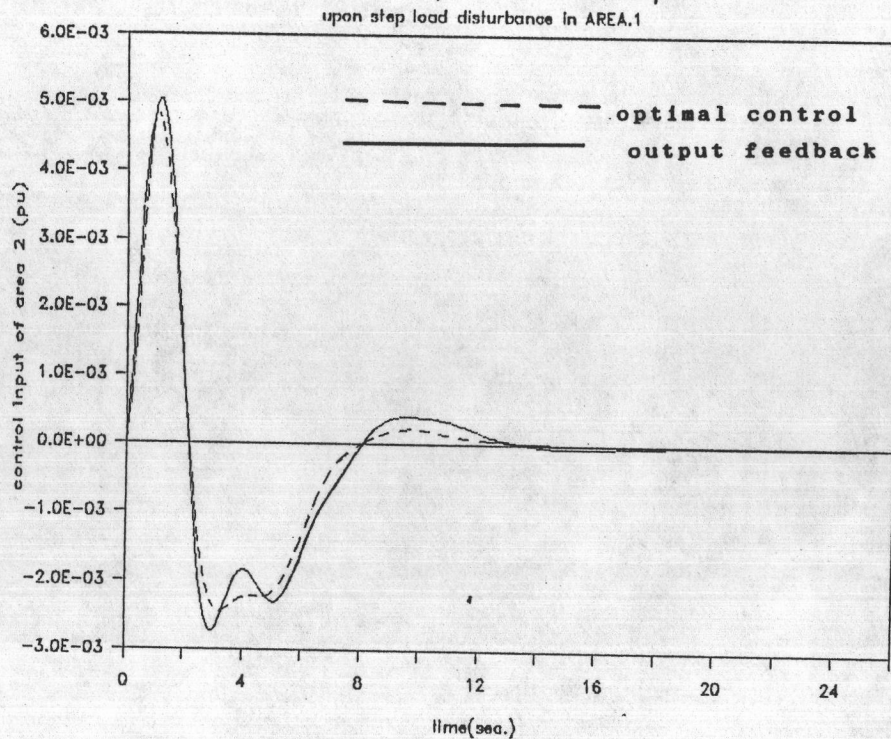
รูปที่ 3.7 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบชั่วครู่ของ  $\Delta f_2$  ระหว่างกรณีของตัวควบคุมแบบเล็ง เลิศ ที่ใช้การป้อนกลับสถานะกับแบบเล็ง เลิศที่ใช้การป้อนกลับสัญญาณออก



รูปที่ 3.8 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบชั่วครู่ของ  $\Delta P_{12}$  ระหว่างกรณีของตัวควบคุมแบบเล็ง เลิศ ที่ใช้การป้อนกลับสถานะกับแบบเล็ง เลิศที่ใช้การป้อนกลับสัญญาณออก



รูปที่ 3.9 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบชั่วครู่ของ  $w_1$  ระหว่างกรณีของตัวควบคุมแบบเล็ง เลิศ ที่ใช้การบ่อนกลับสถานะ กับแบบเล็ง เลิศที่ใช้การบ่อนกลับสัญญาณออก



รูปที่ 3.10 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบชั่วครู่ของ  $w_2$  ระหว่างกรณีของตัวควบคุมแบบเล็ง เลิศ ที่ใช้การบ่อนกลับสถานะ กับแบบเล็ง เลิศที่ใช้การบ่อนกลับสัญญาณออก



CASES	FEEDBACK GAINS											
	$\Delta a_{T1}$	$\Delta p_{t1,1}$	$\Delta p_{t2,1}$	$\Delta p_{t3,1}$	$\Delta a_{H1}$	$\Delta v_1$	$\Delta q_1$	$\Delta f_1$	$\Delta P_{12}$	$\Delta a_{T2}$	$\Delta p_{t1,2}$	$\Delta p_{t2,2}$
OPTIMAL CONTROL	w1	0.4155	0.0629	0.7657	0.1476	0.2272	0.6408	1.691	18.28	-0.9723	0.0024	-0.0611
	w2	0.0156	0.0038	-0.0237	0.0014	-0.0550	0.0456	-0.0200	5.120	0.7591	0.4643	0.8665
OUTPUT FEEDBACK	w1								3.5987			
	w2								3.0711			
CONVENTIONAL	w1											
	w2											

CASES	FEEDBACK GAINS												COST $\hat{J}$ = 1/2 tr K
	$\Delta p_{t3,2}$	$\Delta a_{H2}$	$\Delta v_2$	$\Delta q_2$	$\Delta f_2$	$\Delta p_{T1}$	$\Delta p_{H1}$	$\Delta p_{T2}$	$\Delta p_{H2}$	$v_1$	$v_2$		
OPTIMAL CONTROL	w1	-0.0076	-0.0569	0.0897	-0.0860	5.347				0.9999	-0.0138		911.59
	w2	0.1725	0.1527	0.4214	1.255	18.18				0.0138	0.9999		
OUTPUT FEEDBACK	w1						3.2176	0.3616	0.3567	-0.0331	0.0105	-0.0229	962.90
	w2						5.5773	-0.0232	0.0076	0.5746	0.3905	0.3472	
CONVENTIONAL	w1									0.01			6,133.05
	w2										0.01		

ตารางที่ 3.1 แสดงการเปรียบเทียบข้อดีร้ายของตัวควบคุมระหว่าง แบบที่มีผู้ใช้กัน แบบเชิง เลิศ  
ที่ทำการป้อนกลับสถานะ และ แบบเชิง เลิศที่ทำการป้อนกลับสัญญาณออก