ตัวแผ่กระจายสำหรับศักย์ของออสซิลเลเตอร์ที่ประกอบด้วยพจน์กำลังสองและสาม

นายชีระ ธารา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาฟิสิกส์ ภาควิชาฟิสิกส์
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2541

ISBN 974 - 332 - 202 - 7

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I 19402685

# PROPAGATOR FOR POTENTIAL OF AN OSCILLATOR WITH QUADRATIC AND CUBIC TERMS

Mr. Thera Thara

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Physics
Department of Physics
Graduate School
Chulalongkorn University
Academic Year 1998

ISBN 974 - 332 - 202 - 7

| | |
|---|---|
| **Thesis Title** | Propagator for Potential of an Oscillator with Quadratic and Cubic Terms |
| **By** | Mr. Thera Thara |
| **Department** | Physics |
| **Thesis Advisor** | Assistant Professor Pisistha Ratanavararaksa, Ph.D. |

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree

.....Dean of Graduate School
(Professor Supawat Chutivongse , M.D.)

THESIS COMMITTEE

.....Chairman
(Associate Professor Kitt Visoottiviseth, Ph.D.)

.....Thesis Advisor.
(Assistant Professor Pisistha Ratanavararaksa, Ph.D.)

.....Member
(Associate Professor Wichit Sritrakool, Ph.D.)

.....Member
(Associate Professor Mayuree Natenapit, Ph.D.)

.....Member
(Assistant Professor Kajornyod Yoodee, Ph.D.)

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสีเขียวนี้เพียงแผ่นเดียว

ธีระ ธารา : ตัวแผ่กระจายสำหรับศักย์ของออสซิลเลเตอร์ที่ประกอบด้วยพจน์กำลังสองและสาม
(PROPAGATOR FOR POTENTIAL OF AN OSCILLATOR WITH QUADRATIC AND CUBIC TERMS)
อ.ที่ปรึกษา : ผศ.ดร.พิศิษฐ์ รัตนวรารักษ์ , 105 หน้า ISBN 974 – 332 – 202 – 7

ในกลศาสตร์ควอนตัม ตัวแผ่กระจายเป็นพื้นฐานที่สำคัญที่สุด ที่รวมสมบัติทางฟิสิกส์ไว้ทั้งหมด การอินทิเกรตตามวิถีของฟายน์แมน เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป เป็นแบบแผนวิธีการสำหรับหาตัวแผ่กระจาย อย่างไรก็ตามวิธีการดังกล่าวมีขีดจำกัดเพียงปัญหาบางรูปแบบเท่านั้น ปัญหาที่น่าสนใจและท้าท้ายปัญหาหนึ่ง ซึ่งไม่สามารถแก้ไขได้ตั้งแต่สมัยของฟายน์แมนคือ ศักย์ที่ประกอบด้วยพจน์กำลังสองและสาม

ได้วิเคราะห์ปัญหานี้อย่างละเอียดโดยใช้หลักการของเบเคอร์ – เฮาส์ดรอฟ เพื่อที่จะหาความเป็นไปได้ของการกะประมาณอย่างดีที่สุด พบว่าการกะประมาณที่ดีที่สุดในทางปฏิบัติคือ การกะประมาณแบบกึ่งแผนเดิมในอับดับที่ 1 โดยใช้เงื่อนไขพจน์ศักย์กำลังสามที่มีค่าน้อยกว่าพจน์ศักย์กำลังสองมาก ๆ

ตัวแผ่กระจายแบบกะประมาณที่ได้สำหรับพจน์ศักย์กำลังสองและสามเมื่อเทียบกับตัวแผ่กระจายที่ประกอบด้วยพจน์ศักย์กำลังสอง เราได้พจน์ของพรีแฟคเตอร์และเอ็กซโพเนเชียลเพิ่มขึ้นเนื่องจากอิทธิพลของพจน์ศักย์กำลังสาม ซึ่งแสดงส่วนที่เป็นแอนฮาร์มอนิกของตัวแผ่กระจาย

ตัวแผ่กระจายแบบกะประมาณดังกล่าว ลดรูปลงเป็นตัวแผ่กระจายที่รู้จักกันดีสำหรับซิมเปิลฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์ เมื่อส่วนที่เป็นแอนฮาร์มอนิกเป็นศูนย์

ภาควิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่อนิสิต .....
สาขาวิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....
ปีการศึกษา 2541 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสีเขียวนี้เพียงแผ่นเดียว

## C825611 : MAJOR PHYSICS
KEY WORD: QUADRATIC/CUBIC/PROPAGATOR/POTENTIAL/OSCILLATOR/
BAKER - HAUSDORFF

THERA THARA : PROPAGATOR FOR POTENTIAL OF AN OSCILLATOR WITH QUADRATIC AND CUBIC TERMS. THESIS ADVISOR : ASSIST. PROF. PISISTHA RATANAVARARAKSA , Ph.D. 105 pp. ISBN 974-332-202-7

In quantum mechanics , the propagator is basically the most important ; it contains all physical properties , Feynman's path integration is widely accepted to be the formal method for finding the propagator. However the method is limited to only some type of problems. One challenging and interesting problem which has not been able to be solved since the time of Feynman is potential with quadratic and cubic terms.

The problem is analysed in detail by using Baker – Hausdorff lemma in order to find the possibility of the best approximation ; it is found that the best practical one is the first – order semiclassical approximation by using condition the cubic potential term has value very smaller than the quadratic potential term.

The approximated propagator has been obtained for quadratic and cubic potential terms when it is analogous to the propagator with quadratic potential term , we have increased prefactor and exponential terms due to the influence of cubic potential term which expresses the anharmonic part of the propagator.

The approximated propagator is reduced to the well known propagator for the simple harmonic oscillator when the anharmonic part is zero.

ภาควิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

ปีการศึกษา 2541 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

# ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to express gratitude to his supervisor, Assist. Prof. Dr. Pisistha Ratanavararaksa for his invaluable and supreme suggestion,guidance and encouragement he has shown throughout this work. Thanks are also appreciated to Assoc. Prof. Dr. Mayuree Natenapit and Dr. Ahpisit Ungkitchanukit for their helps in various ways.

He would like to thank Prof. Dr. Virulh Sa-yakanit for giving the special consulting, and thank the thesis committee, Assoc. Prof. Dr. Kitt Visootiviseth, Assoc.Prof. Dr. Wichit Sritrakool and Assist. Prof. Dr. Kajornyod Yoodee for their reading and criticizing the manuscript.

I would like to thank Dr.Phathana Phavanantha for giving special time of my life. I would finally like to thank my parents and my wife for helping in various ways especially taking care of my sons. Special thanks are due to Mrs. Maneerat Sairaj for assisting in typing many parts of this work, Mr. Soobphachchai Bhatrungsi for facillity in lending some books and Mr.Tanapat Tirawoot for helping in using computers.

# TABLE OF CONTENTS

Page

ABSTRACT IN THAI.....iv

ABSTRACT IN ENGLISH.....v

ACKNOWLEDGEMENTS.....vi

TABLE OF CONTENTS.....vii

LIST OF FIGURES.....ix

CHAPTER I FEYNMAN PATH INTEGRAL AND SOME TECHNIQUES OF PATH INTEGRATION.....1

1.1 Introduction.....1

1.2 Feynman's Formulation.....2

1.3 Some Techniques of Path Integral.....9

CHAPTER II PATH INTEGRALS AND PROPAGATORS IN QUANTUM AND IN STATISTICAL MECHANICS.....11

2.1 Introduction.....11

2.1.1 The Supperposition of Probability Amplitudes...11

2.2.1 Measurement of Probability Amplitudes via Young - slits Experiment.....15

2.2 Particle in Potential.....19

2.2.1 The Representation of Probability by Path Integrals.....19

CHAPTER III QUANTUM DYNANICS AND PATH INTEGRALS....25

3.1 Time Evolution and The Schröding Equation....25

3.1.1 Time Evolution Operator....25

3.1.2 The Schrödinger Equation....28

3.1.3 Probabilily Amplitudes and Events Occurring in Succession....32

3.1.4 The Path Integral from the Operator Formalism....34

3.2 The Heisenberg Equation and the Baker - Hausdorff Lemma....37

CHAPTER IV THE COMMUTATOR TECHNIQUES FOR PROPAGATOR....47

4.1 Introduction....47

4.2 Quantum Mechanical Commutator....47

4.3 The Commutator Method For Propagator....50

4.3.1 The Propagator for a free particle....53

4.3.2 The Propagator for a Simple Harmonic Oscillator....56

4.3.3 The Propagator for Potential of an Oscillator with Quadratic and Cubic Terms....58

CHAPTER V CONCLUSION AND DISCUSSION....73

REFERENCES....75

APPENDIX A....79

APPENDIX B....91

VITA....105

# LIST OF FIGURES

Page

Fig. 1.1 Paths Important in the $\hbar \to 0$ Limit.....5

Fig. 2.1 The Young's Slits Experiment.....16

Fig. 2.2 A Complicated Variant of the Young's Slits Experiment.....16

Fig. 2.3 Paths from A to B.....17

Fig. 2.4 Trajectories Used in Evaluating (2.2.6).....24