

ตัวแผ่กระจายสำหรับศักร์ของออสซิลเลเตอร์ที่ประกอบด้วยพจน์กำลังสองและสาม

นายธีระ ธารา



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาฟิสิกส์ ภาควิชาฟิสิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2541

ISBN 974 - 332 - 202 - 7

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

PROPAGATOR FOR POTENTIAL OF AN OSCILLATOR
WITH QUADRATIC AND CUBIC TERMS

Mr. Thera Thara

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Physics

Department of Physics

Graduate School

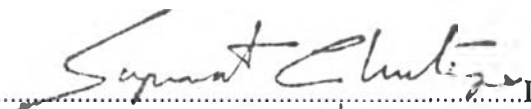
Chulalongkorn University

Academic Year 1998

ISBN 974 - 332 - 202 - 7

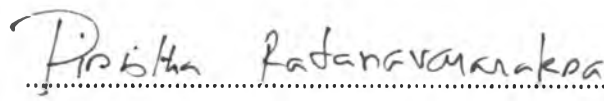
Thesis Title Propagator for Potential of an Oscillator with Quadratic and Cubic Terms
By Mr. Thera Thara
Department Physics
Thesis Advisor Assistant Professor Pisistha Ratanavararaksa, Ph.D.

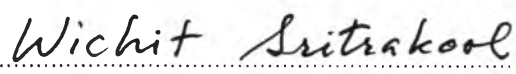
Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in
Partial Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree

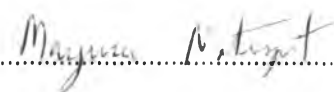

.....Dean of Graduate School
(Professor Supawat Chutivongse, M.D.)

THESIS COMMITTEE


.....Chairman
(Associate Professor Kitt Visoottiviseth, Ph.D.)


.....Thesis Advisor.
(Assistant Professor Pisistha Ratanavararaksa, Ph.D.)


.....Member
(Associate Professor Wichit Sritrakool, Ph.D.)


.....Member
(Associate Professor Mayuree Natenapit, Ph.D.)


.....Member
(Assistant Professor Kajornyod Yoodce, Ph.D.)

ธีระ ธารา : ตัวแผ่กระจายสำหรับศักย์ของออสซิลเลเตอร์ที่ประกอบด้วยพจน์
กำลังสองและสาม

(PROPAGATOR FOR POTENTIAL OF AN OSCILLATOR WITH
QUADRATIC AND CUBIC TERMS)

อ.ที่ปรึกษา : ผศ.ดร.พิศิษฐ์ รัตนวรารักษ์ , 105 หน้า ISBN 974 - 332 - 202 - 7

ในกลศาสตร์ควอนตัม ตัวแผ่กระจายเป็นพื้นฐานที่สำคัญที่สุด ที่รวมสมบัติทางฟิสิกส์ไว้
ทั้งหมด การอินทิเกรตตามวิถีของฟายน์แมน เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป เป็นแบบแผนวิธีการสำหรับหา
ตัวแผ่กระจาย อย่างไรก็ตามวิธีการดังกล่าวมีขีดจำกัดเพียงปัญหาบางรูปแบบเท่านั้น ปัญหาที่น่าสนใจ
และท้าทายปัญหาหนึ่ง ซึ่งไม่สามารถแก้ไขได้ตั้งแต่สมัยของฟายน์แมนคือ ศักย์ที่ประกอบด้วยพจน์
กำลังสองและสาม

ได้วิเคราะห์ปัญหานี้อย่างละเอียดโดยใช้หลักการของเบเคอร์ - เฮาส์ดรอพ เพื่อที่จะหา
ความเป็นไปได้ของการกะประมาณอย่างดีที่สุด พบว่าการกะประมาณที่ดีที่สุดเ็นทางปฏิบัติคือ การ
กะประมาณแบบกึ่งแผนเคิมในอันดับที่ 1 โดยใช้เงื่อนไขพจน์ศักย์กำลังสามที่มีค่าน้อยกว่าพจน์ศักย์
กำลังสองมาก ๆ

ตัวแผ่กระจายแบบกะประมาณที่ได้สำหรับพจน์ศักย์กำลังสองและสามเมื่อเทียบกับตัวแผ่
กระจายที่ประกอบด้วยพจน์ศักย์กำลังสอง เราได้พจน์ของพรีแฟกเตอร์และเอ็กซ์โพเนนเชียลเพิ่มขึ้น
เนื่องจากอิทธิพลของพจน์ศักย์กำลังสาม ซึ่งแสดงส่วนที่เป็นแอนฮาร์โมนิกของตัวแผ่กระจาย

ตัวแผ่กระจายแบบกะประมาณดังกล่าว ลดรูปลงเป็นตัวแผ่กระจายที่รู้จักกันดีสำหรับ
ซิมเปิลฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์ เมื่อส่วนที่เป็นแอนฮาร์โมนิกเป็นศูนย์

ภาควิชา ฟิสิกส์
สาขาวิชา ฟิสิกส์
ปีการศึกษา ๒๕๔๑

ลายมือชื่อนิสิต
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

C825611 MAJOR PHYSICS

KEY WORD:

QUADRATIC/CUBIC/PROPAGATOR/POTENTIAL/OSCILLATOR/

BAKER - HAUSDORFF

THERA THARA : PROPAGATOR FOR POTENTIAL OF AN OSCILLATOR

WITH QUADRATIC AND CUBIC TERMS. THESIS ADVISOR : ASSIST. PROF.

PISISTHA RATANAVARARAKSA , Ph.D. 105 pp. ISBN 974-332-202-7

In quantum mechanics , the propagator is basically the most important ; it contains all physical properties , Feynman's path integration is widely accepted to be the formal method for finding the propagator. However the method is limited to only some type of problems. One challenging and interesting problem which has not been able to be solved since the time of Feynman is potential with quadratic and cubic terms.

The problem is analysed in detail by using Baker – Hausdorff lemma in order to find the possibility of the best approximation ; it is found that the best practical one is the first – order semiclassical approximation by using condition the cubic potential term has value very smaller than the quadratic potential term.

The approximated propagator has been obtained for quadratic and cubic potential terms when it is analogous to the propagator with quadratic potential term , we have increased prefactor and exponential terms due to the influence of cubic potential term which expresses the anharmonic part of the propagator.

The approximated propagator is reduced to the well known propagator for the simple harmonic oscillator when the anharmonic part is zero.

ภาควิชา.....ฟิสิกส์.....

สาขาวิชา.....ฟิสิกส์.....

ปีการศึกษา.....2541.....

ลายมือชื่อนิสิต..........

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..........

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

ACKNOWLEDGEMENTS



The author wishes to express gratitude to his supervisor, Assist. Prof. Dr. Pisistha Ratanavararaksa for his invaluable and supreme suggestion, guidance and encouragement he has shown throughout this work. Thanks are also appreciated to Assoc. Prof. Dr. Mayuree Natenapit and Dr. Ahpsit Ungkitchanukit for their helps in various ways.

He would like to thank Prof. Dr. Virulh Sa-yakanit for giving the special consulting, and thank the thesis committee, Assoc. Prof. Dr. Kitt Visootiviseth, Assoc. Prof. Dr. Wichit Sritrakool and Assist. Prof. Dr. Kajornyod Yoodee for their reading and criticizing the manuscript.

I would like to thank Dr. Phathana Phavanantha for giving special time of my life. I would finally like to thank my parents and my wife for helping in various ways especially taking care of my sons. Special thanks are due to Mrs. Maneerat Sairaj for assisting in typing many parts of this work, Mr. Soobphachchai Bhatrunsi for facility in lending some books and Mr. Tanapat Tirawoot for helping in using computers.

TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT IN THAI.....	iv
ABSTRACT IN ENGLISH.....	v
ACKNOWLEDGEMENTS.....	vi
TABLE OF CONTENTS.....	vii
LIST OF FIGURES.....	ix
CHAPTER I	
FEYNMAN PATH INTEGRAL AND SOME	
TECHNIQUES OF PATH INTEGRATION.....	1
1.1 Introduction.....	1
1.2 Feynman's Formulation.....	2
1.3 Some Techniques of Path Integral.....	9
CHAPTER II	
PATH INTEGRALS AND PROPAGATORS IN QUANTUM	
AND IN STATISTICAL MECHANICS.....	11
2.1 Introduction.....	11
2.1.1 The Superposition of Probability Amplitudes...	11
2.2.1 Measurement of Probability Amplitudes	
via Young - slits Experiment.....	15
2.2 Particle in Potential.....	19
2.2.1 The Representation of Probability by Path	
Integrals.....	19

CHAPTER III	QUANTUM DYNAMICS AND PATH	
	INTEGRALS.....	25
	3.1 Time Evolution and The Schrödinger Equation....	25
	3.1.1 Time Evolution Operator.....	25
	3.1.2 The Schrödinger Equation.....	28
	3.1.3 Probability Amplitudes and Events Occurring in Succession.....	32
	3.1.4 The Path Integral from the Operator Formalism.....	34
	3.2 The Heisenberg Equation and the Baker - Hausdorff Lemma.....	37
CHAPTER IV	THE COMMUTATOR TECHNIQUES FOR	
	PROPAGATOR.....	47
	4.1 Introduction.....	47
	4.2 Quantum Mechanical Commutator.....	47
	4.3 The Commutator Method For Propagator.....	50
	4.3.1 The Propagator for a free particle.....	53
	4.3.2 The Propagator for a Simple Harmonic Oscillator.....	56
	4.3.3 The Propagator for Potential of an Oscillator with Quadratic and Cubic Terms.....	58
CHAPTER V	CONCLUSION AND DISCUSSION.....	73
	REFERENCES.....	75
	APPENDIX A.....	79
	APPENDIX B.....	91
	VITA.....	105

LIST OF FIGURES

	Page
Fig. 1.1	Paths Important in the $\hbar \rightarrow 0$ Limit.....5
Fig. 2.1	The Young's Slits Experiment.....16
Fig. 2.2	A Complicated Variant of the Young's Slits Experiment.....16
Fig. 2.3	Paths from A to B.....17
Fig. 2.4	Trajectories Used in Evaluating (2.2.6).....24