

การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น



นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา

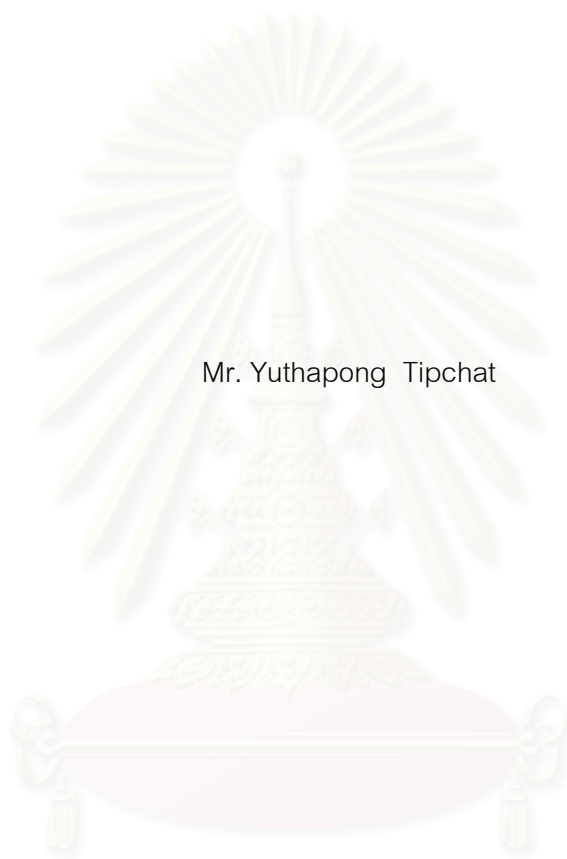
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2547

ISBN 974-53-2247-4

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

PROPOSED INSTRUCTIONAL ACTIVITIES ON GEOMETRIC TRANSFORMATIONS
FOR LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS



Mr. Yuthapong Tipchat

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education in Mathematics Education
Department of Curriculum, Instruction, and Educational Technology

Faculty of Education
Chulalongkorn University

Academic Year 2004

ISBN 974-53-2247-4

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
โดย	นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เอี่ยมอรรถพรณ

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยรับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.พฤษณี ศิริบรรณพิทักษ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ พร้อมพรณ อุดมสิน)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เอี่ยมอรรถพรณ)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

สํานักงานอธิการบดี
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ : การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (PROPOSED INSTRUCTIONAL ACTIVITIES
ON GEOMETRIC TRANSFORMATIONS FOR LOWER SECONDARY SCHOOL
STUDENTS) อ. ที่ปรึกษา : รศ. ดร.สุวัฒนา เขี่ยมอรรถพรณ, 279 หน้า.
ISBN 974-53-2247-4.

วัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ผู้วิจัยได้สร้างกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแนวคิดของ Thomas Cooney จำนวน 12 กิจกรรมการเรียนรู้
จากนั้นผู้วิจัยได้นำกิจกรรมการเรียนรู้ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 15 ท่าน ซึ่งประกอบด้วย
ผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาจำนวน 3 ท่าน ผู้ทรงคุณวุฒิทางการศึกษา
ในระดับอุดมศึกษาจำนวน 3 ท่าน และผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์
ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจำนวน 9 ท่าน เพื่อตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้
จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลการตรวจสอบคุณภาพกิจกรรมการเรียนรู้

การวิจัยนี้ได้กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาตอนต้น 12 กิจกรรม โดยผ่านการประเมินจากผู้ทรงคุณวุฒิ 15 ท่านและ
ทั้ง 15 ท่านมีความคิดเห็นว่างิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 12 กิจกรรมมีความสอดคล้องกัน
ในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่า
ดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา ลายมือชื่อผู้วิจัย.....
สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
ปีการศึกษา 2547 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

468 37320 27: MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEY WORD: INSTRUCTIONAL ACTIVITIES / GEOMETRIC TRANSFORMATIONS /
LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS

YUTHAPONG TIPCHAT: PROPOSED INSTRUCTIONAL ACTIVITIES ON
GEOMETRIC TRANSFORMATIONS FOR LOWER SECONDARY SCHOOL
STUDENTS. THESIS ADVISOR: ASSOC. PROF. SUWATTANA EAMORAPHAN,
Ph.D. 279 pp. ISBN 974-53-2247-4.

The research objective was to propose the instructional activities on geometric transformations for the lower secondary school students.

The researcher developed twelve instructional activities on geometric transformations for lower secondary school students by using Thomas Cooney's concepts. These instructional activities were examined by fifteen experts, three mathematicians, three educators in higher education field, and nine secondary mathematics teachers.

This research proposed twelve instructional activities on geometric transformations for lower secondary school students which were assessed by fifteen experts, and they were agreed that all twelve instructional activities were concordant to the content, activity, and material aspects, and the IOC were higher than 0.50 in all aspects.

Department Curriculum, Instruction, and Educational Technology	Student's signature.....
Field of study Mathematics Education	Advisor's signature.....
Academic year 2004	Co-advisor's signature.....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เลี่ยมอรพวรรณ เป็นอย่างสูงที่ได้กรุณาให้คำปรึกษาชี้แนะแนวทาง และตรวจสอบปรับปรุงแก้ไขในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยความดูแล เอาใจใส่อย่างดียิ่ง ตลอดจนให้กำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยดีตลอดมา พร้อมทั้งอบรม สั่งสอนให้ความรู้ที่เป็นประโยชน์ตลอดมา

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์พร้อมพวรรณ อุดมสิน ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่กรุณาตรวจสอบและให้คำปรึกษาแนะนำในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ให้ถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และอบรมสั่งสอนเป็นอย่างดีตลอดมา

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้ให้ความกรุณาเสียสละเวลาในการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ และให้ความช่วยเหลือในการให้ข้อเสนอแนะและปรับกิจกรรมการเรียนรู้ในการศึกษาวิจัยในครั้งนี้

ท้ายสุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อสุนันตร์ คุณแม่ละเอียด ทิพย์ชาติ ที่ให้การสนับสนุนการศึกษาในระดับปริญญาโทมาโดยตลอด คอยให้คำปรึกษาและเป็นกำลังใจที่สำคัญยิ่งตลอดมา รวมทั้งกราบขอบพระคุณคณาจารย์คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และขอขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ ทุกคนที่ให้คำปรึกษาและเป็นกำลังใจ ทำให้วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	7
ขอบเขตของการวิจัย.....	7
คำจำกัดความในการวิจัย.....	7
ประโยชน์ที่ได้รับ.....	8
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	9
1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 3.....	10
2. การแปลงทางเรขาคณิต.....	12
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้.....	14
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน.....	14
กระบวนการสอนทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Thomas Cooney..	14
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	16
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์.	16
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต...	19
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	21
ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	21
การสร้างกิจกรรมการเรียนรู้.....	21
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	25
การตรวจสอบคุณภาพกิจกรรมการเรียนรู้.....	26
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	27

บทที่	หน้า
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	29
4 ผลการวิจัย.....	41
5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	242
สรุปผลการวิจัย.....	244
อภิปรายผล.....	244
ข้อเสนอแนะ.....	246
รายการอ้างอิง.....	247
ภาคผนวก.....	252
ภาคผนวก ก หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย.....	253
ภาคผนวก ข รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ.....	269
ภาคผนวก ค แบบประเมินกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัย.....	271
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	279

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ.....	29
2 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ.....	30
3 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ.....	31
4 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ.....	32
5 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ.....	33
6 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ.....	34
7 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ.....	35
8 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ.....	36
9 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ.....	37
10 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 10 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ.....	38
11 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ.....	39
12 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 12 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ.....	40

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันสังคมโลกมีการเปลี่ยนแปลงมากขึ้น ไม่ว่าจะเป็นความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เศรษฐกิจและสังคม โดยเฉพาะความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีนั้นทำให้กระบวนการโลกาภิวัตน์ดำเนินไปอย่างต่อเนื่องและก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทางเศรษฐกิจและสังคม ทำให้ทุกประเทศต่างต้องพัฒนาประเทศของตนเพื่อให้ก้าวทันกระแสของโลกาภิวัตน์ การที่ประเทศจะสามารถพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้นั้นประเทศนั้นจะต้องมีการพัฒนาทางด้านคณิตศาสตร์แล้วเป็นอย่างดี ดังที่ ปานทอง กุลนาถศิริ (2543: 15) ได้กล่าวไว้ว่า “ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้พื้นฐานที่สำคัญและเป็นเครื่องมือที่มนุษย์จะนำไปใช้ในการพัฒนาความรู้ทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี” ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2546: คำนำ) ที่กล่าวว่า “คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศในหลายๆ ด้าน เนื่องจากความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต และการพัฒนาเทคโนโลยีให้ทันสมัยและตอบสนองต่อความต้องการในสังคมโลก” และดังที่ วรณัน ชุนศรี (2546: 75) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญ ในการพัฒนาเทคโนโลยีใหม่ๆ และพัฒนาคุณภาพของมนุษย์ และตามที่ สุวัฒนา อุทัยรัตน์ (2541: 1) ได้กล่าวไว้ว่า

...โลกปัจจุบันได้ก้าวหน้าไปมาก มีสาขาวิชาใหม่ๆ เกิดขึ้นตลอดเวลา แต่วิชาหนึ่งซึ่งเป็นที่ยอมรับว่าเป็นรากฐาน และเป็นแกนสำคัญของความเจริญก้าวหน้าเหล่านั้นก็คือวิชาคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ไม่ใช่วิชาที่เกิดใหม่ แต่เป็นวิชาเก่าแก่ไม่มีวันตาย ซึ่งนับวันจะเจริญยิ่งขึ้น เนื่องจากการคิดค้นทฤษฎีใหม่ๆ ของนักคณิตศาสตร์อยู่ตลอดเวลา...

นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังมีส่วนเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของมนุษย์ นับตั้งแต่การนำคณิตศาสตร์มาเกี่ยวข้องกับชั้นพื้นฐาน เช่น การนับจำนวน การค้าขาย การใช้จ่าย แลกเปลี่ยนเงินตรา การคิดคำนวณสิ่งต่างๆ เป็นต้น จนถึงขั้นการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในศาสตร์ต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นด้านวิชาการ ด้านเศรษฐกิจ ด้านบริหาร การวางแผนโครงการ การตัดสินใจ

การค้นคว้าวิจัย โดยเฉพาะอย่างยิ่งความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยพัฒนากระบวนการคิดของผู้เรียนให้มีเหตุผลและรู้จักแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับแนวความคิดของ ยุพิน พิพิธกุล (2539: 1) ได้กล่าวไว้ว่า “วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่าง มีระเบียบและเป็นรากฐานของหลายๆสาขาวิชา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เป็นต้น ก็ล้วนแต่ต้องอาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น”

จะเห็นว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาศักยภาพของมนุษย์ ด้วยเหตุของความสำคัญดังกล่าว จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องให้ความสำคัญต่อการเรียนการสอน วิชาคณิตศาสตร์ ประเทศไทยเป็นประเทศหนึ่งที่มีนโยบายในการพัฒนาศักยภาพของมนุษย์ ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น เพื่อประโยชน์ในการพัฒนาประเทศชาติให้ก้าวทันกระแสของ โลกาภิวัตน์ เครื่องมือที่จะช่วยในการพัฒนาศักยภาพของมนุษย์ที่สำคัญอย่างหนึ่งคือ การศึกษาดังที่ ชนาธิป พรกุล (2543: 18) ได้กล่าวไว้ว่า

...การศึกษาเป็นกระบวนการสำคัญในการพัฒนาความรู้ ความสามารถ ค่านิยม เจตคติและคุณภาพของบุคคล เพื่อให้เป็นพลังสำคัญในการพัฒนาประเทศ ในโลกที่เปลี่ยนแปลงรวดเร็วทั้งด้านวิทยาการความก้าวหน้าโดยเฉพาะเทคโนโลยีสื่อสาร หรือการแข่งขันอย่างรุนแรงด้านเศรษฐกิจ ทำให้ประเทศต่างๆ ตระหนักถึงความสำคัญ ของคุณภาพประชาชน ได้ทุ่มเทกำลังความคิดและทรัพยากรของประเทศที่จะปฏิรูป การศึกษาของประเทศให้มีประสิทธิภาพเพื่อเสริมสร้างพลังอำนาจให้ประเทศเข้มแข็ง...

ประเทศไทยได้มีการพัฒนาและปรับปรุงหลักสูตรการศึกษาอย่างต่อเนื่อง จนกระทั่งเกิดเป็นหลักสูตรในปัจจุบันคือ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งเป็นหลักสูตรที่มุ่งเน้นทั้งด้านความรู้ ความคิด ความสามารถ คุณธรรม กระบวนการเรียนรู้ และความรับผิดชอบต่อสังคม สถานศึกษาจะต้องจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นการพัฒนาคิดของผู้เรียนให้มีความสามารถในการคิดได้อย่างสร้างสรรค์ คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อที่จะให้ผู้เรียนสามารถที่จะจัดการ รวมทั้งเผชิญหน้ากับสถานการณ์และการประยุกต์ความรู้ มาใช้แก้ไขปัญหาในการจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติให้ คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่านและการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

จากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 (2542: 13 -14) หมวด 4
 แนวการจัดการศึกษา มาตรา 24 กล่าวว่า การจัดกระบวนการเรียนรู้ ให้สถานศึกษา
 และหน่วยงานที่เกี่ยวข้องดำเนินการดังต่อไปนี้

- 1) จัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน
 โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล
- 2) ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์
 ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา
- 3) จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติ ให้ทำได้ คิดเป็น
 ทำเป็น รักการอ่านและเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง
- 4) จัดการเรียนการสอนโดยผสมผสานสาระความรู้ด้านต่างๆ อย่างได้สัดส่วนสมดุลกัน
 รวมทั้งปลูกฝังคุณธรรม ค่านิยมที่ดีงามและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ไว้ในทุกวิชา
- 5) ส่งเสริมสนับสนุนให้ผู้สอนสามารถจัดบรรยากาศสภาพแวดล้อม สื่อการเรียน
 และอำนวยความสะดวกเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และมีความรอบรู้รวมทั้งสามารถใช้การวิจัย
 เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนรู้ ทั้งนี้ ผู้สอนและผู้เรียนอาจเรียนรู้ไปพร้อมกันจากสื่อ
 การเรียนการสอนและแหล่งวิทยาการประเภทต่างๆ
- 6) จัดการเรียนรู้ให้เกิดขึ้นได้ทุกเวลาทุกสถานที่ มีการประสานความร่วมมือกับบิดา
 มารดา ผู้ปกครอง และบุคคลในชุมชนทุกฝ่าย เพื่อร่วมกันพัฒนาผู้เรียนตามศักยภาพ

การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียน
 มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้มากที่สุด โดยให้ผู้เรียนเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง ได้คิดเอง
 ปฏิบัติเองและมีปฏิสัมพันธ์กับบุคคลหรือแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย ดังที่ ทิศนา ขัมมณี
 (2547: 120) ได้ให้ความหมายไว้ว่า

...การจัดการเรียนการสอนโดยให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เป็นการจัดการเรียน
 การสอนที่ยึดตัวผู้เรียนเป็นตัวตั้ง โดยคำนึงถึงความเหมาะสมและประโยชน์สูงสุดของ
 ผู้เรียนที่ควรจะได้รับ และมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีบทบาท
 สำคัญในการเรียนรู้ ได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้อย่างตื่นตัวและได้ใช้กระบวนการเรียนรู้
 ต่างๆ เพื่อที่จะนำผู้เรียนไปสู่การเรียนรู้ที่แท้จริง...

สนอง อินละคร (2544: 2) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางไว้ว่า “เป็นกระบวนการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้า ประดิษฐ์คิดค้น ฝึกปฏิบัติ และทำกิจกรรมการเรียนรู้จนสามารถสรุปข้อความรู้ด้วยตนเอง และสามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริงได้”

ยุพิน พิพิธกุล (2545: 195) ได้กล่าวไว้ว่า “การเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้โดยคิดค้นสร้าง และสรุปความรู้ด้วยตนเอง สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นและนำความรู้ไปใช้ได้”

อัมพร ม้าคนอง (2546: 19) ได้กล่าวถึงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางสรุปได้ว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางอาจทำได้โดยมุ่งเน้นที่การให้ผู้เรียนทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์เพื่อผู้สอนจะได้พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากกิจกรรมที่ทำนั้นให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน และลักษณะกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางอาจประกอบด้วยสิ่งต่อไปนี้

1. การใช้สื่อรูปธรรม (Manipulatives) และนวัตกรรม (Innovation) ทางคณิตศาสตร์
2. การให้ผู้เรียนทำงานเป็นทีม โดยอาจใช้รูปแบบต่างๆ ของการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning) เช่น การจับคู่ (Matching) การแบ่งกลุ่มย่อย (Grouping)
3. การให้ผู้เรียนทำโครงการ (Project Learning) เช่น โครงการคณิตศาสตร์สัญจร (Mathematics Tour)
4. การประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์กับเหตุการณ์หรือสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นอกโรงเรียน (Problem Solving Outside of School)

สนอง อินละคร (2544: 5) ได้เสนอหลักการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง สรุปได้ดังนี้

1. เป็นกิจกรรมที่ช่วยให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง คือ การให้ผู้เรียนสร้างข้อความรู้ด้วยตนเองจากการศึกษาค้นคว้าหาข้อมูล ทำความเข้าใจ คิดวิเคราะห์ แปลความ ตีความ ขยายความ สร้างความหมาย สังเคราะห์ข้อมูล และสรุปเป็นข้อความรู้
2. เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน แลกเปลี่ยนและเรียนรู้ข้อมูล ความคิด และประสบการณ์ซึ่งกันและกัน
3. เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมทั้งร่างกาย อารมณ์ ปัญญา และสังคมในการเรียนรู้มากที่สุด

4. เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการและมีผลงานจากการเรียนรู้
5. เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันหรือที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง

สุวัฒนา อุทัยรัตน์ (2545: 43-48) ได้เสนอกระบวนการสอนทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความรู้ตามแนวคิดของ Thomas Cooney เพื่อสอนให้ผู้เรียนรู้จักคิดและสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยมีลำดับขั้นดังนี้

1. ขั้นค้นหา (Explore)
2. ขั้นได้ข้อสรุป (Generalization)
3. ขั้นทำให้สมบูรณ์ (Refine)
4. ขั้นพิสูจน์ (Proof)
5. ขั้นขยายผล (Expand)

การจัดการเรียนการสอนที่ผู้สอนสามารถจะสอนให้ผู้เรียนรู้จักแสวงหาความรู้ใหม่ๆ ใ้กับตนเองได้ โดยไม่ใช่จากการบอกของคุณ การสอนให้ผู้เรียนรู้จักค้นพบข้อคิดได้ใหม่ๆ ได้ด้วยตนเองนั้น นอกจากจะทำให้ผู้เรียนเกิดความสนุกสนาน ความภาคภูมิใจแล้ว ยังจะทำให้มีความรู้ที่ติดทนนาน และจะเกิดประโยชน์อย่างมหาศาลต่อผู้เรียนและต่อระบบการศึกษา

ดังนั้น การสอนซึ่งผู้เรียนต้องค้นหาความรู้ด้วยตนเอง เป็นวิธีการที่จะสอนให้ผู้เรียนรู้จักใช้ความคิดในการค้นหาความรู้ใหม่ อันจะเป็นประโยชน์ต่อความเจริญรุ่งเรืองทางวิชาการที่ก้าวหน้าต่อไป ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนนั้นจะต้องยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง และที่สำคัญคือ ผู้สอนจะต้องคำนึงเสมอว่าจะสอนอย่างไรจึงจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถสรุปสิ่งที่เรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ทั้งนี้ ผู้สอนต้องตระหนักว่าการเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนจะต้องลงมือปฏิบัติ และสร้างความรู้ด้วยตนเอง การจัดการกระบวนการเรียนรู้จึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่ง และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะต้องหลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนทุกคนสามารถเรียนรู้ได้เต็มตามศักยภาพ

นอกจากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 จะเน้นให้มีการพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้แล้ว หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ยังมีการพัฒนาเนื้อหาสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมในรายวิชาต่างๆ อีกด้วย

คณิตศาสตร์เป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งที่ถูกพัฒนาและปรับปรุงใหม่ ในด้านต่างๆ ตั้งแต่เนื้อหาสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อนวัตกรรม รวมถึงการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ซึ่งทั้งหมดจะเปิดโอกาสให้ครูผู้สอนมีสิทธิในการกำหนดสิ่งต่างๆ มากยิ่งขึ้น เพื่อให้ครูผู้สอนมีอิสรภาพทางความคิด และเพื่อให้เกิดกระบวนการเรียนรู้ที่สามารถทำให้ผู้เรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ได้ โดยทั้งนี้ต้องอยู่ภายใต้มาตรฐานการเรียนรู้ที่กระทรวงศึกษาธิการเป็นผู้กำหนด

สำหรับด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้มีการเพิ่มเนื้อหา
 สาระการเรียนรู้ในหลายเรื่องเข้ามาในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ดังนี้
 ช่วงชั้นที่ 3 : ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลง
 ทางเรขาคณิต และการเตรียมความพร้อมในการให้เหตุผล

ช่วงชั้นที่ 4 : การให้เหตุผล ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น เวกเตอร์ในสามมิติ ทฤษฎีกราฟ
 เบื้องต้น

ตามที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547) กำหนดให้
 การแปลงทางเรขาคณิตเป็นสาระการเรียนรู้พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตร
 การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เน้นเฉพาะการแปลงทางเรขาคณิตที่เป็นการดำเนินการ
 ที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในเรื่องของตำแหน่งเท่านั้น ส่วนรูปร่างและขนาดคงเดิม แต่ในชีวิต
 จริงมีการแปลงที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในเรื่องของตำแหน่ง รูปร่างและขนาดของวัตถุด้วย
 เช่น การเคลื่อนที่ของรถยนต์ที่ห่างออกไปเรื่อยๆ เราจะพบว่าขนาดภาพของรถยนต์จะเล็กลง
 เป็นต้น ซึ่งในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 จะศึกษาเฉพาะการแปลงที่มีรูปร่าง
 และลักษณะคงเดิมซึ่งประกอบด้วย การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน

การแปลงทางเรขาคณิตเป็นสาระการเรียนรู้ใหม่ที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการดำเนินชีวิต
 สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ เช่น งานศิลปะในด้านการออกแบบลวดลาย
 สถาปัตยกรรม ประติมากรรม เนื้อหาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ถือเป็นการเรียนรู้สิ่งที่สัมพันธ์
 กับชีวิต ดังจะเห็นได้จาก การสมมาตรที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติ การเลื่อนตู้เอกสารจากแห่งหนึ่ง
 ไปอีกแห่งหนึ่ง การขึ้นลิฟท์จากชั้นหนึ่งไปชั้นห้า รูปตัวเองในกระจกเงา การหมุนของวงล้อปาเป้า
 การหมุนของกังหันลม เป็นต้น ในการศึกษาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตจะทำให้ผู้เรียนมี
 ความสามารถด้านการมองในเชิงมิติทางเรขาคณิตและเป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลง
 ของโลก ดังที่ O' Daffer & Clemens (1992: 196) ได้กล่าวไว้ว่า

...การแปลงทางเรขาคณิต เกี่ยวข้องกับการดำเนินชีวิตของคนเราอยู่ตลอดเวลา
 อาจกล่าวได้ว่าเราอาศัยอยู่ในโลกที่มีการเคลื่อนที่หลากหลายรูปแบบ การรับรู้เกี่ยวกับ
 สมบัติต่างๆ ของการเคลื่อนที่ของเราจึงควรได้รับการปรับปรุงและขยายวงให้กว้างขวาง
 เพิ่มขึ้นอยู่เสมอ เนื่องจากการแปลงทางเรขาคณิตเป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์ในการ
 อธิบายและวิเคราะห์การเคลื่อนที่ การแปลงทางเรขาคณิตจึงเป็นหัวข้อที่เหมาะสมใน
 การศึกษาสำหรับนักเรียนทุกระดับชั้น...

จากที่กล่าวมาแล้วนั้น จะเห็นว่าเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตมีความสำคัญ และเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนวิชาเรขาคณิตในระดับสูง เช่น เรขาคณิตวิเคราะห์ และเป็นพื้นฐานสำคัญที่เกี่ยวข้องกับอาชีพทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอย่างมาก โดยเฉพาะอาชีพที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ศิลปะ และวิศวกรรม เป็นต้น นอกจากนี้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตเป็นมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องใหม่ ของ ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3) ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นยังมีไม่มาก ผู้วิจัยจึงมีความสนใจในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยมุ่งเน้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ Thomas Cooney (สุวิวัฒนา อุทัยรัตน์, 2545: 43-48) เพื่อนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่หลากหลายและเป็นแนวทางให้ครู ผู้สอนนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ขอบเขตของการวิจัย

สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ การแปลงทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

กิจกรรมการเรียนรู้ หมายถึง กิจกรรมที่ครูผู้สอนจัดขึ้นในชั้นเรียน เพื่อให้ให้นักเรียน เกิดการเรียนรู้ครอบคลุมเนื้อหา และสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ที่ครอบคลุมหัวข้อกิจกรรมการเรียนรู้ และสื่อการเรียนรู้ โดยมุ่งเน้นการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ Thomas Cooney (สุวิวัฒนา อุทัยรัตน์, 2545: 43-48) เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอนดังนี้

- 1) **ขั้นค้นหา (Explore)** เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนสำรวจ ค้นหาข้อความรู้อยู่ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้กำหนดสถานการณ์ และให้ผู้เรียนหาข้อสรุปที่ได้
- 2) **ขั้นได้ข้อสรุป (Generalization)** เป็นขั้นที่นำข้อสรุปที่ได้จากการค้นพบในขั้นที่ 1 มาพิจารณาว่าเป็นจริงหรือไม่ในสถานการณ์ที่กำหนดให้ เพื่อจะได้ข้อสรุปที่เป็นข้อความทั่วไป (generalization)
- 3) **ขั้นทำให้สมบูรณ์ (Refine)** เป็นขั้นที่นำข้อสรุปที่ได้มาทำให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยพิจารณาว่าข้อสรุปที่ได้นั้นมีความสมบูรณ์หรือไม่ ถ้าข้อสรุปยังไม่สมบูรณ์จะต้องนำข้อความรู้อย่างที่ได้มาพิจารณาและทำให้สมบูรณ์
- 4) **ขั้นพิสูจน์ (Proof)** เป็นขั้นยืนยันข้อสรุปที่ได้ว่าเป็นจริง
- 5) **ขั้นขยายผล (Expand)** เป็นขั้นที่จะส่งผลให้ผู้เรียนรู้จักคิด เป็นการคิดต่อเพิ่มเติมออกไปเพื่อให้ได้ข้อความรู้อย่างที่เป็นพื้นฐานของความรู้ใหม่และนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ได้กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
2. นำไปใช้เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
3. นำไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และเรื่องอื่นในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
4. นำไปใช้เป็นแนวทางในการศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น หรือในบริบทอื่นต่อไป

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง “การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น” ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าจากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งได้นำเสนอรายละเอียดเป็นลำดับดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในช่วงชั้นที่ 3

2. การแปลงทางเรขาคณิต

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

3.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน

3.2 กระบวนการสอนทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Thomas Cooney

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 3

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 เป็นหลักสูตรที่มุ่งเน้นการศึกษาเพื่อสำรวจตรวจสอบความสามารถ และความถนัดของตนเอง และปัจจุบันกรมวิชาการ ได้จัดทำคู่มือการจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กำหนดสาระการเรียนรู้ที่เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

สาระที่ 1	จำนวนและการดำเนินการ
สาระที่ 2	การวัด
สาระที่ 3	เรขาคณิต
สาระที่ 4	พีชคณิต
สาระที่ 5	การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
สาระที่ 6	ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไว้ภายใต้สาระที่ 3 เรขาคณิต และสาระที่ 4 พีชคณิต มีมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – ม.3) ดังนี้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนี้ภาพ ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

- เข้าใจเกี่ยวกับการแปลง (transformation) ทางเรขาคณิต ในเรื่อง การเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้
- บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนรูปต้นแบบ และสามารถอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้

สาระที่ 4 : พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้
แก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

- อธิบายลักษณะของรูปที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และ
การหมุนบนระนาบพิกัดฉากได้

สำหรับสาระการเรียนรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน
พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 3 มีผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
(กรมวิชาการ, 2546) ดังนี้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างรูปต้นแบบและรูปที่ได้จากการเลื่อนขนาน
การสะท้อน และการหมุนได้
2. นำสมบัติเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนไปใช้ได้
3. บอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน บนระนาบ
พิกัดฉากได้

จากการพิจารณาหลักสูตร พบว่าสาระการเรียนรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต
เป็นเรื่องใหม่ที่เข้ามาในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น) ซึ่งกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลง
ทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นยังมีไม่มาก ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจ
ในการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ตอนต้น เพื่อนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่หลากหลายและเป็นแนวทางให้ครูผู้สอน
นำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2. การแปลงทางเรขาคณิต

การแปลงทางเรขาคณิตเป็นสาระการเรียนรู้ใหม่ที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการดำเนินชีวิตสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ เช่น งานศิลปะในด้านการออกแบบลวดลาย สถาปัตยกรรม ประติมากรรม เนื้อหาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ถือเป็นการเรียนรู้สิ่งที่สัมพันธ์กับชีวิต ดังจะเห็นได้จาก การสมมาตรที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติ การเลื่อนตู้เอกสารจากแห่งหนึ่งไปอีกแห่งหนึ่ง การขึ้นลิฟท์จากชั้นหนึ่งไปชั้นห้า รูปตัวเองในกระจกเงา รูปเงาสะท้อนของต้นไม้ และภูเขาในน้ำ การหมุนของวงล้อปาเป้า การหมุนของกังหันลม เป็นต้น

โดยทั่วไปเมื่อกล่าวถึงการแปลง ภาพที่ได้จากการแปลงอาจมีรูปร่างและขนาดแตกต่างกันไปจากรูปต้นแบบ เช่น รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการย่อหรือขยาย หรือการแปลงที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในเรื่องของตำแหน่ง รูปทรงและขนาดของวัตถุด้วย เช่น การเคลื่อนที่ของรถยนต์ที่ห่างออกไปมากๆ เราจะพบว่าขนาดภาพของรถยนต์จะเล็กลง เป็นต้น

สำหรับการแปลงทางเรขาคณิตที่กำหนดให้เป็นสาระการเรียนรู้พื้นฐานในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 จะเน้นเฉพาะการแปลงทางเรขาคณิตสามแบบ ได้แก่ การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน การแปลงเหล่านี้จะมีสมบัติว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการแปลงมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเท่ากัน โดยที่ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547) ได้ให้ความหมายและสมบัติของการแปลงทางเรขาคณิตทั้ง 3 แบบไว้ดังนี้

การแปลงทางเรขาคณิต

การแปลงทางเรขาคณิต หมายถึง การจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งอย่างทั่วถึงระหว่างจุดที่สมนัยกันบนระนาบซึ่งเป็นจุดบนรูปต้นแบบกับจุดบนภาพที่ได้จากการแปลงนั้น

การเลื่อนขนาน

การเลื่อนขนานบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดบนรูปต้นแบบไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด

สมบัติของการเลื่อนขนาน

1. สามารถเลือกรูปต้นแบบไปทับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปร่างต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ
2. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน

การสะท้อน

การสะท้อนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการส่งจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังจุดบนภาพผ่านเส้นสะท้อน โดยที่ระยะห่างจากจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังเส้นสะท้อนจะเท่ากับระยะห่างจากภาพของจุดนั้นๆ บนภาพไปยังเส้นสะท้อน

สมบัติของการสะท้อน

- 1) สามารถเลือกรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการสะท้อนได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปร่างต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ
- 2) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนของส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่
- 3) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกัน และไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน

การหมุน

การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการส่งจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังจุดบนภาพ โดยที่จุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนไปยังภาพของจุดนั้นๆ ด้วยขนาดของมุมที่เท่ากัน

สมบัติของการหมุน

- 1) สามารถเลือกรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการหมุนได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปร่างต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ
- 2) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

3.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ Thomas Cooney (สุวัฒนา อุทัยรัตน์, 2545: 43-48) ประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

- 1) ขั้นค้นหา (Explore) เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนสำรวจ ค้นหาข้อความรู้ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้กำหนดสถานการณ์ และให้ผู้เรียนหาข้อสรุปที่ได้
- 2) ขั้นได้ข้อสรุป (Generalization) เป็นขั้นที่นำข้อสรุปที่ได้จากการค้นพบในขั้นที่ 1 มาพิจารณาว่าเป็นจริงหรือไม่ในสถานการณ์ที่กำหนดให้ เพื่อจะได้ข้อสรุปที่เป็นข้อความทั่วไป (generalization)
- 3) ขั้นทำให้สมบูรณ์ (Refine) เป็นขั้นที่นำข้อสรุปที่ได้มาทำให้สมบูรณ์ โดยพิจารณาว่าข้อสรุปที่ได้นั้นมีความสมบูรณ์หรือไม่ ถ้าข้อสรุปยังไม่สมบูรณ์จะต้องนำข้อความรู้ที่ได้ มาพิจารณาและทำให้สมบูรณ์
- 4) ขั้นพิสูจน์ (Proof) เป็นขั้นยืนยันข้อสรุปที่ได้ว่าเป็นจริง
- 5) ขั้นขยายผล (Expand) เป็นขั้นที่จะส่งผลให้ผู้เรียนรู้จักคิด เป็นการคิดต่อเพิ่มเติม ออกไปเพื่อให้ได้ข้อความรู้ที่เป็นพื้นฐานของความรู้ใหม่และนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

3.2 กระบวนการสอนทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Thomas Cooney

สุวัฒนา อุทัยรัตน์ (2545: 43-48) ได้เสนอกระบวนการสอนทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้าง ความรู้ตามแนวคิดของ Thomas Cooney เพื่อสอนให้ผู้เรียนรู้จักคิดและสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยมีลำดับขั้นดังนี้

1. ขั้นค้นหา (Explore)
2. ขั้นได้ข้อสรุป (Generalization)
3. ขั้นทำให้สมบูรณ์ (Refine)
4. ขั้นพิสูจน์ (Proof)
5. ขั้นขยายผล (Expand)

ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา (Explore)

ขั้นนี้เป็นขั้นแรก เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนสำรวจ ค้นหาข้อความรู้อย่างตนเอง โดยครูเป็นผู้กำหนดสถานการณ์ และผู้เรียนหาข้อสรุปที่ได้ ในขั้นนี้จึงเป็นการค้นหาข้อความรู้อย่างใหม่ด้วยตนเอง เมื่อแต่ละคนได้ข้อสรุปจะได้พิจารณาคำตอบหรือข้อสรุปของตนเอง เพื่อจะได้สรุปคำตอบที่ได้จากทุกคน

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป (Generalization)

ขั้นนี้เป็นขั้นที่สอง ซึ่งจะต้องนำข้อสรุปที่ได้จากการค้นพบเพื่อพิจารณาว่าเป็นจริงหรือไม่ ในสถานการณ์ที่กำหนดให้ เพื่อจะได้ข้อสรุปเป็นข้อความทั่วไป (generalization) ซึ่งเมื่อได้ข้อสรุปตรงกันแล้ว ก็สามารถที่จะสรุปให้เป็นข้อความทั่วไปได้

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์ (Refine)

ขั้นนี้เป็นขั้นที่ต้องนำข้อสรุปที่ได้มาทำให้สมบูรณ์ โดยพิจารณาว่าข้อสรุปที่ได้นั้นมีความสมบูรณ์หรือไม่ ถ้าข้อสรุปยังไม่สมบูรณ์จะต้องนำข้อความรู้อย่างใหม่มาพิจารณาและทำให้สมบูรณ์

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์ (Proof)

สำหรับขั้นนี้เป็นการยืนยันข้อสรุปที่ได้ว่าเป็นจริง ซึ่งบางเรื่องอาจจะต้องอาศัยบทนิยาม กฎ สูตร ทฤษฎีต่างๆ เพื่อนำมาใช้ในการยืนยันหรือตรวจสอบข้อสรุป

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล (Expand)

ขั้นนี้เป็นขั้นที่สำคัญ เพราะเป็นขั้นที่จะส่งผลให้ผู้เรียนรู้จักคิด ไม่ใช่หยุดอยู่แค่สถานการณ์ที่กำหนด ได้ข้อสรุป พิสูจน์ได้เท่านั้น แต่เป็นการคิดต่อเพิ่มเติมออกไปเพื่อให้ได้ข้อความรู้อย่างใหม่เป็นพื้นฐานของความรู้ใหม่และนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน หรือเป็นการขยายความรู้ต่อไป

ดังนั้นจะเห็นว่า การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ Thomas Cooney (สุวัฒน์ อุตยรัตน์, 2545: 43-48) เป็นอีกแนวทางหนึ่งในการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีขั้นตอนให้ผู้เรียนได้ค้นหาข้อความรู้อย่างตนเอง และส่งผลให้ผู้เรียนรู้จักขยายความรู้ต่อไป เพื่อให้ได้ข้อความรู้อย่างใหม่เป็นพื้นฐานของความรู้ใหม่และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ ซึ่งเป็นอีกแนวทางของการจัดการเรียนการสอนที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ทั้งนี้ ผู้สอนจะต้องตระหนักว่า

การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนจะต้องลงมือปฏิบัติและค้นหาข้อความรู้ด้วยตนเอง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้จึงเป็นสิ่งสำคัญ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะต้องหลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนทุกคนสามารถเรียนรู้ได้เต็มตามศักยภาพ

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

เพ็ญประภา แสนลี (2542) วิจัยเรื่องการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ เรื่องพหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ เรื่องพหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และศึกษาความคิดเห็นของครูในการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ ผลการวิจัยพบว่า ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคิดเห็นของครูหลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ อยู่ในระดับความเหมาะสมมากที่สุด

กฤษณะ โสขุมา (2543) วิจัยเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป และการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูปและการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องแบบรูปและการให้เหตุผลมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

วงเดือน อินทนิเวศน์ (2544) วิจัยเรื่องการพัฒนาชุดการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวันด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อพัฒนาชุดการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวันด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ชุดการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัย

สร้างขึ้น และศึกษาความคิดเห็นของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า ชุดการจัดกิจกรรม
คณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน ด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องเศษส่วน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการจัดกิจกรรม
สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคิดเห็นของนักเรียน
หลังการใช้ชุดการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน อยู่ในระดับเห็น
ด้วยมาก

พรศรี บุญรอด (2545) วิจัยเรื่องการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียน
เป็นสำคัญ เรื่องปริมาตรและพื้นที่ผิว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อสร้างและพัฒนาชุดกิจกรรม
คณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เรื่องปริมาตรและพื้นที่ผิว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ก่อนและหลังการทดลองด้วยชุดกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่า ชุดกิจกรรม
คณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เรื่องปริมาตรและพื้นที่ผิว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ
หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สมควร ปานโม (2545) วิจัยเรื่องการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเกี่ยวกับวิชาชีพ เรื่อง “เซต” ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 (ปวส.)
ประเภทวิชาเกษตรกรรม เพื่อสร้างและพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบ
บูรณาการเชิงเนื้อหาเกี่ยวกับวิชาชีพ เรื่อง “เซต” ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 (ปวส.)
ประเภทวิชาเกษตรกรรม ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษา ก่อนและหลังการทดลองด้วยชุดกิจกรรมการเรียน
การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และศึกษาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษา
ก่อนและหลังการทดลองด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผลการวิจัยพบว่า
ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเกี่ยวกับวิชาชีพ เรื่อง “เซต”
ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 (ปวส.) ประเภทวิชาเกษตรกรรม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษา
ที่ใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น หลังการทดลองสูงกว่าก่อน

การทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และหลังการทดลองนักศึกษามีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชิวา ลำดวนหอม (2546) วิจัยเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูปและการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องแบบรูปและการให้เหตุผลมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ทรงชัย อักษรคิด (2546) วิจัยเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูปของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และใช้การเรียนแบบร่วมมือ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องแบบรูปมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

เทอดเกียรติ วงศ์สมบุญ (2547) วิจัยเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนตามเกณฑ์ 70/70 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยออกแบบขึ้น ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เท่ากับ 82.9/70.1 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ หรือการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์ พบว่า งานวิจัยส่วนใหญ่จะเป็น การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียน ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

โชคชัย ศักดิ์ศรี (2516: 21) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลง สภาพของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย เพื่อศึกษาว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพได้หรือไม่ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษา ปีที่ 5 – 7 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ไม่สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพตามเนื้อหาที่สร้างขึ้นได้ ส่วนนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 7 สามารถเรียนเนื้อหาเรขาคณิตการแปลงสภาพตามเนื้อหาที่สร้างขึ้นได้ และนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเรขาคณิตการแปลงสภาพ สูงกว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และ 6 อย่างมีนัยสำคัญ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

วิทยา รุ่งอรุณพิศาล (2517: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิต การแปลงสภาพ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อศึกษาว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นได้หรือไม่ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นได้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเรขาคณิตการแปลงสภาพ เบื้องต้นสูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 อย่างมีนัยสำคัญ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

สุกัญญา ยีกา (2545: 42) วิจัยเรื่องการสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องเรขาคณิต การแปลงสำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่อง เรขาคณิตการแปลงสำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเรขาคณิตการแปลงของนักเรียนระดับ ประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนการสอนเรื่องเรขาคณิตการแปลงสำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6

มีประสิทธิภาพ 71.09/70.17 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และนักเรียนสามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องเรขาคณิตการแปลงมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

Williford (1971: 6462 - A) ได้ทดลองสอนวิชาเรขาคณิตการแปลง เรื่องการเคลื่อนที่ของแผนภาพสามมิติและการเท่ากันทุกประการ กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2-3 โดยทดสอบด้วยแบบทดสอบด้านทักษะและด้านการนำไปใช้หลังจากการสอน ผลการทดลองพบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2-3 สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงตามเนื้อหาที่นำไปทดลองสอนได้ ซึ่งมีผลสัมฤทธิ์ในด้านทักษะสูงกว่าด้านการนำไปใช้

Solheim (1971: 3165 - A) ได้ทดลองสอนวิชาเรขาคณิตโดยเปรียบเทียบระหว่างการใช่วิธีสอนแบบเก่าและการใช้วิธีการแปลง พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการแปลงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบวิธีเก่า แต่เจตคติของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการแปลงต่อวิชาคณิตศาสตร์เปลี่ยนไปในทางบวก

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตพบว่างานวิจัยส่วนใหญ่เป็นงานวิจัยที่เกี่ยวกับการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพื่อศึกษาว่านักเรียนสามารถเรียนตามบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้และเพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และยังมีงานวิจัยที่เกี่ยวกับการเปรียบเทียบการสอนเรขาคณิตแบบเก่าและการใช้วิธีการแปลง จากแนวการวิจัยดังกล่าวจะเห็นได้ว่าในประเทศไทย ผู้วิจัยยังไม่พบว่าม้งานวิจัยที่เกี่ยวกับการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งปัจจุบันการแปลงทางเรขาคณิตเป็นมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเนื้อหาใหม่ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3) ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ผู้วิจัยจึงมีความสนใจในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยมุ่งเน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน เพื่อนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่หลากหลายและเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง “การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น” ผู้วิจัยได้แบ่งขั้นตอนการดำเนินการวิจัยออกเป็นขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. สร้างกิจกรรมการเรียนรู้
3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. ตรวจสอบคุณภาพกิจกรรมการเรียนรู้
5. วิเคราะห์ข้อมูล
6. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรการศึกษาระดับพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาสาระการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยมุ่งเน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ Thomas Cooney (สุวัฒนา อุทัยรัตน์, 2545: 43-48) กิจกรรมการเรียนรู้ และสื่อการเรียนรู้ เพื่อเป็นข้อมูลในการทำวิจัยครั้งนี้

การสร้างกิจกรรมการเรียนรู้

ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

- 1) วิเคราะห์โครงสร้างของสาระ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาระดับพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต อยู่ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานมีการจัดสาระการเรียนรู้จำนวน 12 ชั่วโมง และศึกษารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Thomas Cooney และสื่อการเรียนรู้
- 2) ผู้วิจัยได้แบ่งกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ 5 หน่วยการเรียนรู้

โดยจำแนกเป็นชั่วโมงได้ ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง	จำนวนชั่วโมง
1. การแปลงทางเรขาคณิตเบื้องต้น	1
2. การเลื่อนขนาน	3
3. การสะท้อน	3
4. การหมุน	3
5. เทสเซลเลชัน (Tessellation)	2

3) นอกจากนี้ผู้วิจัยได้กำหนดหน่วยการเรียนรู้ของกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การแปลงทางเรขาคณิตเบื้องต้น 1 ชั่วโมง

กิจกรรมที่ 1 รูปต้นแบบและภาพ

การประเมิน พิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การเลื่อนขนาน 3 ชั่วโมง

กิจกรรมที่ 2 สืบรวจการเลื่อนขนาน

การประเมิน พิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด

กิจกรรมที่ 3 ภาพจากการเลื่อนขนานและการแก้ปัญหา

การประเมิน พิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด

กิจกรรมที่ 4 ศิลปะกับการเลื่อนขนาน

การประเมิน พิจารณาจากการทำโครงการที่ 1

(ศิลปะกับการเลื่อนขนาน)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การสะท้อน 3 ชั่วโมง

กิจกรรมที่ 5 สืบรวจการสะท้อน

การประเมิน พิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด

กิจกรรมที่ 6 ภาพจากการสะท้อนและการแก้ปัญหา

การประเมิน พิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด

กิจกรรมที่ 7 ศิลปะกับการสะท้อน

การประเมิน พิจารณาจากการทำโครงการที่ 2

(ศิลปะกับการสะท้อน)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4	การหมุน	3	ชั่วโมง
กิจกรรมที่ 8	สำรวจการหมุน		
การประเมิน	พิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด		
กิจกรรมที่ 9	ภาพจากการหมุนและการแก้ปัญหา		
การประเมิน	พิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด		
กิจกรรมที่ 10	ศิลปะกับการหมุน		
การประเมิน	พิจารณาจากการทำโครงการที่ 3 (ศิลปะกับการหมุน)		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5	ทesselation (Tessellation)	2	ชั่วโมง
กิจกรรมที่ 11	แปลงแบบใด		
การประเมิน	พิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด		
กิจกรรมที่ 12	การออกแบบทesselation		
การประเมิน	พิจารณาจากการทำโครงการที่ 4 (การออกแบบทesselation)		

4) ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ หลังจากที่ทำกิจกรรมการเรียนรู้แล้วมีการประเมินผล
ซึ่งมีแนวทาง ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่	โครงการที่	การปฏิบัติ	การประเมินผล
1	-	-	-
2	1. ใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนานของรูปเรขาคณิต การเลื่อนขนานของรูปอื่นๆ มาสร้างทesselเลชันจากการเลื่อนขนาน	แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม และให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม สร้างสรรค์ผลงานทesselเลชัน (Tessellation) โดยใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน	โดยสังเกตจากความสนใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม และจากผลงานในการทำกิจกรรม
3	2. ใช้ความรู้เรื่องการสะท้อนของรูปเรขาคณิต การสะท้อนของรูปอื่นๆ มาสร้างทesselเลชันจากการสะท้อน	แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม และให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม สร้างสรรค์ผลงานทesselเลชัน (Tessellation) โดยใช้ความรู้เรื่องการสะท้อน	โดยสังเกตจากความสนใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม และจากผลงานในการทำกิจกรรม
4	3. ใช้ความรู้เรื่องการหมุนของรูปเรขาคณิต การหมุนของรูปอื่นๆ มาสร้างทesselเลชันจากการหมุน	แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม และให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม สร้างสรรค์ผลงานทesselเลชัน (Tessellation) โดยใช้ความรู้เรื่องการหมุน	โดยสังเกตจากความสนใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม และจากผลงานในการทำกิจกรรม
5	4. ใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนของรูปเรขาคณิต และของรูปอื่นๆ มาสร้าง ทesselเลชัน	แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม และให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม สร้างสรรค์ผลงานทesselเลชัน (Tessellation) โดยใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน แล้วมีการนำเสนอผลงาน เพื่อจะได้ประกวดผลงาน	โดยสังเกตจากความสนใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม และจากผลงานในการทำกิจกรรม

5) ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ซึ่งมีทั้งหมด 5 หน่วยการเรียนรู้ ผู้วิจัยสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Thomas Cooney ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ขั้นค้นหา (Explore)
- 2) ขั้นได้ข้อสรุป (Generalization)
- 3) ขั้นทำให้สมบูรณ์ (Refine)
- 4) ขั้นพิสูจน์ (Proof)
- 5) ขั้นขยายผล (Expand)

6) สร้างคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ แบบประเมินกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องการนำเสนอ กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง แบ่งออกเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 ความคิดเห็นเกี่ยวกับความสอดคล้องกันระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้

ตอนที่ 2 ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

ในแบบประเมินกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วยประเด็นข้อความด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้จำนวน 6 ข้อ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 10 ข้อ และด้านสื่อการเรียนรู้จำนวน 4 ข้อ รวมทั้งสิ้นจำนวน 20 ข้อ เป็นแบบมาตราประมาณค่า 3 สเกล คือ สอดคล้อง (+1) ไม่แน่ใจ (0) และไม่สอดคล้อง (-1) ซึ่งมีเกณฑ์ดังนี้

+1 หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่ากิจกรรมการเรียนรู้มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้หรือไม่

-1 หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้ไม่มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้

โดยผู้วิจัยได้นำแบบประเมินกิจกรรมการเรียนรู้นำเสนออาจารย์ที่ปรึกษา และให้ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยจำนวน 3 ท่าน (ดูรายละเอียดภาคผนวก ข รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ) พิจารณาตรวจสอบความครอบคลุมในประเด็นข้อความคิดเห็นเกี่ยวกับความสอดคล้องกันระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ และปรับปรุงให้สมบูรณ์ก่อนนำไปใช้

การตรวจสอบคุณภาพกิจกรรมการเรียนรู้

ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการตรวจสอบคุณภาพกิจกรรมการเรียนรู้ โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. ผู้วิจัยนำกิจกรรมการเรียนรู้ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 15 ท่าน ประเมินกิจกรรมการเรียนรู้ โดยมีผู้ทรงคุณวุฒิ 3 กลุ่มคือ

- 1.1 ผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านคณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์การสอนในระดับอุดมศึกษา เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต จำนวน 3 ท่าน
- 1.2 ผู้ทรงคุณวุฒิทางการศึกษาในระดับอุดมศึกษา จำนวน 3 ท่าน
- 1.3 ผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 9 ท่าน

ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิทั้ง 3 กลุ่มเกี่ยวข้องกับการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในการตรวจสอบคุณภาพกิจกรรมการเรียนรู้ และมีเกณฑ์ในการคัดเลือกผู้ทรงคุณวุฒิ ดังต่อไปนี้

- 1) ผู้ทรงคุณวุฒิกลุ่มที่ 1 คือ อาจารย์ในสถาบันอุดมศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน
- 2) ผู้ทรงคุณวุฒิกลุ่มที่ 2 คือ อาจารย์ในสถาบันอุดมศึกษาทางการศึกษา จำนวน 3 ท่าน
- 3) ผู้ทรงคุณวุฒิกลุ่มที่ 3 คือ อาจารย์ในระดับมัธยมศึกษา ที่มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาการแปลงทางเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 9 ท่าน

2. ผู้วิจัยปรับปรุง แก้ไข เพื่อพัฒนาคุณภาพกิจกรรมการเรียนรู้ตามผลการประเมินของผู้ทรงคุณวุฒิทั้ง 3 กลุ่ม จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลการตรวจสอบคุณภาพกิจกรรมการเรียนรู้
3. ผู้วิจัยนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูผู้สอน

การวิเคราะห์ข้อมูล

สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

การตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 12 กิจกรรม โดยผู้วิจัยให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 15 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้องกันระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในด้านเนื้อหาสาระ การเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ ซึ่งมีเกณฑ์ดังนี้

+1 หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่ากิจกรรมการเรียนรู้มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้หรือไม่

-1 หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้ไม่มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้

เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสิน คือ ค่าดัชนี IOC ที่คำนวณได้ต้องมากกว่า 0.50 ($IOC > 0.50$) (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2544) จึงจะถือว่ากิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยคำนวณค่า IOC เป็นรายข้อ ส่วนข้อที่คำนวณได้น้อยกว่า 0.50 จะต้องนำไปปรับปรุงกิจกรรมการเรียนรู้ในข้อนั้นๆ

สูตรการคำนวณค่า IOC

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ดัชนีความสอดคล้องระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3 กับเนื้อหาสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ และสื่อการเรียนรู้

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิ

N คือ จำนวนผู้ทรงคุณวุฒิ

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้ผู้ทรงคุณวุฒิเสนอแนะเพิ่มเติม เพื่อนำมาปรับปรุงกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสม



สถาบันวิจัยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้

ตารางที่ 1 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1	ข้อที่	ค่า IOC	สรุปผล
ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้	1	1.00	สอดคล้อง
	2	0.87	สอดคล้อง
	3	0.73	สอดคล้อง
	4	0.67	สอดคล้อง
	5	0.73	สอดคล้อง
	6	1.00	สอดคล้อง
ด้านกิจกรรมการเรียนรู้	7	0.93	สอดคล้อง
	8	0.53	สอดคล้อง
	9	0.93	สอดคล้อง
	10	0.80	สอดคล้อง
	11	0.60	สอดคล้อง
	12	0.93	สอดคล้อง
	13	0.93	สอดคล้อง
	14	0.73	สอดคล้อง
	15	0.67	สอดคล้อง
	16	0.73	สอดคล้อง
ด้านสื่อการเรียนรู้	17	0.53	สอดคล้อง
	18	0.93	สอดคล้อง
	19	0.87	สอดคล้อง
	20	0.80	สอดคล้อง

จากตารางที่ 1 พบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

ตารางที่ 2 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2	ข้อที่	ค่า IOC	สรุปผล
ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้	1	1.00	สอดคล้อง
	2	0.87	สอดคล้อง
	3	0.80	สอดคล้อง
	4	0.73	สอดคล้อง
	5	0.53	สอดคล้อง
	6	0.93	สอดคล้อง
ด้านกิจกรรมการเรียนรู้	7	0.87	สอดคล้อง
	8	0.73	สอดคล้อง
	9	0.87	สอดคล้อง
	10	0.87	สอดคล้อง
	11	0.73	สอดคล้อง
	12	0.87	สอดคล้อง
	13	0.80	สอดคล้อง
	14	0.67	สอดคล้อง
	15	0.80	สอดคล้อง
	16	0.87	สอดคล้อง
ด้านสื่อการเรียนรู้	17	0.60	สอดคล้อง
	18	0.93	สอดคล้อง
	19	0.87	สอดคล้อง
	20	0.87	สอดคล้อง

จากตารางที่ 2 พบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

ตารางที่ 3 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ

กิจกรรม การเรียนรู้ที่ 3	ข้อที่	ค่า IOC	สรุปผล
ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้	1	1.00	สอดคล้อง
	2	0.93	สอดคล้อง
	3	0.87	สอดคล้อง
	4	0.73	สอดคล้อง
	5	0.67	สอดคล้อง
	6	0.93	สอดคล้อง
ด้านกิจกรรมการเรียนรู้	7	0.93	สอดคล้อง
	8	0.53	สอดคล้อง
	9	1.00	สอดคล้อง
	10	0.80	สอดคล้อง
	11	0.80	สอดคล้อง
	12	0.87	สอดคล้อง
	13	0.87	สอดคล้อง
	14	0.80	สอดคล้อง
	15	0.73	สอดคล้อง
	16	0.87	สอดคล้อง
ด้านสื่อการเรียนรู้	17	0.60	สอดคล้อง
	18	0.87	สอดคล้อง
	19	0.80	สอดคล้อง
	20	0.87	สอดคล้อง

จากตารางที่ 3 พบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

ตารางที่ 4 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ

กิจกรรม การเรียนรู้ที่ 4	ข้อที่	ค่า IOC	สรุปผล
ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้	1	1.00	สอดคล้อง
	2	1.00	สอดคล้อง
	3	0.93	สอดคล้อง
	4	0.73	สอดคล้อง
	5	0.67	สอดคล้อง
	6	1.00	สอดคล้อง
ด้านกิจกรรมการเรียนรู้	7	0.87	สอดคล้อง
	8	0.87	สอดคล้อง
	9	1.00	สอดคล้อง
	10	0.87	สอดคล้อง
	11	0.80	สอดคล้อง
	12	0.80	สอดคล้อง
	13	0.87	สอดคล้อง
	14	1.00	สอดคล้อง
	15	0.73	สอดคล้อง
	16	0.80	สอดคล้อง
ด้านสื่อการเรียนรู้	17	0.73	สอดคล้อง
	18	1.00	สอดคล้อง
	19	0.87	สอดคล้อง
	20	0.93	สอดคล้อง

จากตารางที่ 4 พบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

ตารางที่ 5 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ

กิจกรรม การเรียนรู้ที่ 5	ข้อที่	ค่า IOC	สรุปผล
ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้	1	1.00	สอดคล้อง
	2	0.73	สอดคล้อง
	3	0.87	สอดคล้อง
	4	0.73	สอดคล้อง
	5	0.53	สอดคล้อง
	6	1.00	สอดคล้อง
ด้านกิจกรรมการเรียนรู้	7	0.93	สอดคล้อง
	8	0.73	สอดคล้อง
	9	0.93	สอดคล้อง
	10	0.73	สอดคล้อง
	11	0.80	สอดคล้อง
	12	0.73	สอดคล้อง
	13	0.80	สอดคล้อง
	14	0.73	สอดคล้อง
	15	0.73	สอดคล้อง
	16	0.73	สอดคล้อง
ด้านสื่อการเรียนรู้	17	0.73	สอดคล้อง
	18	0.80	สอดคล้อง
	19	0.80	สอดคล้อง
	20	0.80	สอดคล้อง

จากตารางที่ 5 พบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

ตารางที่ 6 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ

กิจกรรม การเรียนรู้ที่ 6	ข้อที่	ค่า IOC	สรุปผล
ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้	1	1.00	สอดคล้อง
	2	0.87	สอดคล้อง
	3	0.80	สอดคล้อง
	4	0.80	สอดคล้อง
	5	0.53	สอดคล้อง
	6	0.93	สอดคล้อง
ด้านกิจกรรมการเรียนรู้	7	1.00	สอดคล้อง
	8	0.73	สอดคล้อง
	9	1.00	สอดคล้อง
	10	0.80	สอดคล้อง
	11	0.87	สอดคล้อง
	12	0.73	สอดคล้อง
	13	0.87	สอดคล้อง
	14	0.67	สอดคล้อง
	15	0.73	สอดคล้อง
	16	0.73	สอดคล้อง
ด้านสื่อการเรียนรู้	17	0.67	สอดคล้อง
	18	0.73	สอดคล้อง
	19	0.87	สอดคล้อง
	20	0.73	สอดคล้อง

จากตารางที่ 6 พบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

ตารางที่ 7 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ

กิจกรรม การเรียนรู้ที่ 7	ข้อที่	ค่า IOC	สรุปผล
ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้	1	1.00	สอดคล้อง
	2	0.93	สอดคล้อง
	3	1.00	สอดคล้อง
	4	0.87	สอดคล้อง
	5	0.80	สอดคล้อง
	6	1.00	สอดคล้อง
ด้านกิจกรรมการเรียนรู้	7	0.73	สอดคล้อง
	8	0.80	สอดคล้อง
	9	1.00	สอดคล้อง
	10	0.73	สอดคล้อง
	11	0.80	สอดคล้อง
	12	0.80	สอดคล้อง
	13	0.93	สอดคล้อง
	14	1.00	สอดคล้อง
	15	0.80	สอดคล้อง
	16	0.67	สอดคล้อง
ด้านสื่อการเรียนรู้	17	0.67	สอดคล้อง
	18	0.93	สอดคล้อง
	19	0.80	สอดคล้อง
	20	0.87	สอดคล้อง

จากตารางที่ 7 พบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7 มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

ตารางที่ 8 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8	ข้อที่	ค่า IOC	สรุปผล
ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้	1	0.93	สอดคล้อง
	2	0.87	สอดคล้อง
	3	0.80	สอดคล้อง
	4	0.73	สอดคล้อง
	5	0.53	สอดคล้อง
	6	0.93	สอดคล้อง
ด้านกิจกรรมการเรียนรู้	7	0.87	สอดคล้อง
	8	0.67	สอดคล้อง
	9	0.87	สอดคล้อง
	10	0.87	สอดคล้อง
	11	0.73	สอดคล้อง
	12	0.73	สอดคล้อง
	13	0.80	สอดคล้อง
	14	0.73	สอดคล้อง
	15	0.80	สอดคล้อง
	16	0.73	สอดคล้อง
ด้านสื่อการเรียนรู้	17	0.60	สอดคล้อง
	18	0.73	สอดคล้อง
	19	0.53	สอดคล้อง
	20	0.80	สอดคล้อง

จากตารางที่ 8 พบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8 มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

ตารางที่ 9 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ

กิจกรรม การเรียนรู้ที่ 9	ข้อที่	ค่า IOC	สรุปผล
ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้	1	0.93	สอดคล้อง
	2	0.87	สอดคล้อง
	3	0.87	สอดคล้อง
	4	0.80	สอดคล้อง
	5	0.60	สอดคล้อง
	6	0.93	สอดคล้อง
ด้านกิจกรรมการเรียนรู้	7	0.80	สอดคล้อง
	8	0.80	สอดคล้อง
	9	0.93	สอดคล้อง
	10	0.73	สอดคล้อง
	11	0.93	สอดคล้อง
	12	0.80	สอดคล้อง
	13	0.80	สอดคล้อง
	14	0.87	สอดคล้อง
	15	0.80	สอดคล้อง
	16	0.73	สอดคล้อง
ด้านสื่อการเรียนรู้	17	0.53	สอดคล้อง
	18	0.73	สอดคล้อง
	19	0.67	สอดคล้อง
	20	0.73	สอดคล้อง

จากตารางที่ 9 พบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

ตารางที่ 10 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 10 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ

กิจกรรม การเรียนรู้ที่ 10	ข้อที่	ค่า IOC	สรุปผล
ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้	1	1.00	สอดคล้อง
	2	1.00	สอดคล้อง
	3	0.87	สอดคล้อง
	4	0.80	สอดคล้อง
	5	0.67	สอดคล้อง
	6	1.00	สอดคล้อง
ด้านกิจกรรมการเรียนรู้	7	0.93	สอดคล้อง
	8	0.73	สอดคล้อง
	9	0.93	สอดคล้อง
	10	0.93	สอดคล้อง
	11	0.87	สอดคล้อง
	12	0.80	สอดคล้อง
	13	0.93	สอดคล้อง
	14	1.00	สอดคล้อง
	15	0.80	สอดคล้อง
	16	0.80	สอดคล้อง
ด้านสื่อการเรียนรู้	17	0.73	สอดคล้อง
	18	1.00	สอดคล้อง
	19	0.87	สอดคล้อง
	20	0.87	สอดคล้อง

จากตารางที่ 10 พบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 10 มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหา สาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

ตารางที่ 11 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ

กิจกรรม การเรียนรู้ที่ 11	ข้อที่	ค่า IOC	สรุปผล
ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้	1	1.00	สอดคล้อง
	2	0.87	สอดคล้อง
	3	0.80	สอดคล้อง
	4	0.80	สอดคล้อง
	5	0.73	สอดคล้อง
	6	0.80	สอดคล้อง
ด้านกิจกรรมการเรียนรู้	7	0.93	สอดคล้อง
	8	0.73	สอดคล้อง
	9	1.00	สอดคล้อง
	10	0.93	สอดคล้อง
	11	0.80	สอดคล้อง
	12	0.80	สอดคล้อง
	13	0.87	สอดคล้อง
	14	0.80	สอดคล้อง
	15	0.87	สอดคล้อง
	16	0.87	สอดคล้อง
ด้านสื่อการเรียนรู้	17	0.53	สอดคล้อง
	18	0.93	สอดคล้อง
	19	0.87	สอดคล้อง
	20	0.93	สอดคล้อง

จากตารางที่ 11 พบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11 มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหา สาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

ตารางที่ 12 แสดงผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 12 ของผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นรายชื่อ

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 12	ข้อที่	ค่า IOC	สรุปผล
ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้	1	1.00	สอดคล้อง
	2	1.00	สอดคล้อง
	3	1.00	สอดคล้อง
	4	0.87	สอดคล้อง
	5	0.73	สอดคล้อง
	6	1.00	สอดคล้อง
ด้านกิจกรรมการเรียนรู้	7	0.93	สอดคล้อง
	8	0.73	สอดคล้อง
	9	0.87	สอดคล้อง
	10	0.87	สอดคล้อง
	11	0.87	สอดคล้อง
	12	0.80	สอดคล้อง
	13	0.93	สอดคล้อง
	14	1.00	สอดคล้อง
	15	0.87	สอดคล้อง
	16	0.80	สอดคล้อง
ด้านสื่อการเรียนรู้	17	0.53	สอดคล้อง
	18	1.00	สอดคล้อง
	19	0.80	สอดคล้อง
	20	0.93	สอดคล้อง

จากตารางที่ 12 พบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 12 มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหา สาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

ดังนั้นจะเห็นว่า กิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 12 กิจกรรม มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหา สาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

บทที่ 4

ผลการวิจัย

จากการวิจัยเรื่อง การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ตอนที่ 2 คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ตอนที่ 1 กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

การวิจัยในครั้งนี้ได้กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น 12 กิจกรรม ดังนี้

- กิจกรรมที่ 1 รูปต้นแบบและภาพ
- กิจกรรมที่ 2 สำรวจการเลื่อนขนาน
- กิจกรรมที่ 3 ภาพจากการเลื่อนขนานและการแก้ปัญหา
- กิจกรรมที่ 4 ศิลปะกับการเลื่อนขนาน
- กิจกรรมที่ 5 สำรวจการสะท้อน
- กิจกรรมที่ 6 ภาพจากการสะท้อนและการแก้ปัญหา
- กิจกรรมที่ 7 ศิลปะกับการสะท้อน
- กิจกรรมที่ 8 สำรวจการหมุน
- กิจกรรมที่ 9 ภาพจากการหมุนและการแก้ปัญหา
- กิจกรรมที่ 10 ศิลปะกับการหมุน
- กิจกรรมที่ 11 แปลงแบบใด และ
- กิจกรรมที่ 12 การออกแบบเทสเซลเลชัน

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิตเบื้องต้น
คณิตศาสตร์ สาระพื้นฐาน รูปต้นแบบและภาพ

เวลาเรียน 1 ชั่วโมง
ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา

1. ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ ในชีวิตจริงที่แสดงความเกี่ยวข้องกันระหว่างรูปต้นแบบและภาพ เช่น

“ถ้าครูเลื่อนโต๊ะตัวหนึ่งจากหน้าห้องเรียนไปหลังห้องเรียน”

โต๊ะที่อยู่หน้าห้องเรียน เปรียบเสมือน **รูปต้นแบบ**

และโต๊ะที่อยู่หลังห้องเรียนก็เปรียบเสมือน **ภาพ** ที่ได้จากการแปลง

“เมื่อนักเรียนยืนสองกระจกเงา นักเรียนจะเห็นตัวของนักเรียนอยู่ในกระจกเงา”

ตัวของนักเรียนที่อยู่หน้ากระจกเงา เปรียบเสมือน **รูปต้นแบบ**

และตัวของนักเรียนที่อยู่ในกระจกเงาก็เปรียบเสมือน **ภาพ** ที่ได้จากการแปลง

ให้นักเรียนลองพิจารณาความเกี่ยวข้องกันระหว่างก่อนการแปลงและหลังการแปลง เพื่อค้นหาความหมายของรูปต้นแบบและภาพ แล้วให้นักเรียนลองยกตัวอย่างสิ่งๆ ที่นักเรียนพบเห็นในชีวิตจริงที่มีลักษณะคล้ายกับตัวอย่างที่ครูยกตัวอย่าง โดยการทำกิจกรรมที่ 1.1

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป

2. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 1.2 แล้วให้นักเรียนแต่ละคนสรุปว่า รูปต้นแบบและภาพคืออะไร รูปต้นแบบและภาพมีขนาดอย่างไร จากการพิจารณาความเกี่ยวข้องกันระหว่างก่อนการแปลงและหลังการแปลง จนนักเรียนได้ข้อสรุปตรงกันของรูปต้นแบบและภาพ (คำตอบที่น่าจะสรุปได้ คือ รูปก่อนการแปลง เรียกว่า **รูปต้นแบบ** และรูปหลังการแปลง เรียกว่า **ภาพ** และรูปต้นแบบและภาพที่ได้เท่ากันทุกประการ)

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3 – 5 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ในกิจกรรมที่ 1.3 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้เรื่องรูปต้นแบบและภาพ เพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจความหมายของรูปต้นแบบและภาพอย่างชัดเจน

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์

4. ให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องเกี่ยวกับขนาดของรูปต้นแบบและภาพ โดยการวัดระยะห่างและขนาดของรูปต้นแบบและภาพ แล้วครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

5. ครูเพิ่มเติมให้นักเรียนได้ความรู้ตามสาระในเอกสารการเรียนรู้

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล

6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำกิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมที่ 1.4 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้ที่ได้รับ แล้วสุ่มตัวแทนมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

7. ครูใช้การถามตอบให้นักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตเบื้องต้นอีกครั้งหนึ่ง

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น แล้วครูเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมทั้งสรุปคะแนน เพื่อเป็นการประเมินผล

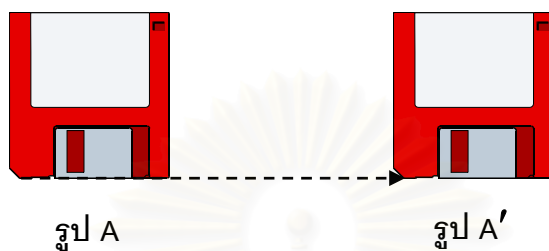
สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารการเรียนรู้
2. กิจกรรมที่ 1.1 – 1.4
3. เอกสารแบบฝึกหัด

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 1.2

ให้นักเรียนพิจารณาลักษณะเสมือนการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปต่อไปนี้ แล้วระบุว่ารูปใดเป็นรูปต้นแบบและภาพ และพิจารณาขนาดของรูปต้นแบบและภาพ

1. เมื่อเลื่อนรูป A ขนานกับแนวราบไปทางขวา



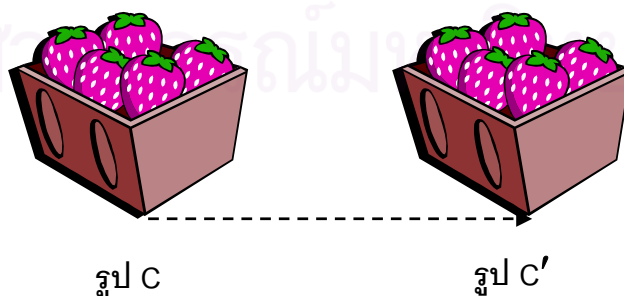
รูป A ก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
รูป A' หลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **ภาพ**

2. เมื่อเลื่อนรูป B ขนานกับแนวราบไปทางขวา



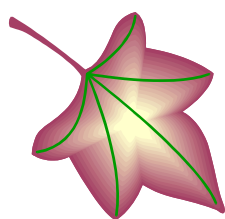
รูป B ก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า.....
รูป B' หลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า.....

3. เมื่อเลื่อนรูป C ขนานกับแนวราบไปทางขวา

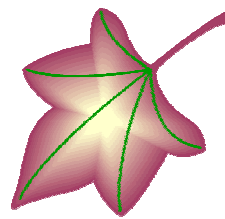


รูป C ก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า.....
รูป C' หลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า.....

4. เมื่อพลิกรูป D ตามแนวตั้ง



รูป D



รูป D'

รูป D ก่อนการพลิกรูป จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**

รูป D' หลังการพลิกรูป จะเรียกว่า **ภาพ**

5. เมื่อพลิกรูป E ตามแนวตั้ง



รูป E



รูป E'

รูป E ก่อนการพลิกรูป จะเรียกว่า.....

รูป E' หลังการพลิกรูป จะเรียกว่า.....

6. เมื่อพลิกรูป F ตามแนวตั้ง



รูป F



รูป F'

รูป F ก่อนการพลิกรูป จะเรียกว่า.....

รูป F' หลังการพลิกรูป จะเรียกว่า.....

ดังนั้น รูปก่อนการแปลง เรียกว่า.....

รูปหลังการแปลง เรียกว่า.....

รูปต้นแบบและภาพมีขนาด.....

.....

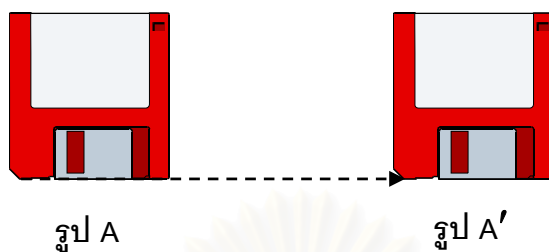
.....



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยกิจกรรมที่ 1.2

1. เมื่อเคลื่อนรูป A ขนานกับแนวราบไปทางขวา



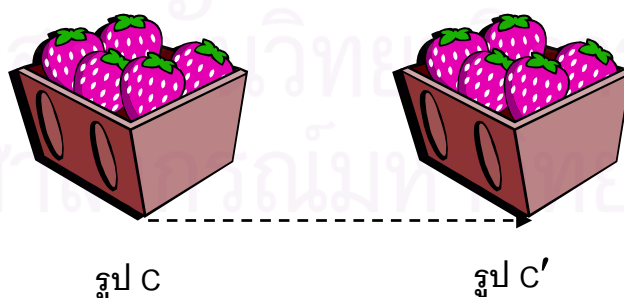
รูป A ก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
รูป A' หลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **ภาพ**

2. เมื่อเคลื่อนรูป B ขนานกับแนวราบไปทางขวา



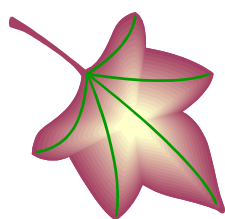
รูป B ก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
รูป B' หลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **ภาพ**

3. เมื่อเคลื่อนรูป C ขนานกับแนวราบไปทางขวา

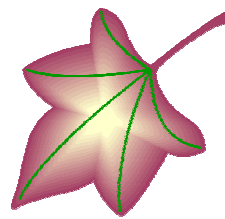


รูป C ก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
รูป C' หลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **ภาพ**

4. เมื่อพลิกรูป D ตามแนวตั้ง



รูป D



รูป D'

รูป D ก่อนการพลิกรูป จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**

รูป D' หลังการพลิกรูป จะเรียกว่า **ภาพ**

5. เมื่อพลิกรูป E ตามแนวตั้ง



รูป E



รูป E'

รูป E ก่อนการพลิกรูป จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**

รูป E' หลังการพลิกรูป จะเรียกว่า **ภาพ**

6. เมื่อพลิกรูป F ตามแนวตั้ง



รูป F



รูป F'

รูป F ก่อนการพลิกรูป จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**

รูป F' หลังการพลิกรูป จะเรียกว่า **ภาพ**

ดังนั้น รูปก่อนการแปลง เรียกว่า **รูปต้นแบบ**

รูปหลังการแปลง เรียกว่า **ภาพ**

รูปต้นแบบและภาพมีขนาด **เท่ากันทุกประการ**

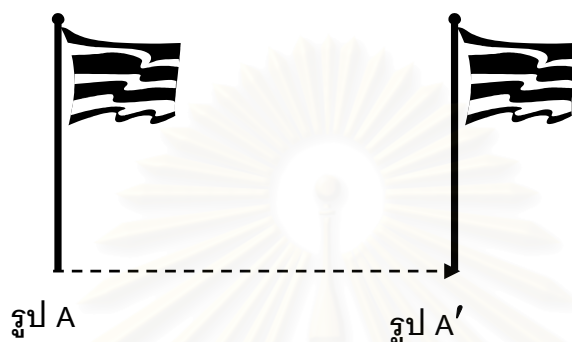


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 1.3

ให้นักเรียนพิจารณาลักษณะเสมือนการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปต่อไปนี้ แล้วระบุว่ารูปใดเป็นรูปต้นแบบและภาพ

- เมื่อเลื่อนรูป A ขนานกับแนวราบไปทางขวาตามลูกศร

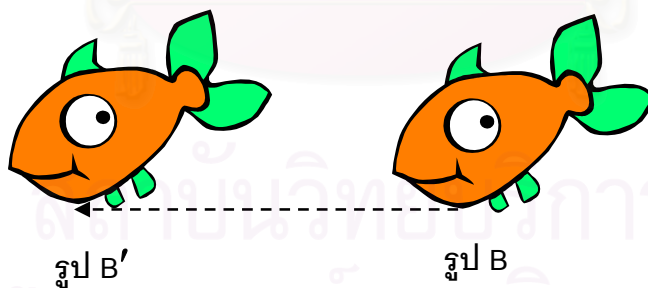


.....

.....

.....

- เมื่อเลื่อนรูป B ขนานกับแนวราบไปทางซ้ายตามลูกศร

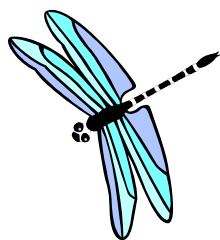


.....

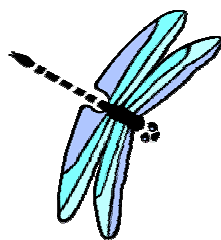
.....

.....

3. เมื่อพลิกรูป C ตามแนวตั้ง



รูป C



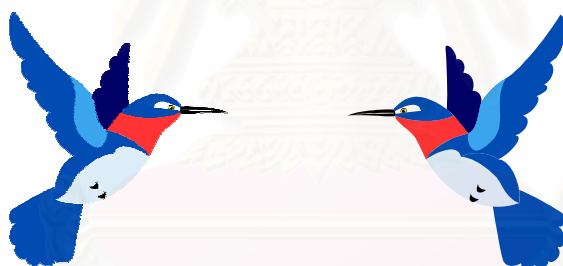
รูป C'

.....

.....

.....

4. เมื่อพลิกรูป D ตามแนวตั้ง



รูป D'

รูป D

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

.....

.....

.....

5. เมื่อหมุนรูป E ไปในทิศทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา



รูป E'



รูป E

.....

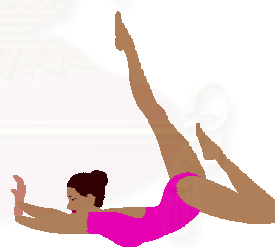
.....

.....

6. เมื่อหมุนรูป F ไปในทิศตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา



รูป F



รูป F'

.....

.....

.....

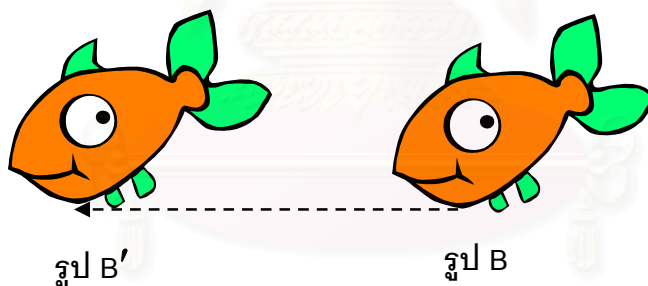
เฉลยกิจกรรมที่ 1.3

1. เมื่อเลื่อนรูป A ขนานกับแนวราบไปทางขวาตามลูกศร



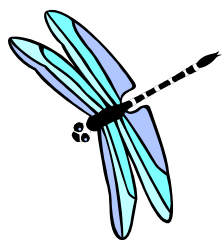
รูป A ก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
รูป A' หลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **ภาพ**

2. เมื่อเลื่อนรูป B ขนานกับแนวราบไปทางซ้ายตามลูกศร

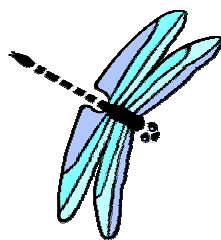


รูป B ก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
รูป B' หลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **ภาพ**

3. เมื่อพลิกรูป C ตามแนวตั้ง



รูป C

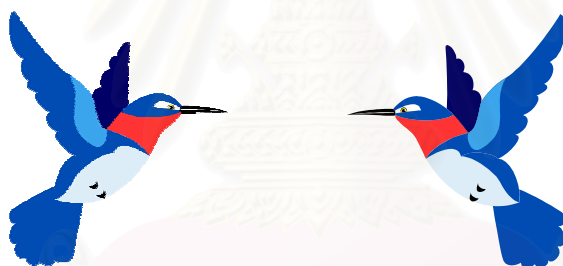


รูป C'

รูป C ก่อนการพลิกรูป จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**

รูป C' หลังการพลิกรูป จะเรียกว่า **ภาพ**

4. เมื่อพลิกรูป D ตามแนวตั้ง



รูป D'



รูป D

รูป D ก่อนการพลิกรูป จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**

รูป D' หลังการพลิกรูป จะเรียกว่า **ภาพ**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

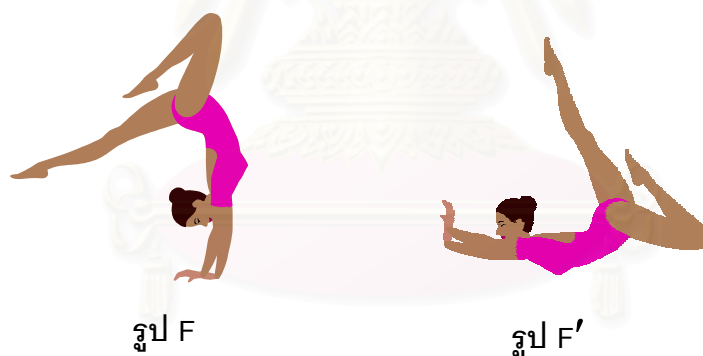
5. เมื่อหมุนรูป E ไปในทิศทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา



รูป E ก่อนการหมุน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**

รูป E' หลังการหมุน จะเรียกว่า **ภาพ**

6. เมื่อหมุนรูป F ไปในทิศตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา



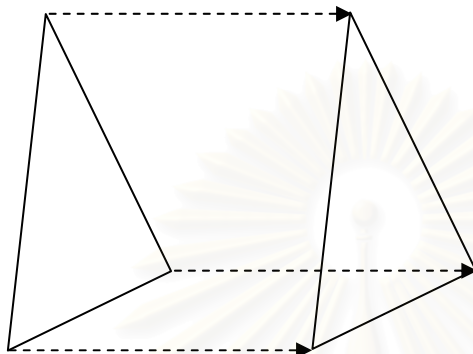
รูป F ก่อนการหมุน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**

รูป F' หลังการหมุน จะเรียกว่า **ภาพ**

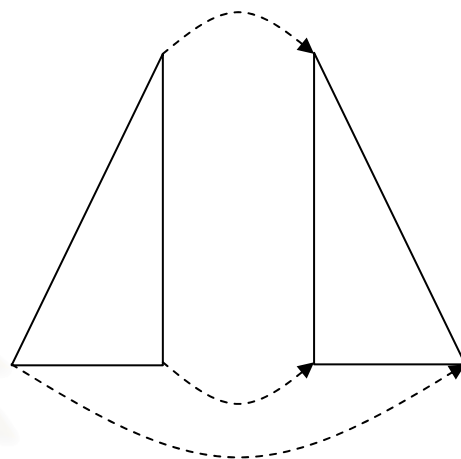
ศูนย์บริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เอกสารการเรียนรู้ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิตเบื้องต้น

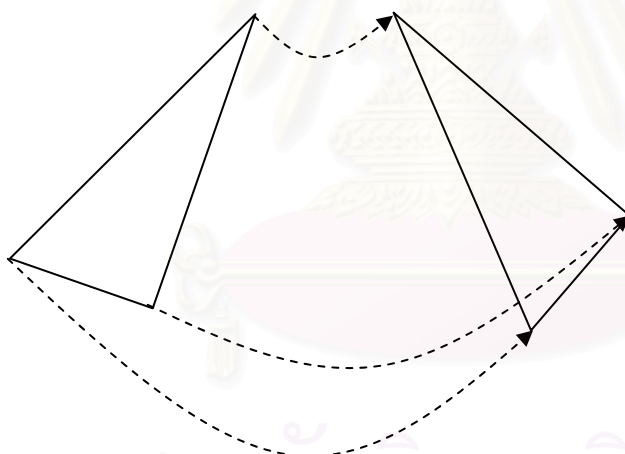
การเปลี่ยนแปลงของรูปเรขาคณิตเบื้องต้น ซึ่งรูปเรขาคณิตใดๆ สามารถเปลี่ยนแปลงได้หลายรูปแบบดังตัวอย่างต่อไปนี้



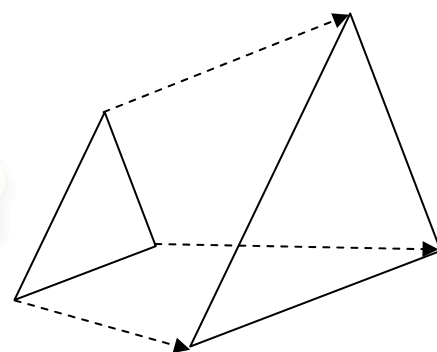
เลื่อนไปทางขวา



พลิกตามแนวตั้ง



หมุนทวนเข็มนาฬิกา



ขยายขนาด

การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในตัวอย่างนั้น ในทางเรขาคณิตถือเป็นการจับคู่ระหว่างจุดของรูปแรกไปยังจุดของรูปที่สอง ซึ่งเรียกการจับคู่ลักษณะนี้ว่า **การส่ง** (mapping) เราเรียกรูปเรขาคณิตก่อนการแปลงว่า **รูปต้นแบบ** (pre-image) และรูปเรขาคณิตที่ได้หลังจากการแปลงว่า **ภาพ** (image) โดยทั่วไปจะใช้ A' แทนภาพของ รูปต้นแบบ A และใช้สัญลักษณ์ “ \longrightarrow ” แทนการส่งจาก A ไปยัง A'

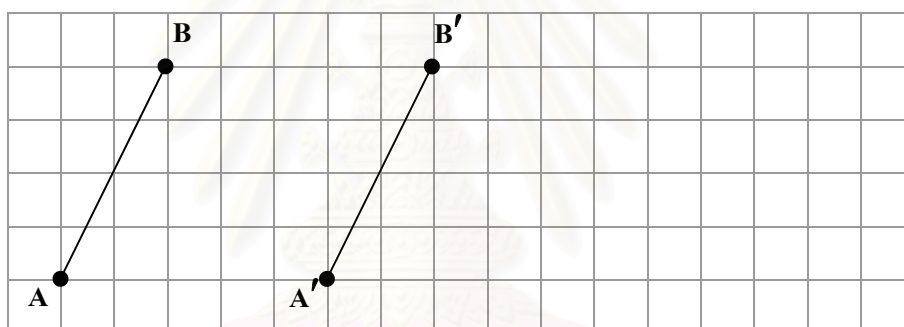
จากตัวอย่างเป็นการเปลี่ยนแปลงที่มีทั้งการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งและการเปลี่ยนแปลงขนาดของรูปเรขาคณิต ซึ่งเกิดจากการส่งจุดทุกจุดของรูปต้นแบบไปยังภาพ โดยจุดเพียงหนึ่งจุดถูกส่งไปจับคู่กับจุดเพียงจุดเดียวและจับคู่ครบทุกจุด เราเรียกว่าการจับคู่แบบสมนัยหนึ่งต่อหนึ่ง

ดังนั้น การแปลง (transformations) คือ การดำเนินการซึ่งเสมือนทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในเรื่องตำแหน่ง และ/หรือ รูปทรง และ/หรือ ขนาดของวัตถุ

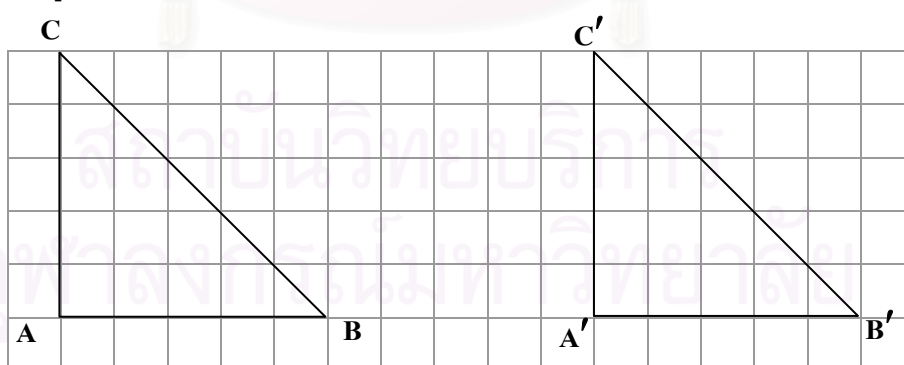
และเรียกการเปลี่ยนแปลงของรูปเรขาคณิตโดยการจับคู่จุดบนรูปต้นแบบไปยังจุดบนภาพแบบสมนัยหนึ่งต่อหนึ่งว่า “การแปลงทางเรขาคณิต” (geometric transformations) และเรียกคู่จุดบนรูปต้นแบบและภาพของจุดนั้นๆ ที่เกิดจากการแปลงทางเรขาคณิตว่า **จุดสมนัย**

ให้นักเรียนพิจารณาการเปลี่ยนตำแหน่งของส่วนของเส้นตรง และรูปเรขาคณิตบนระนาบต่อไปนี้

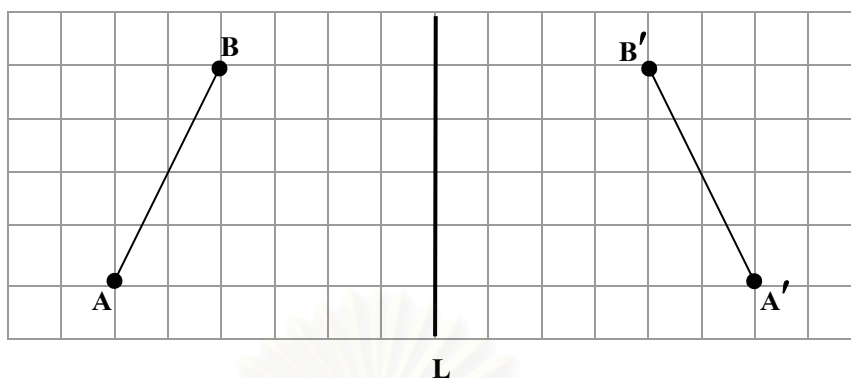
1. เมื่อเลื่อนส่วนของเส้นตรง AB ขนานกับแนวราบไปทางขวา 5 หน่วย



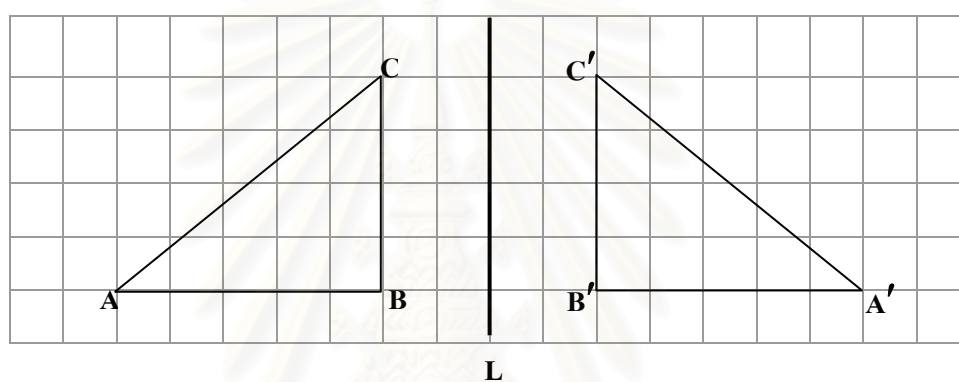
2. เมื่อเลื่อนรูปสามเหลี่ยม ABC ตามแนวราบไปทางขวา 10 หน่วย



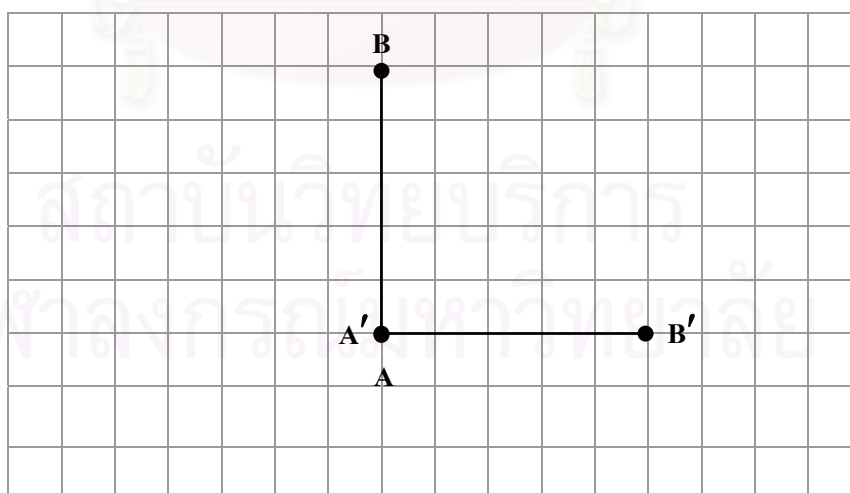
3. เมื่อพลิกส่วนของเส้นตรง AB ข้ามแนวส่วนของเส้นตรง L



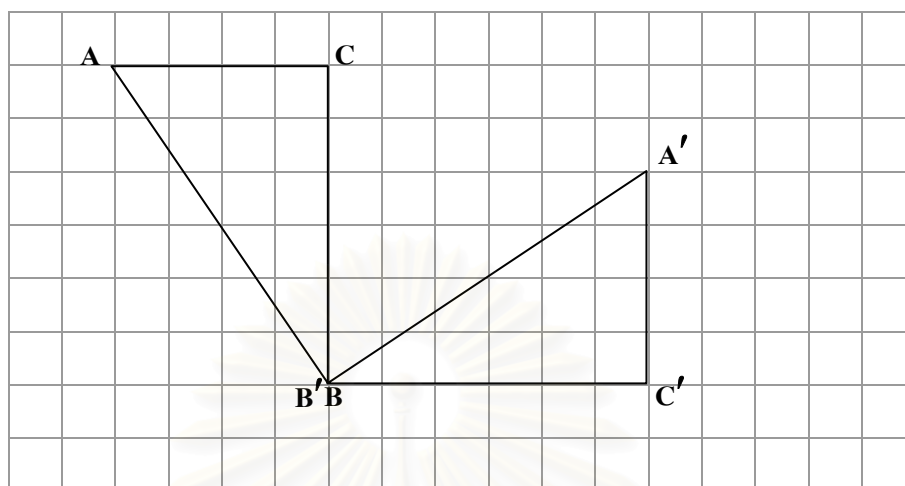
4. เมื่อพลิกรูปสามเหลี่ยม ABC ข้ามแนวส่วนของเส้นตรง L



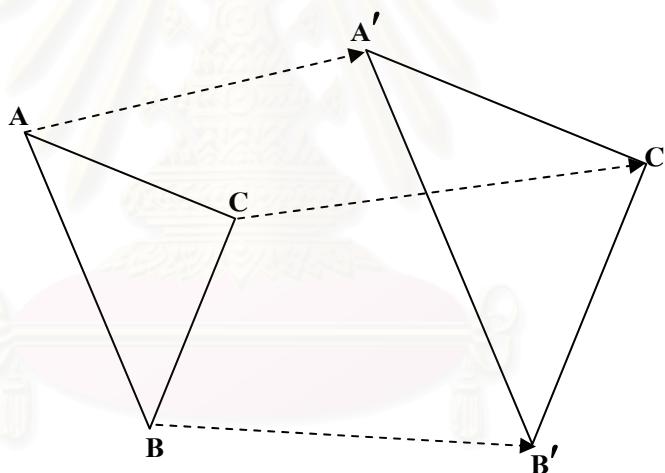
5. เมื่อหมุนส่วนของเส้นตรง AB ซึ่ง A เป็นจุดหมุน ไปในทิศตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา



6. ให้ B เป็นจุดหมุน แล้วหมุนรูปสามเหลี่ยม ABC ในทิศทางตามเข็มนาฬิกาไปเป็นมุม 90 องศา



ให้นักเรียนพิจารณารูปต่อไปนี้



กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม $A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการแปลงรูปสามเหลี่ยม ABC

โดยมี จุด A และจุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด B และจุด B' เป็นจุดที่สมนัยกัน

และ จุด C และจุด C' เป็นจุดที่สมนัยกัน

เราทราบว่า ส่วนของเส้นตรง AB กับ ส่วนของเส้นตรง $A'B'$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

ส่วนของเส้นตรง BC กับ ส่วนของเส้นตรง $B'C'$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

ส่วนของเส้นตรง CA กับ ส่วนของเส้นตรง $C'A'$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

ซึ่งเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่รูปต้นแบบและภาพมีลักษณะที่คล้ายกันเท่านั้น

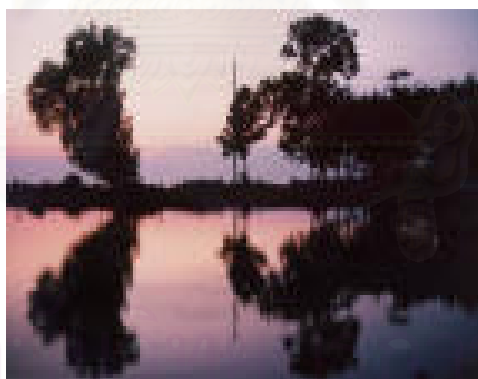
สำหรับการแปลงทางเรขาคณิตที่กำหนดให้เป็นสาระการเรียนรู้พื้นฐานในหลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เน้นเฉพาะการแปลงทางเรขาคณิตที่เสมือนเป็นการดำเนินการที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในเรื่องของตำแหน่งเท่านั้น ส่วนรูปร่างและขนาดคงเดิม ซึ่งกล่าวได้ว่ารูปต้นแบบและภาพเท่ากันทุกประการ

ในที่นี้จะกล่าวถึงการแปลงทางเรขาคณิต 3 แบบ ได้แก่ การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน การแปลงทางเรขาคณิตทั้งสามแบบนี้จะได้ภาพที่มีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบเสมอ

ตัวอย่าง การแปลงที่เป็นการเลื่อนขนานในชีวิตประจำวัน



ตัวอย่าง การแปลงที่เป็นการสะท้อนในชีวิตประจำวัน



ตัวอย่าง การแปลงที่เป็นการหมุนในชีวิตประจำวัน



ตัวอย่างกิจกรรมที่ 1.4

ให้นักเรียนพิจารณาลักษณะเสมือนการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปต่อไปนี้ แล้วจงระบุว่ารูปใดเป็นรูปต้นแบบและภาพ

1. เมื่อเลื่อนรูป A ขนานกับแนวราบไปทางขวา

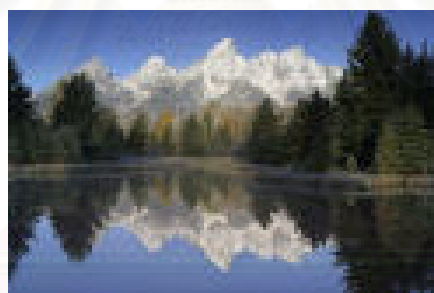


.....

.....

2. รูปภูเขาและต้นไม้ที่สะท้อนอยู่ในน้ำ

รูป A →



รูป A' →

.....

.....

3. รูปพัดลม



“ถ้านักเรียนเปิดพัดลม นักเรียนก็จะเห็นใบพัดของพัดลมหมุน”

ใบพัดลมก่อนการหมุน จะเรียกว่า.....

ใบพัดลมหลังการหมุน จะเรียกว่า.....

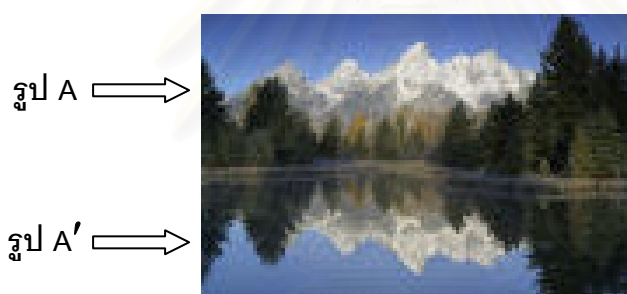
เฉลยกิจกรรมที่ 1.4

1. เมื่อเลื่อนรูป A ขนานกับแนวราบไปทางขวา



รูป A ก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
รูป A' หลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **ภาพ**

2. รูปภูเขาและต้นไม้ที่สะท้อนอยู่ในน้ำ



รูป A ก่อนการสะท้อน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
รูป A' หลังการสะท้อน จะเรียกว่า **ภาพ**

3. รูปพัดลม

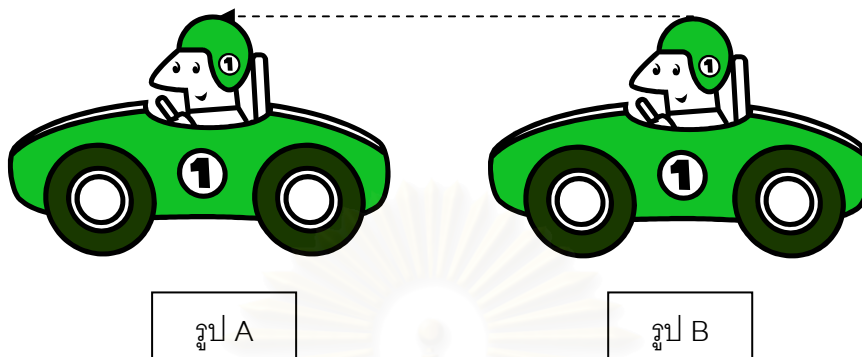


“ถ้านักเรียนเปิดพัดลม นักเรียนก็จะเห็นใบพัดของพัดลมหมุน”

ใบพัดลมก่อนการหมุน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
ใบพัดลมหลังการหมุน จะเรียกว่า **ภาพ**

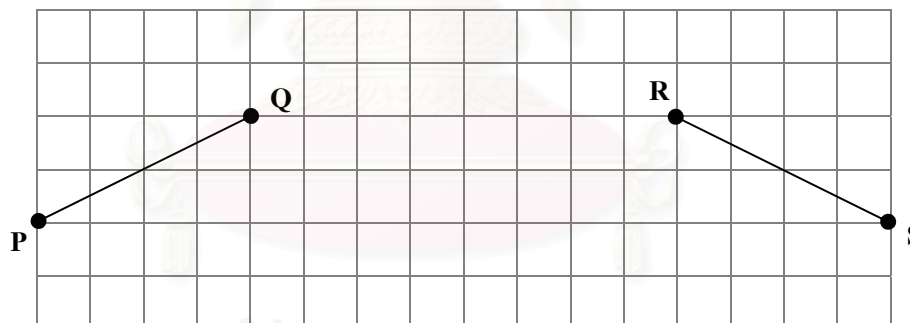
ตัวอย่างเอกสารแบบฝึก

1. เมื่อเลื่อนรูปที่กำหนดให้ ขนานกับแนวราบไปทางซ้าย (1 คะแนน)

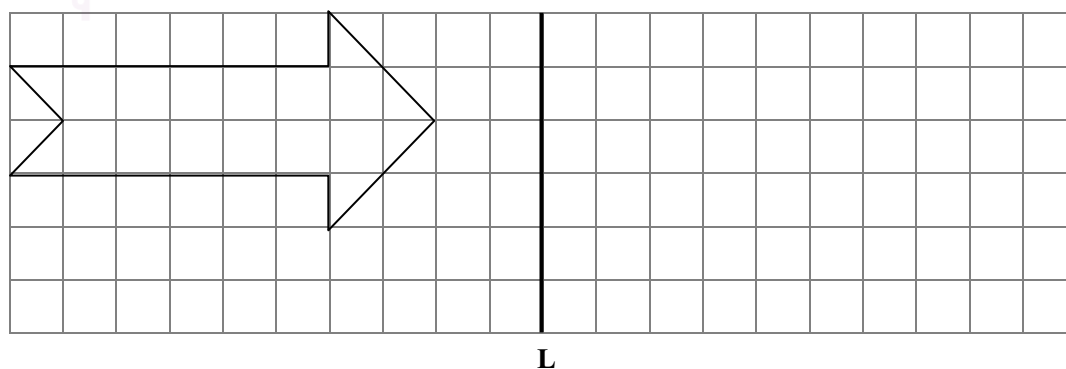


รูป B ก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า.....
รูป A หลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า.....

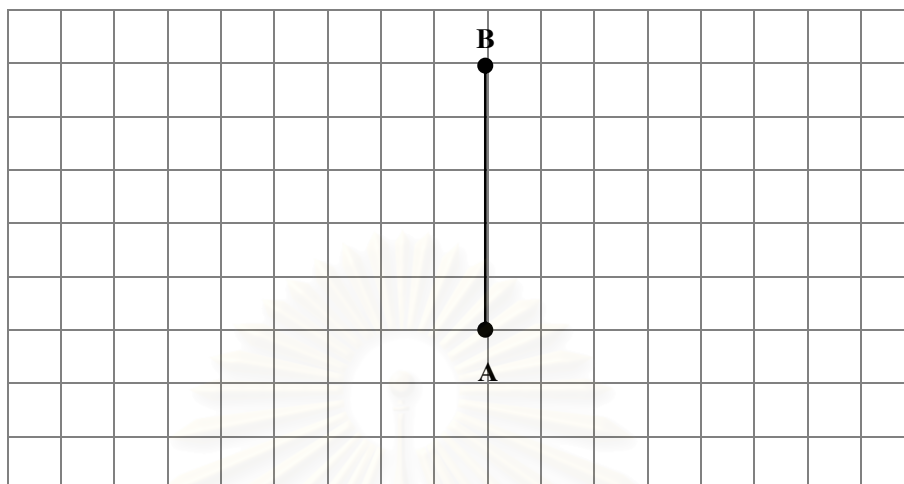
2. เมื่อเลื่อนส่วนของเส้นตรง RS ขนานกับแนวราบไปทางซ้าย 3 หน่วย และเลื่อนส่วนของเส้นตรง PQ ขนานกับแนวราบไปทางขวา 3 หน่วย จงเขียนภาพที่ได้จากการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปต้นแบบ (2 คะแนน)



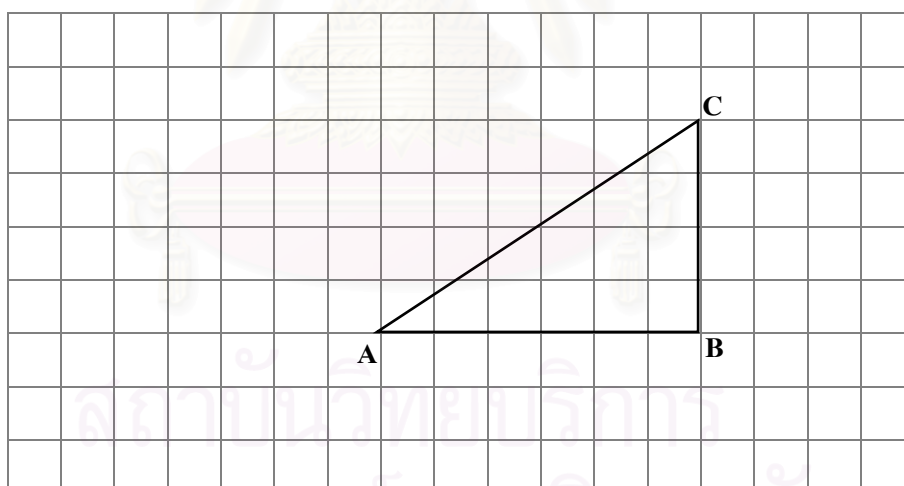
3. เมื่อพลิกรูปเรขาคณิต ข้ามแนวส่วนของเส้นตรง L จงเขียนภาพที่ได้จากการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปต้นแบบ (2 คะแนน)



4. เมื่อหมุนส่วนของเส้นตรง AB ซึ่ง A เป็นจุดหมุน ไปในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา จงเขียนภาพที่ได้จากการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปต้นแบบ (2 คะแนน)



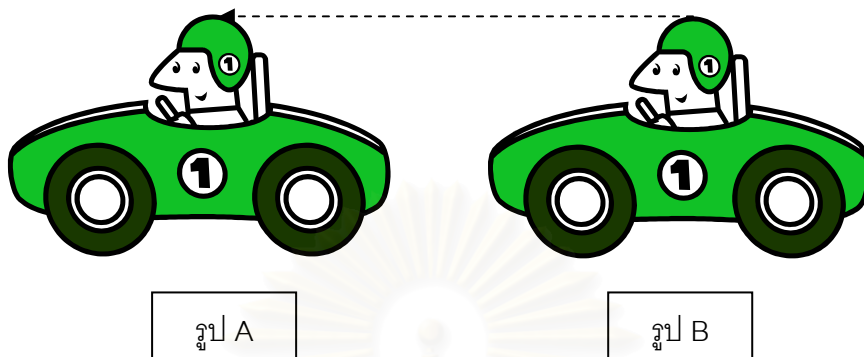
5. ให้ A เป็นจุดหมุน แล้วหมุนรูปสามเหลี่ยม ABC ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาไปเป็นมุม 90 องศา จงเขียนภาพที่ได้จากการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปต้นแบบ (3 คะแนน)



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

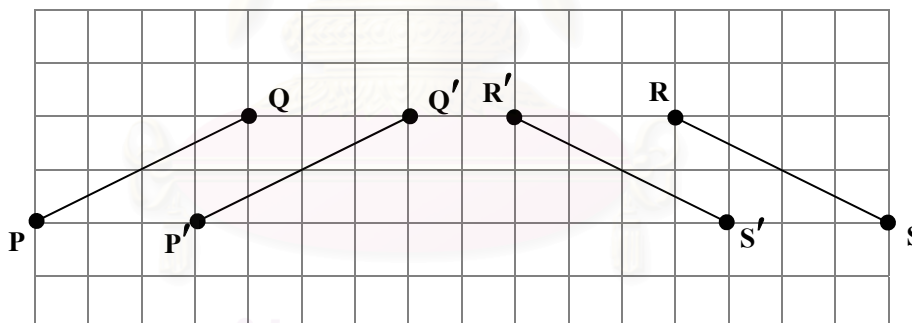
เจดยแบบฝึกหัด

1. เมื่อเลื่อนรูปที่กำหนดให้ ขนานกับแนวราบไปทางซ้าย (1 คะแนน)

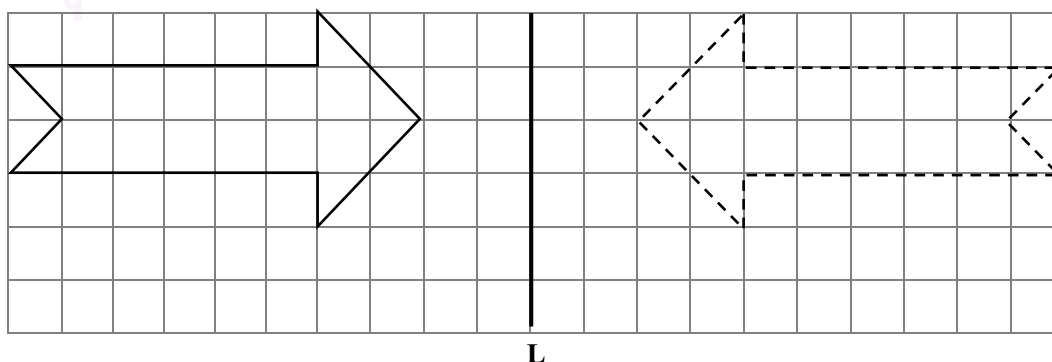


รูป B ก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
รูป A หลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **ภาพ**

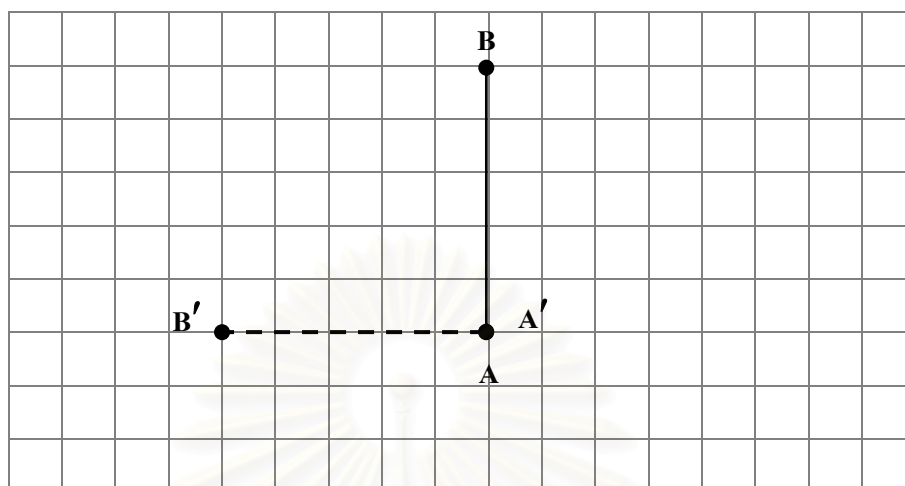
2. เมื่อเลื่อนส่วนของเส้นตรง RS ขนานกับแนวราบไปทางซ้าย 3 หน่วย และเลื่อนส่วนของเส้นตรง PQ ขนานกับแนวราบไปทางขวา 3 หน่วย จงเขียนภาพที่ได้จากการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปต้นแบบ (2 คะแนน)



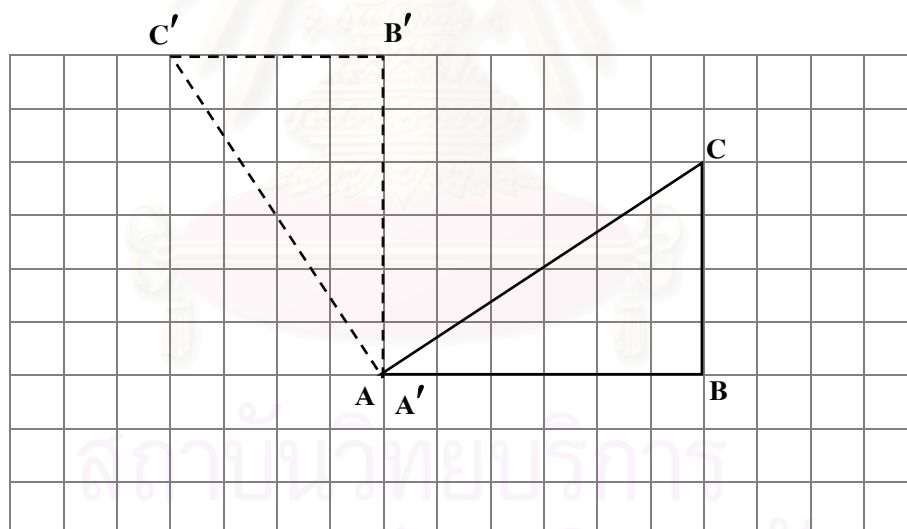
3. เมื่อพลิกรูปเรขาคณิต ข้ามแนวส่วนของเส้นตรง L จงเขียนภาพที่ได้จากการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปต้นแบบ (2 คะแนน)



4. เมื่อหมุนส่วนของเส้นตรง AB ซึ่ง A เป็นจุดหมุน ไปในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา จงเขียนภาพที่ได้จากการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปต้นแบบ (2 คะแนน)



5. ให้ A เป็นจุดหมุน แล้วหมุนรูปสามเหลี่ยม ABC ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาไปเป็นมุม 90 องศา จงเขียนภาพที่ได้จากการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปต้นแบบ (3 คะแนน)



กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง การเลื่อนขนาน
คณิตศาสตร์ สาระพื้นฐาน สำนวนการเลื่อนขนาน

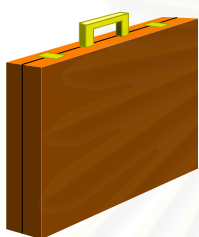
เวลาเรียน 1 ชั่วโมง
ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมการเรียนรู้

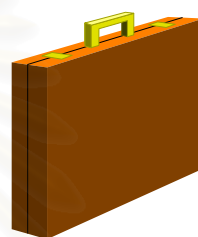
ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา

1. ครูกยกตัวอย่างการเลื่อนขนาน

ตัวอย่างที่ 1 “เมื่อเลื่อนรูปกระเป๋าขนานกับแนวราบไปทางขวา”



รูปต้นแบบ



ภาพ

รูปกระเป๋าก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
และเมื่อเลื่อนไปแล้ว รูปกระเป๋าหลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **ภาพ**

ตัวอย่างที่ 2 “เมื่อเลื่อนรูปสมุดขนานกับแนวราบไปทางซ้าย”



ภาพ



รูปต้นแบบ

รูปสมุดก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
และเมื่อเลื่อนไปแล้ว รูปสมุดหลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **ภาพ**

ตัวอย่างที่ 3 “รูปรถไฟฟ้าเคลื่อนที่ โดยการเลื่อนขนานไปตามราง”



รูปรถไฟฟ้าก่อนการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
และ รูปรถไฟฟ้าหลังการเลื่อนขนาน จะเรียกว่า **ภาพ**

ให้นักเรียนลองพิจารณาทิศทางของการเคลื่อนที่ ระยะห่างของจุดใดๆ บนรูปต้นแบบ กับภาพ และขนาดของรูปต้นแบบกับภาพของการเลื่อนขนาน เพื่อค้นหาความหมายและสมบัติเบื้องต้นของการเลื่อนขนาน โดยการทำกิจกรรมที่ 2.1

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป

2. ให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 2.2 แล้วให้นักเรียนสรุปความหมายของการเลื่อนขนาน และสมบัติเบื้องต้นของการเลื่อนขนาน โดยพิจารณาจากทิศทางของการเคลื่อนที่ ระยะห่างของจุดใดๆ บนรูปต้นแบบกับภาพ และขนาดของรูปต้นแบบกับภาพของการเลื่อนขนาน จนนักเรียนได้ข้อสรุปตรงกันของการเลื่อนขนาน (คำตอบที่น่าจะสรุปได้ คือ การเลื่อนขนานบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดบนรูปต้นแบบไปบนระนาบตามแนวเส้นตรง ในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด และสมบัติของการเลื่อนขนานดังนี้

- 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ
- 2) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน)

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3 – 5 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ในกิจกรรมที่ 2.3 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน เพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจความหมายและสมบัติของการเลื่อนขนานอย่างชัดเจน แล้วให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบความถูกต้องของสมบัติของการเลื่อนขนาน โดยพิจารณาจากการเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่มีกรพลิกรูป และส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะขนานกันและยาวเท่ากัน และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
5. ครูเพิ่มเติมให้นักเรียนได้ความรู้ตามสาระในเอกสารการเรียนรู้

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล

6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำกิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมที่ 2.4 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้ที่ได้รับ แล้วสุ่มตัวแทนมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
7. ครูใช้การถามตอบให้นักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับการเลื่อนขนานอีกครั้งหนึ่ง
8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น แล้วครูเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมทั้งสรุปคะแนนเพื่อเป็นการประเมินผล

สื่อการเรียนรู้

1. กระดาษลอกลาย ดินสอ
2. เอกสารการเรียนรู้
3. กิจกรรมที่ 2.1 – 2.4
4. เอกสารแบบฝึกหัด

กิจกรรมที่ 2 สสำรวจการเลื่อนขนาน

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 2.1

คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้ แล้วลองพิจารณาทิศทางของการเคลื่อนที่ ระยะห่างของจุดใดๆ บนรูปต้นแบบกับภาพ และขนาดของรูปต้นแบบกับภาพของการเลื่อนขนาน

อุปกรณ์ : กระดาษลอกลาย ดินสอ

ขั้นตอน :



วาดรูปเครื่องบินและลูกศรลงบนกระดาษลอกลาย

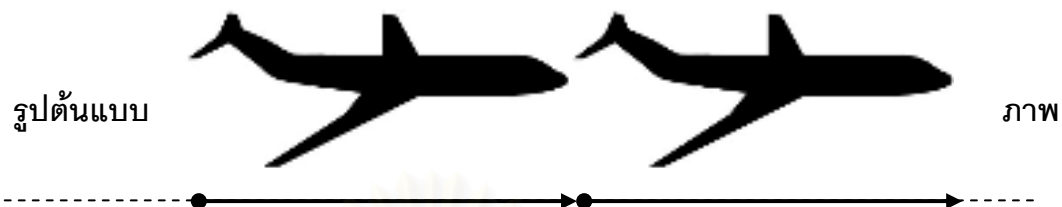
1. เลื่อนกระดาษลอกลายไปตามแนวเส้นประ โดยให้จุดปลาย (กลม) ของลูกศรของการเลื่อนบนกระดาษลอกลายมาอยู่ตรงปลายหัวลูกศร (แหลม)
2. ลอกลายรูปเครื่องบินลงในกระดาษที่ว่างตามตำแหน่งในข้อ 1
3. จะได้รูปที่เกิดจากการเลื่อนรูปตามลูกศรของการเลื่อนที่กำหนดดังรูปต่อไปนี้



จากกิจกรรมที่ 2.1 สามารถสรุปลักษณะที่สำคัญของการเลื่อนขนานได้ดังนี้

1. ภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบมีทิศทางและแนวการเคลื่อนที่ในลักษณะใด.....
2. ระยะห่างของจุดใดๆ บนรูปต้นแบบกับระยะห่างของจุดนั้นๆ บนภาพมีความสัมพันธ์กันอย่างไร.....
3. รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานทับกันสนิทหรือไม่.....
4. ผลที่ได้จากข้อ 3 รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานมีความสัมพันธ์กันอย่างไร.....

เฉลยกิจกรรมที่ 2.1



จากกิจกรรมที่ 2.1 สามารถสรุปลักษณะที่สำคัญของการเลื่อนขนานได้ดังนี้

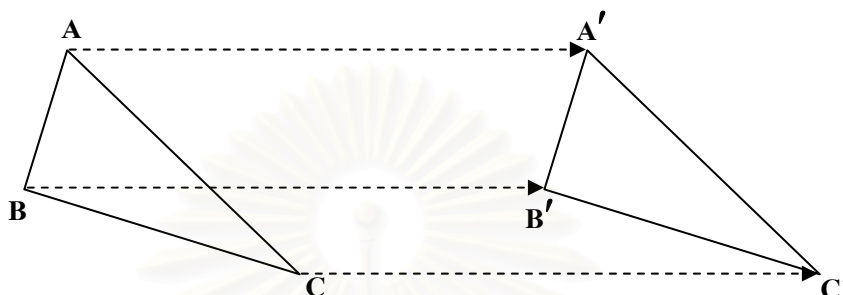
1. ภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบมีทิศทางและแนวการเคลื่อนที่ในแนว **เส้นตรง**
2. ระยะห่างของจุดใดๆ บนรูปต้นแบบกับระยะห่างของจุดนั้นๆ บนภาพมีขนาด **เท่ากัน**
3. **ทับกันได้สนิท**
4. รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานมีขนาด **เท่ากันทุกประการ**

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 2.2

คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

กำหนด $\triangle ABC$ เป็นรูปต้นแบบ และ $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน $\triangle ABC$ ไปในทิศทางและระยะทางตามที่กำหนดดังรูป



ให้นักเรียนสำรวจการเลื่อนขนานข้างต้นและตอบคำถามต่อไปนี้

1. $\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$, $\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$ และ $\overline{CA} \parallel \overline{C'A'}$ ใช่หรือไม่.....
2. จากคำตอบของข้อ 1 นักเรียนคิดว่าแต่ละด้านของรูปต้นแบบกับภาพของแต่ละด้านที่ได้จากการเลื่อนขนานนั้นจำเป็นต้องขนานกันหรือไม่
3. $AB = A'B'$, $BC = B'C'$ และ $CA = C'A'$ ใช่หรือไม่.....
4. ใช้กระดาษลอกลายลอก $\triangle ABC$ แล้วเลื่อนตามลูกศรไปทับ $\triangle A'B'C'$ โดยไม่ต้องพลิกกระดาษลอกและตรวจสอบดูว่า $\triangle ABC$ ทับ $\triangle A'B'C'$ ได้สนิทหรือไม่

.....

จากการทำกิจกรรมจะได้ว่า

$\triangle A'B'C'$ มีรูปร่าง.....กับ $\triangle ABC$ และมีขนาด.....กับ $\triangle ABC$

จากการทำกิจกรรมที่ 2.2 สามารถสรุปได้ว่าการเลื่อนขนาน คือ.....

.....

สมบัติของการเลื่อนขนานดังนี้

.....

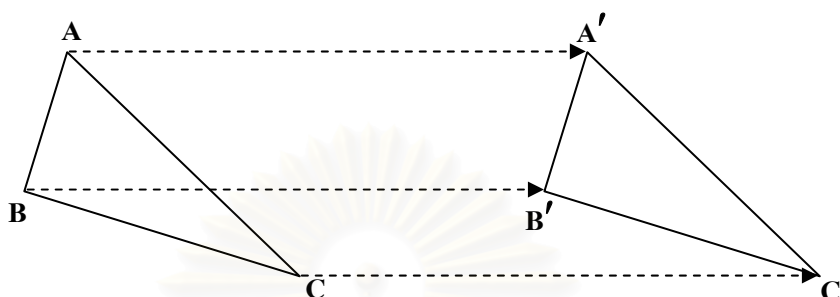
.....

.....

.....

เฉลยกิจกรรมที่ 2.2

กำหนด $\triangle ABC$ เป็นรูปต้นแบบ และ $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน $\triangle ABC$ ไปในทิศทางและระยะทางตามที่กำหนดดังรูป



ให้นักเรียนสำรวจการเลื่อนขนานข้างต้นและตอบคำถามต่อไปนี้

- $\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$, $\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$ และ $\overline{CA} \parallel \overline{C'A'}$ ใช่หรือไม่ ใช่
- จากคำตอบของข้อ 1 นักเรียนคิดว่าแต่ละด้านของรูปต้นแบบกับภาพของแต่ละด้านที่ได้จากการเลื่อนขนานนั้นจำเป็นต้องขนานกันหรือไม่ **ขนานกัน**
- $AB = A'B'$, $BC = B'C'$ และ $CA = C'A'$ ใช่หรือไม่ ใช่
- ใช้กระดาษลอกลายลอก $\triangle ABC$ แล้วเลื่อนตามลูกศรไปทับ $\triangle A'B'C'$ โดยไม่ต้องพลิกกระดาษลอกและตรวจสอบดูว่า $\triangle ABC$ ทับ $\triangle A'B'C'$ ได้สนิทหรือไม่

$\triangle ABC$ ทับ $\triangle A'B'C'$ ได้สนิท

จากการทำกิจกรรมจะได้ว่า

$\triangle A'B'C'$ มีรูปร่าง **เหมือนกัน** กับ $\triangle ABC$ และมีขนาด **เท่ากัน** กับ $\triangle ABC$

จากการทำกิจกรรมที่ 2.2 สามารถสรุปได้ว่าการเลื่อนขนาน คือ การแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดบนรูปต้นแบบไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด

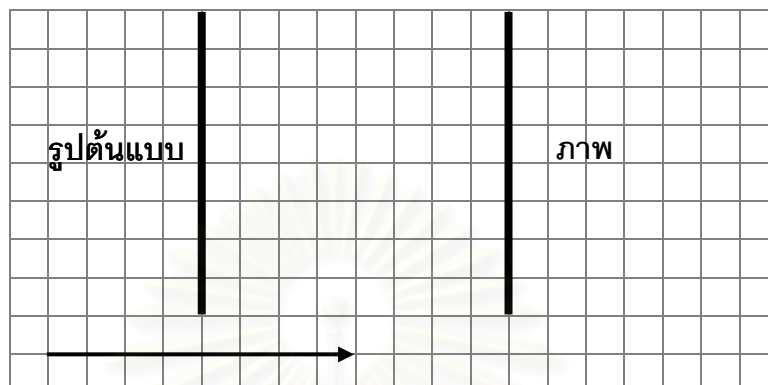
สมบัติของการเลื่อนขนานดังนี้

- รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ
- ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 2.3

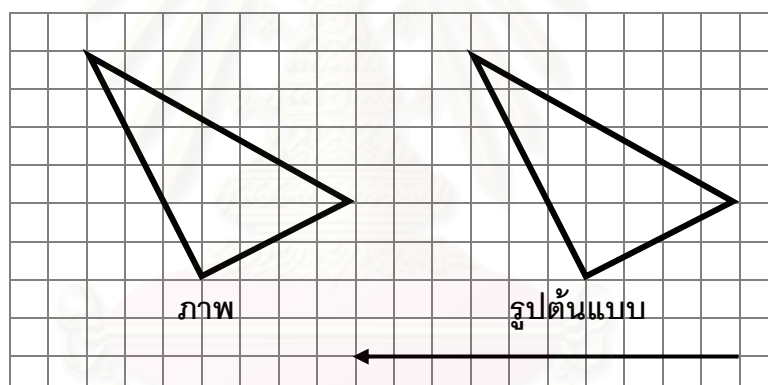
คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณาการเลื่อนขนานตามทิศทางและขนาดของลูกศรในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.



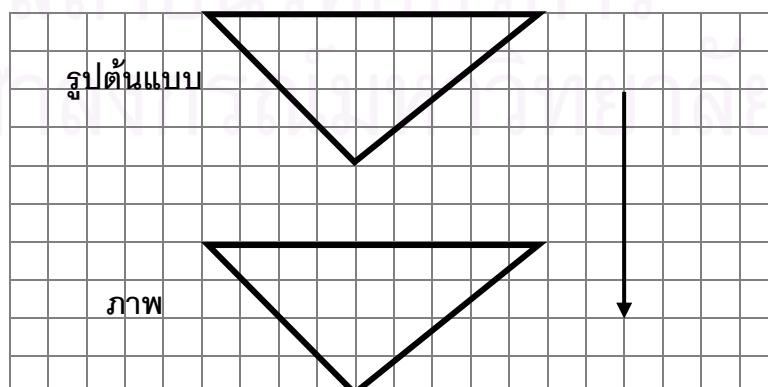
ภาพที่ได้เกิดจากเลื่อนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบไปทางขวา 8 หน่วย

2.



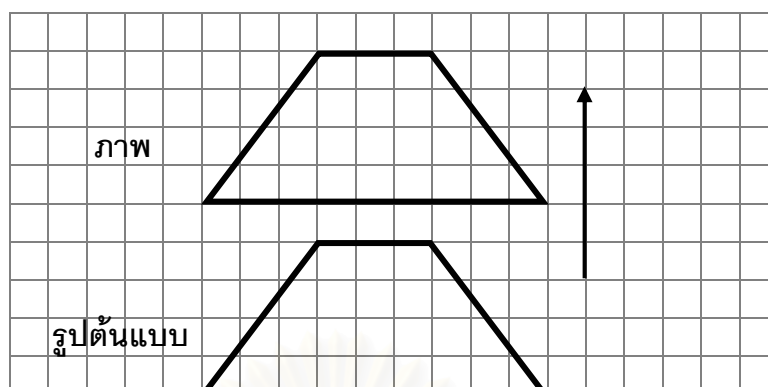
ภาพที่ได้เกิดจากเลื่อนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบไปทางซ้าย 10 หน่วย

3.



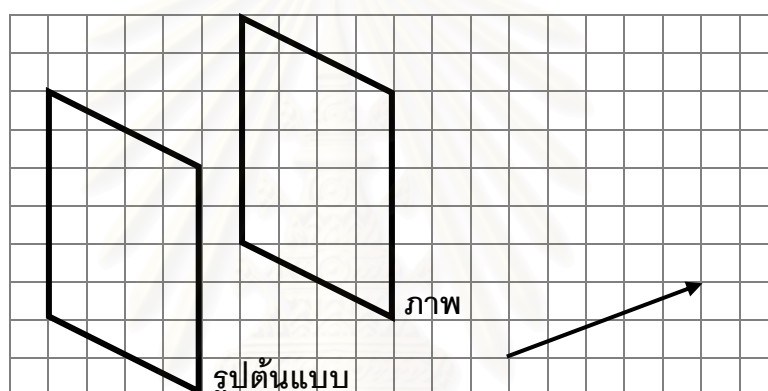
ภาพที่ได้เกิดจากเลื่อนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบไปด้านล่าง.....หน่วย

4.



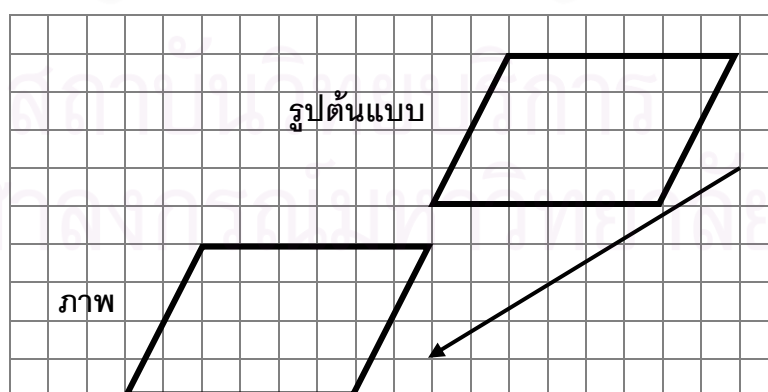
ภาพที่ได้เกิดจากเลื่อนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบไปด้านบน.....หน่วย

5.



ภาพที่ได้เกิดจากเลื่อนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบไปทางขวา.....หน่วย
และเลื่อนไปด้านบน.....หน่วย

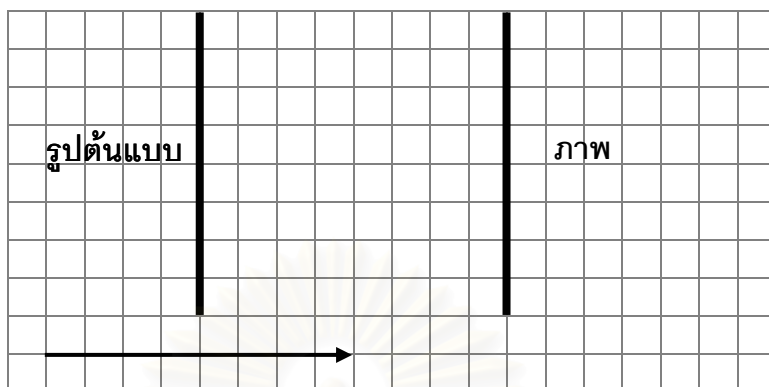
6.



ภาพที่ได้เกิดจากเลื่อนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบไปทางซ้าย.....หน่วย
และเลื่อนไปด้านล่าง.....หน่วย

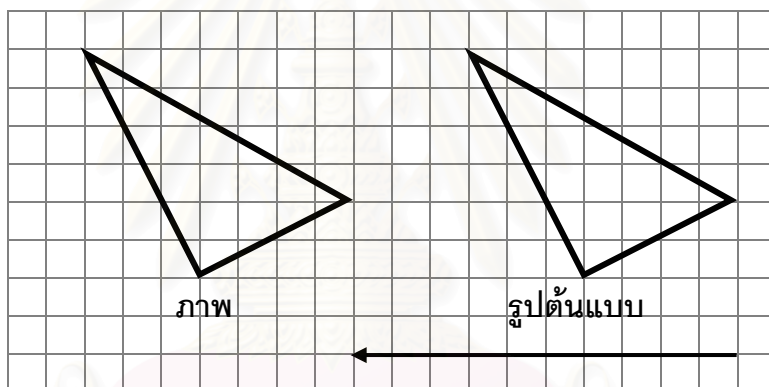
เฉลยกิจกรรมที่ 2.3

1.



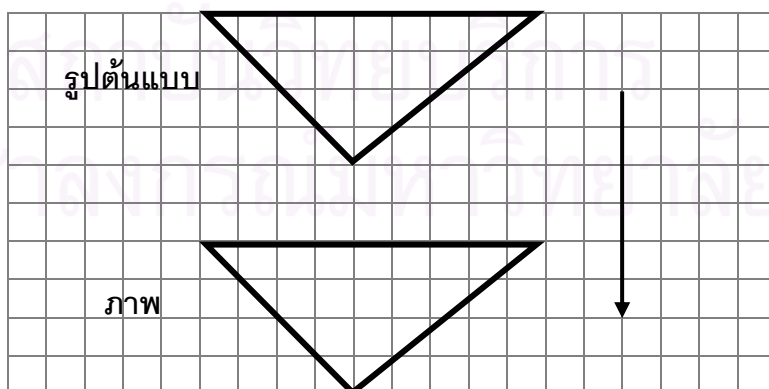
ภาพที่ได้เกิดจากเลื่อนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบไปทางขวา 8 หน่วย

2.



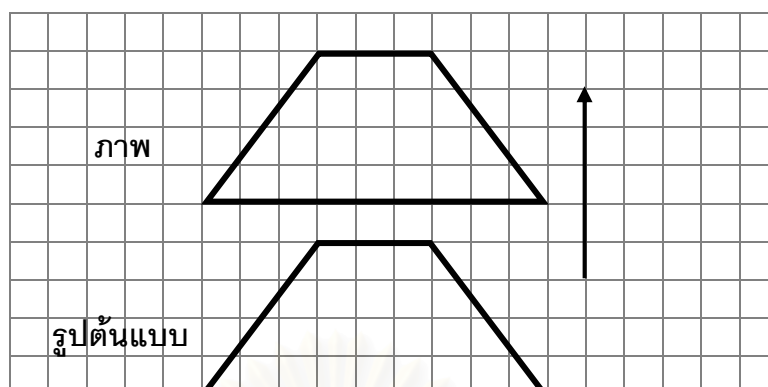
ภาพที่ได้เกิดจากเลื่อนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบไปทางซ้าย 10 หน่วย

3.



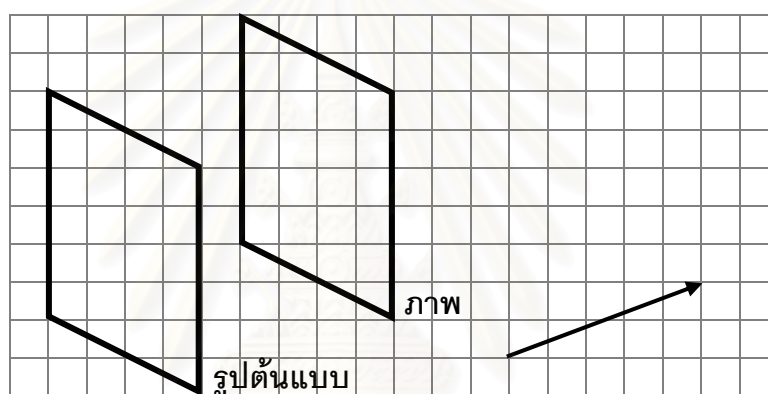
ภาพที่ได้เกิดจากเลื่อนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบไปด้านล่าง 6 หน่วย

4.



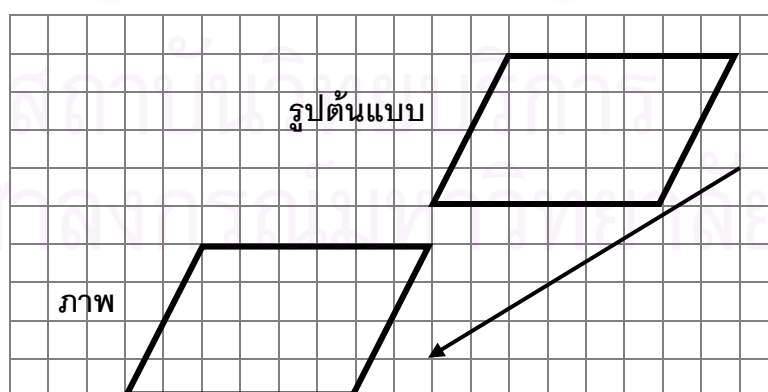
ภาพที่ได้เกิดจากเลื่อนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบไปด้านบน 5 หน่วย

5.



ภาพที่ได้เกิดจากเลื่อนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบไปทางขวา 5 หน่วย
และเลื่อนไปด้านบน 2 หน่วย

6.



ภาพที่ได้เกิดจากเลื่อนจุดทุกจุดของรูปต้นแบบไปทางซ้าย 8 หน่วย
และเลื่อนไปด้านล่าง 5 หน่วย

เอกสารการเรียนรู้ เรื่อง การเลื่อนขนาน

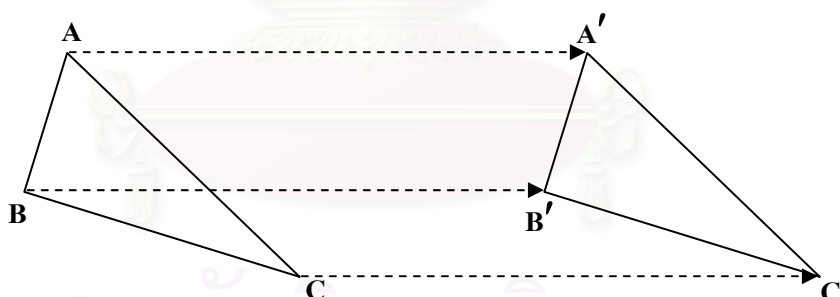
ความหมายของการเลื่อนขนาน

การเลื่อนขนานบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดบนรูปต้นแบบไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด

สมบัติของการเลื่อนขนาน

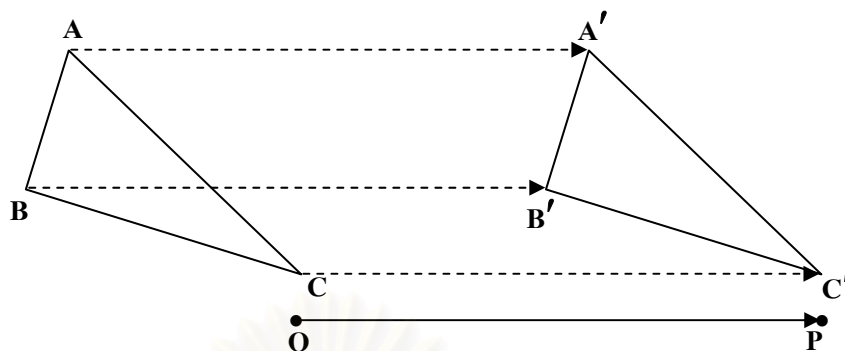
1. สามารถเลือกรูปต้นแบบไปทับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ
2. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน

ตัวอย่าง กำหนด $\triangle ABC$ เป็นรูปต้นแบบ และ $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน $\triangle ABC$ ไปในทิศทางและระยะทางตามที่กำหนดดังรูป



จากรูป จะเห็นว่า มีการเลื่อนจุด A ไปที่ A' เลื่อนจุด B ไปที่ B' และเลื่อนจุด C ไปที่ C' ในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางเท่ากัน จะได้ว่า $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$ ขนานกันและยาวเท่ากัน

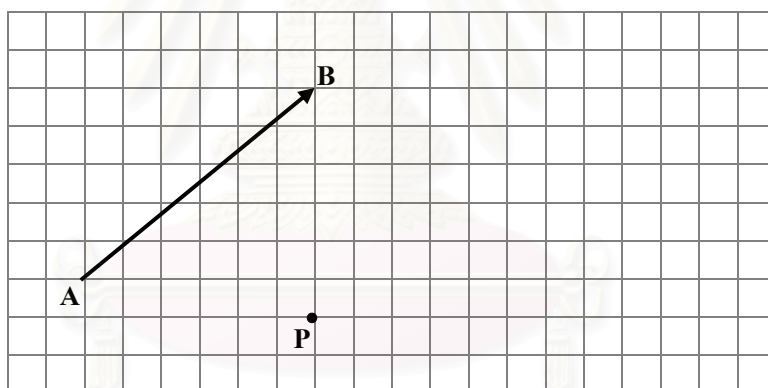
ในการบอกทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน จะใช้เวกเตอร์เป็นตัวกำหนด เช่น



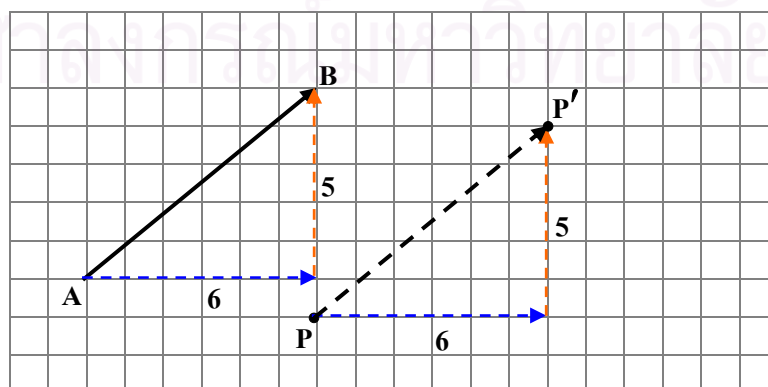
เวกเตอร์ OP อาจเขียนแทนด้วย \vec{OP} ซึ่ง \vec{OP} จะมีจุดเริ่มต้น O ไปยังจุดสิ้นสุด P และมีขนาดเท่ากับความยาวของ \overline{OP} ซึ่งจากตัวอย่างการเลื่อนขนานข้างต้นจะเห็นว่า

- 1) $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$ จะขนานกันกับ \overline{OP}
- 2) $AA' = BB' = CC' = OP$

พิจารณาการเลื่อนขนานจุด P ด้วย เวกเตอร์ AB



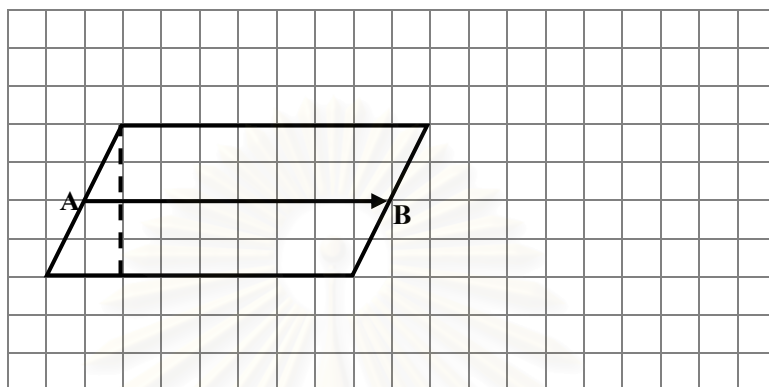
เลื่อนจุด P ไปทางขวาตามแนวแกน X 6 หน่วยและเคลื่อนขึ้นไปตามแนวแกน Y 5 หน่วย จะได้ตำแหน่งจุด P' ดังรูป



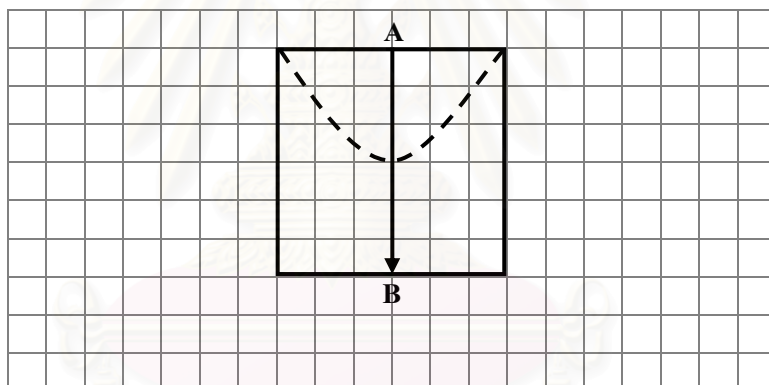
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 2.4

คำสั่ง ให้นักเรียนเขียนภาพที่เกิดจากการตัดรูปตามแนวเส้นประ แล้วเลื่อนขนานด้วยเวกเตอร์ AB ในแต่ละข้อต่อไปนี้

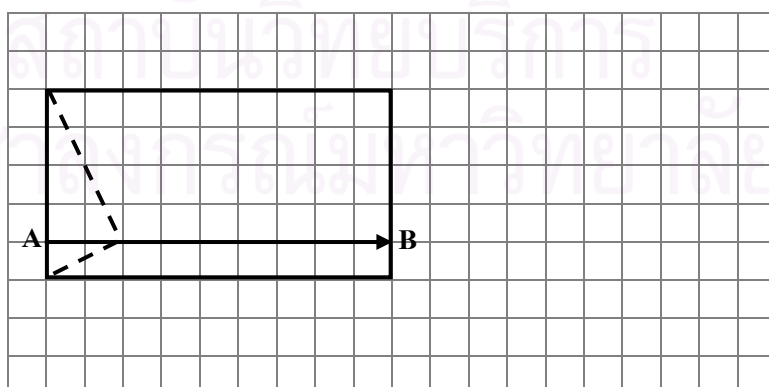
1.



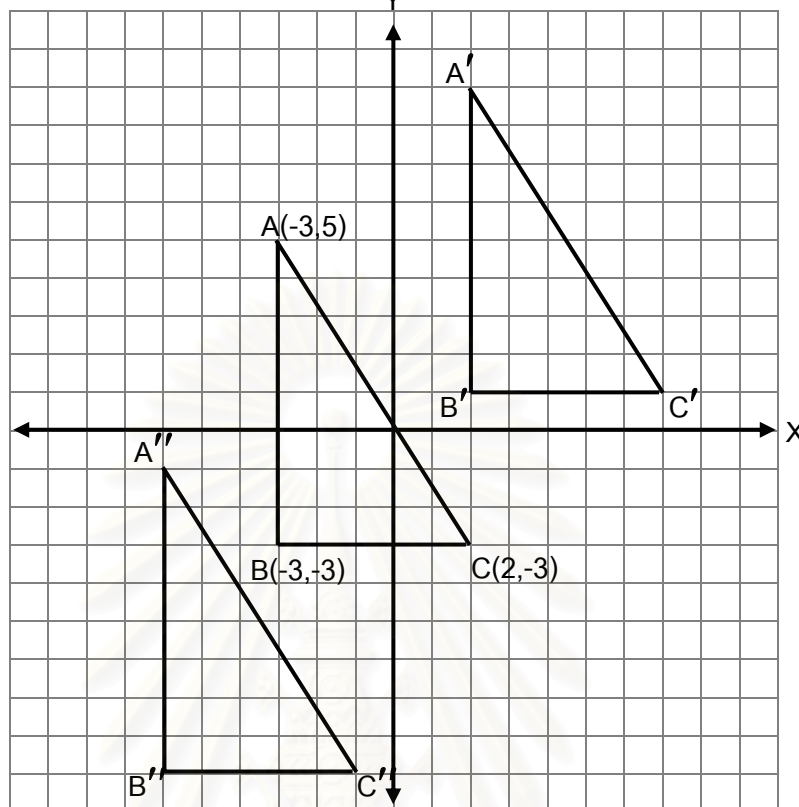
2.



3.



ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบและพิกัดของภาพของจุดนั้นๆ ของการเลื่อนขนานในระบบพิกัดฉากที่กำหนดให้



พิกัดบนรูปต้นแบบ	คู่อันดับแสดงทิศทางและขนาดของการเลื่อนขนาน	พิกัดบนภาพ	ความสัมพันธ์
A(-3,5)	(5,4)	A'(2,9)	$(-3) + 5 = 2$ $5 + 4 = 9$
B(-3,-3)	(5,4)		
C(2,-3)	(5,4)		
A(-3,5)	(-3,-6)	A''(-6,-1)	
B(-3,-3)	(-3,-6)		
C(2,-3)	(-3,-6)		

จากตารางจะเห็นว่าสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบ และพิกัดของภาพของจุดนั้นๆ ของการเลื่อนขนานได้ดังนี้

สำหรับจุด (x, y) ใดๆ เมื่อเลื่อนขนานด้วยคู่อันดับแสดงทิศทางและขนาดของการเลื่อน (a, b) และมีพิกัดของภาพเป็น (x', y') แล้วจะได้ว่า

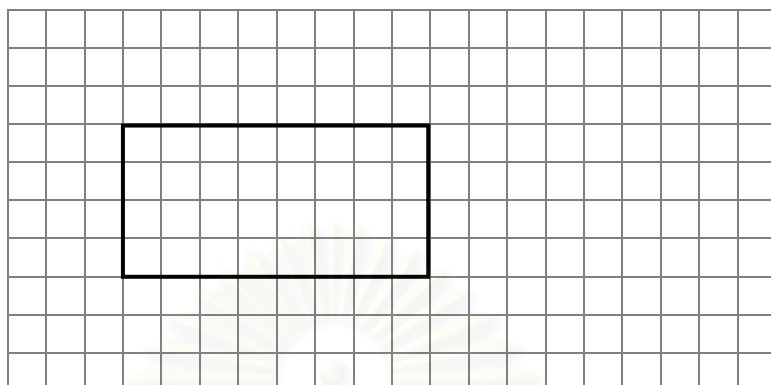
$(x', y') = \dots\dots\dots$



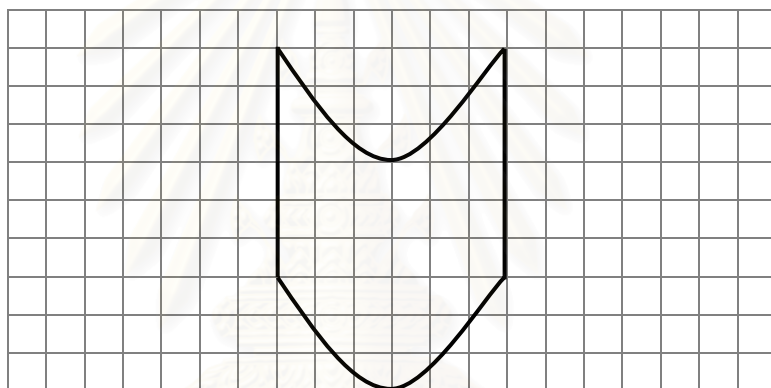
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยกิจกรรมที่ 2.4

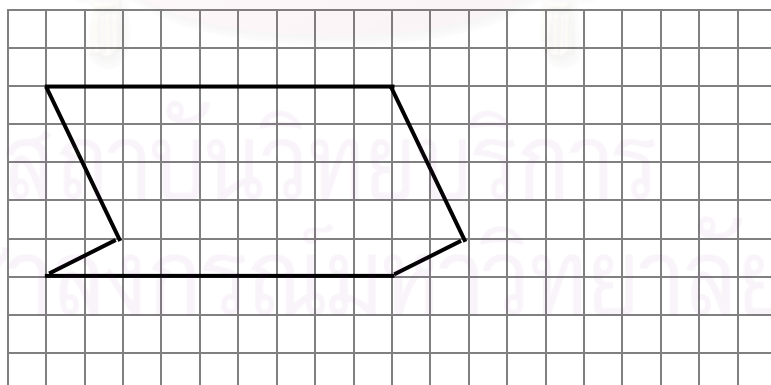
1.



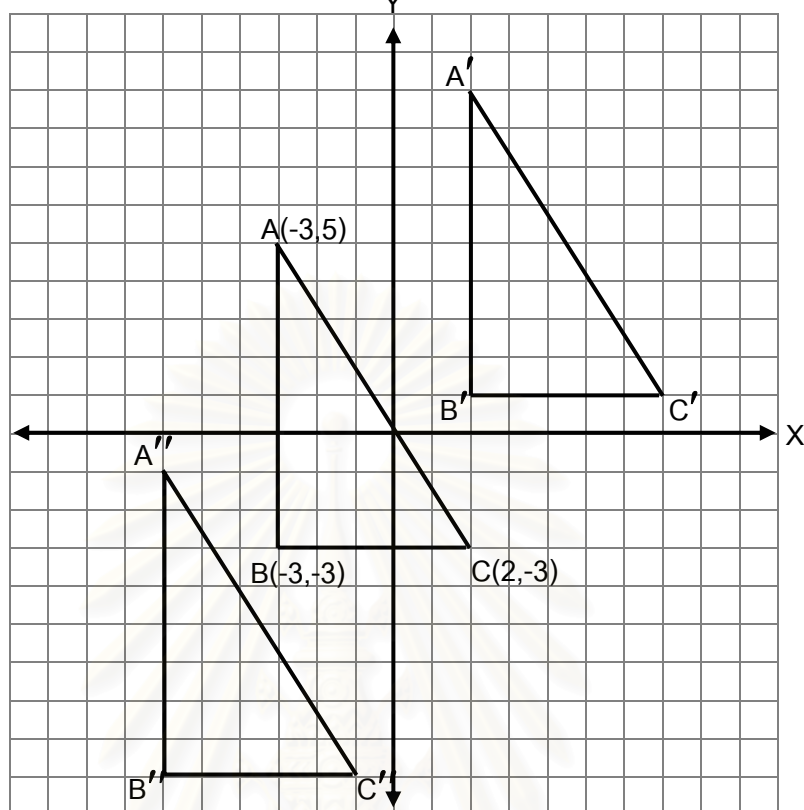
2.



3.



ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบและพิกัดของภาพของจุดนั้นๆ ของการเลื่อนขนานในระบบพิกัดฉากที่กำหนดให้



พิกัดบนรูปต้นแบบ	คู่อันดับแสดงทิศทางและขนาดของการเลื่อนขนาน	พิกัดบนภาพ	ความสัมพันธ์
A(-3,5)	(5,4)	A'(2,9)	$(-3) + 5 = 2$ $5 + 4 = 9$
B(-3,-3)	(5,4)	B'(2,1)	$(-3) + 5 = 2$ $(-3) + 4 = 1$
C(2,-3)	(5,4)	C'(7,1)	$2 + 5 = 7$ $(-3) + 4 = 1$
A(-3,5)	(-3,-6)	A''(-6,-1)	$(-3) + (-3) = -6$ $5 + (-6) = -1$
B(-3,-3)	(-3,-6)	B''(-6,-9)	$(-3) + (-3) = -6$ $(-3) + (-6) = -9$
C(2,-3)	(-3,-6)	C''(-1,-9)	$2 + (-3) = -1$ $(-3) + (-6) = -9$

จากตารางจะเห็นว่าสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบ และพิกัดของภาพของจุดนั้นๆ ของการเลื่อนขนานได้ดังนี้

สำหรับจุด (x, y) ใดๆ เมื่อเลื่อนขนานด้วยคู่อันดับแสดงทิศทางและขนาดของการเลื่อน (a, b) และมีพิกัดของภาพเป็น (x', y') แล้วจะได้ว่า

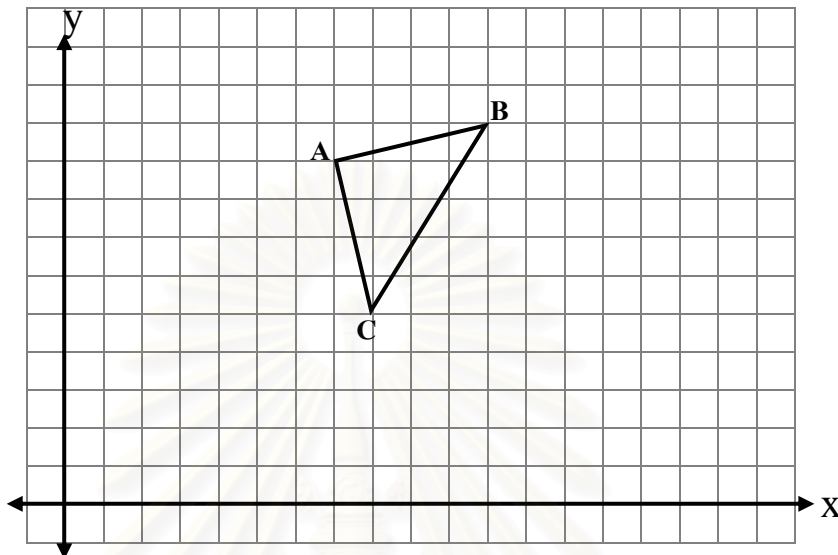
$$(x', y') = (x, y) + (a, b)$$



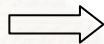
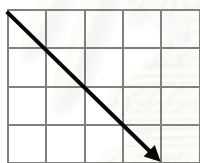
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างเอกสารแบบฝึกหัด

1. จงหาคู่อันดับของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปสามเหลี่ยม ABC ด้วยเวกเตอร์ (ลูกศรของการเลื่อนที่กำหนดให้) ในแต่ละข้อ (6 คะแนน)

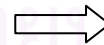
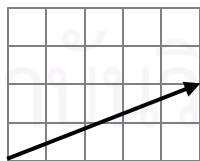


1)



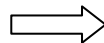
จุด A(7,9) \longrightarrow A'(,)
 จุด B(11,10) \longrightarrow B'(,)
 จุด C(8,5) \longrightarrow C'(,)

2)



จุด A(7,9) \longrightarrow A'(,)
 จุด B(11,10) \longrightarrow B'(,)
 จุด C(8,5) \longrightarrow C'(,)

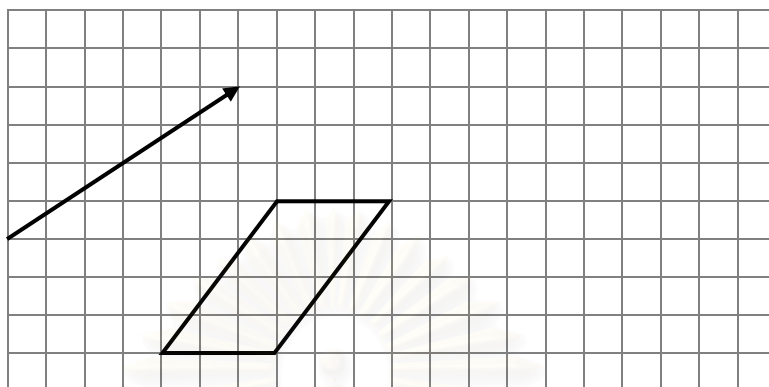
3)



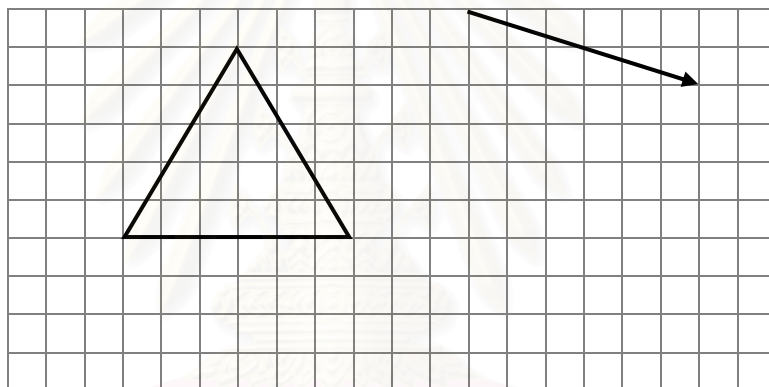
จุด A(7,9) \longrightarrow A'(,)
 จุด B(11,10) \longrightarrow B'(,)
 จุด C(8,5) \longrightarrow C'(,)

2. จงวาดภาพของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปด้วยเวกเตอร์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้
(4 คะแนน)

1)



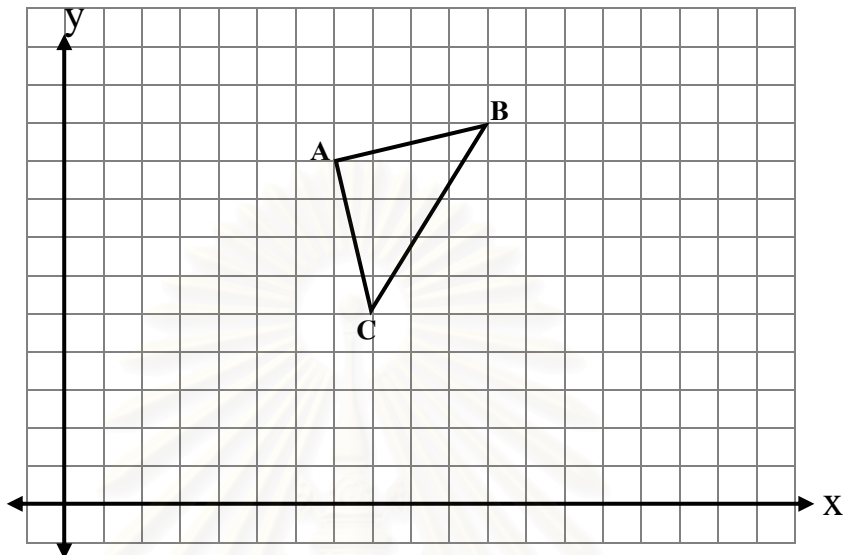
2)



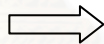
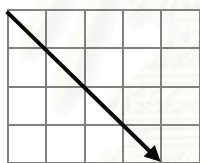
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยเอกสารแบบฝึกหัด

1. จงหาคู่อันดับของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานด้วยเวกเตอร์ (ลูกศรของการเลื่อนที่กำหนดให้) ในแต่ละข้อ (6 คะแนน)

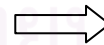
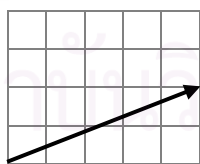


1)



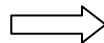
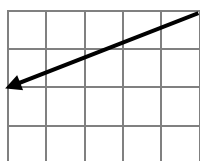
จุด A(7,9)	→	A'(11,5)
จุด B(11,10)	→	B'(15,6)
จุด C(8,5)	→	C'(12,1)

2)



จุด A(7,9)	→	A'(12,11)
จุด B(11,10)	→	B'(16,12)
จุด C(8,5)	→	C'(13,7)

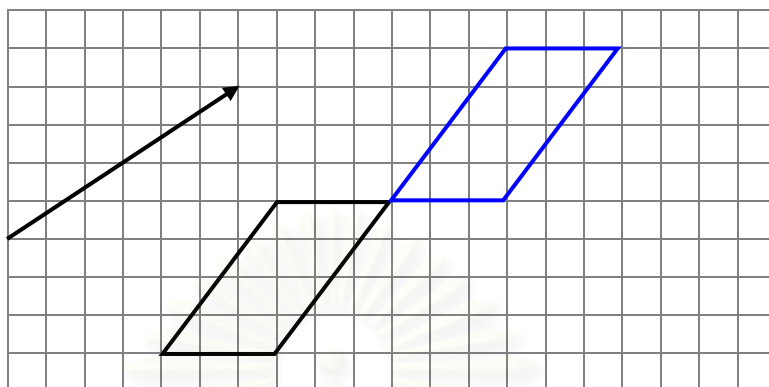
3)



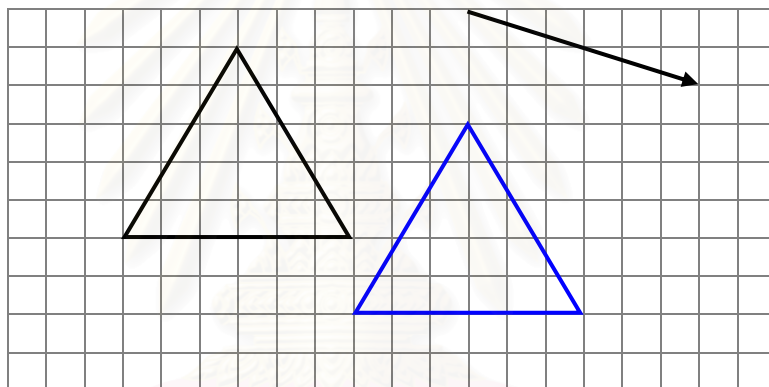
จุด A(7,9)	→	A'(2,7)
จุด B(11,10)	→	B'(6,8)
จุด C(8,5)	→	C'(3,3)

2. จงวาดภาพของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปด้วยเวกเตอร์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้
(4 คะแนน)

1)



2)



กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง การเลื่อนขนาน

เวลาเรียน 1 ชั่วโมง

คณิตศาสตร์ สาระภาพจากการเลื่อนขนานและการแก้ปัญหา

ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา

1. ครูยกตัวอย่างให้นักเรียนพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A หรือไม่

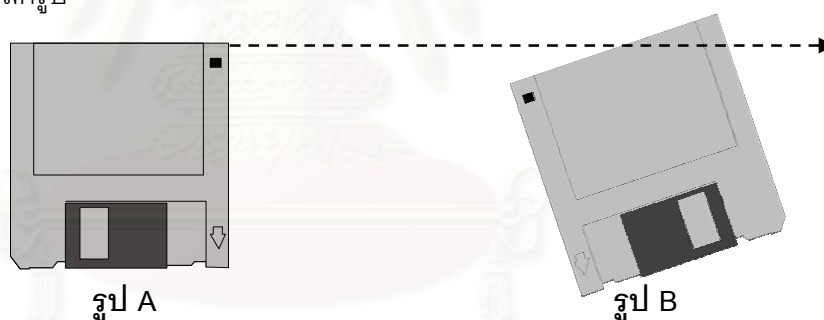
ตัวอย่างที่ 1



รูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A เพราะว่า เลื่อนรูป A ไปทับรูป B

ได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป

ตัวอย่างที่ 2



รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A เพราะว่า ส่วนของเส้นตรงบนรูป A และภาพของส่วนของเส้นตรงนั้นบนรูป B ไม่ขนานกัน

ตัวอย่างที่ 3



รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A เพราะว่า เมื่อเลื่อนรูป A ไปทับรูป B แล้วไม่สามารถทำให้รูปทั้งสองทับกันได้สนิท

ให้นักเรียนวิเคราะห์ว่ารูปที่กำหนดให้รูปหนึ่งเป็นผลจากการแปลงแบบการเลื่อนขนานของอีกรูปหนึ่งหรือไม่ แล้วให้นักเรียนลองพิจารณาว่าสามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท โดยไม่มีการพลิกรูป และส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้นหรือไม่ เพื่อค้นหาลักษณะของภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานโดยการทำกิจกรรมที่ 3.1

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป

2. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมที่ 3.1 แล้วให้นักเรียนสรุปลักษณะของภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน โดยให้นักเรียนวิเคราะห์จากสมบัติของการเลื่อนขนานที่นักเรียนทราบแล้วจนนักเรียนได้ข้อสรุปตรงกันของภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน (คำตอบที่น่าจะสรุปได้ คือ ลักษณะของภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน มีลักษณะดังนี้

- 1) สามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่มีการพลิกรูป
- 2) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้น)

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3 – 5 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมที่ 3.2 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้เรื่องภาพจากการเลื่อนขนานเพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจลักษณะของภาพที่ได้จากการแปลงแบบการเลื่อนขนานอย่างชัดเจน

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบความถูกต้องลักษณะของภาพที่ได้จากการแปลงแบบการเลื่อนขนานโดยพิจารณาจากการเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่มีการพลิกรูป และส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้น และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

5. ครูเพิ่มเติมให้นักเรียนได้ความรู้ตามสาระในเอกสารการเรียนรู้

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล

6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำกิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมที่ 3.3 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้ที่ได้รับ แล้วสุ่มตัวแทนมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

7. ครูใช้การถามตอบให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับภาพจากการเลื่อนขนานและการแก้ปัญหา อีกครั้งหนึ่ง
8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น แล้วครูเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมทั้งสรุปคะแนนเพื่อเป็นการประเมินผล

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารการเรียนรู้
2. กิจกรรมที่ 3.1 – 3.3
3. เอกสารแบบฝึกหัด



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กิจกรรมที่ 3 ภาพจากการเลื่อนขนานและการแก้ปัญหา
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 3.1

คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้ จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A หรือไม่ จงอธิบาย

1)



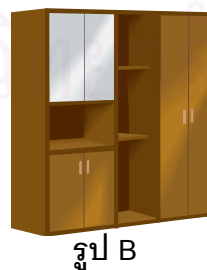
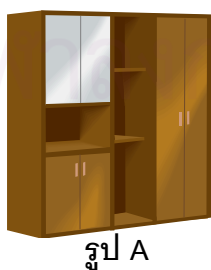
2)



3)



4)



เฉลยกิจกรรมที่ 3.1

1)



รูป A



รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A เพราะว่า เลื่อนรูป A ไปทับรูป B ได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป

2)



รูป A



รูป B

รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A เพราะว่า เมื่อเลื่อนรูป A ไปทับรูป B ให้รูปทั้งสองทับกันได้สนิทนั้น จะต้องพลิกรูป

3)



รูป A



รูป B

รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A เพราะว่า เมื่อเลื่อนรูป A ไปทับรูป B แล้วไม่สามารถทำให้รูปทั้งสองทับกันได้สนิท

4)



รูป A



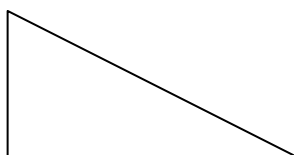
รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A เพราะว่า เลื่อนรูป A ไปทับรูป B ได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป

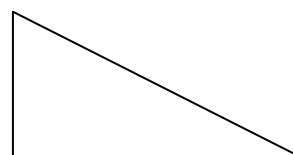
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 3.2

คำสั่ง จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A หรือไม่

1)



รูป A

 เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน


รูป B

 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

2)



รูป A

 เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

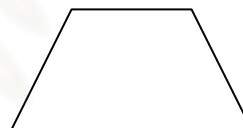

รูป B

 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

3)



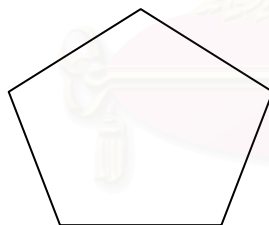
รูป A

 เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน


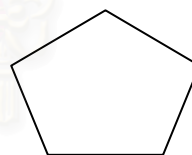
รูป B

 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

4)



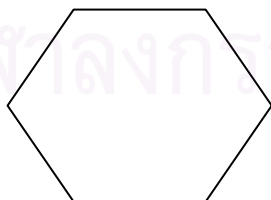
รูป A

 เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน


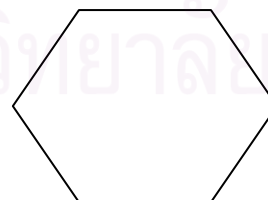
รูป B

 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

5)



รูป A

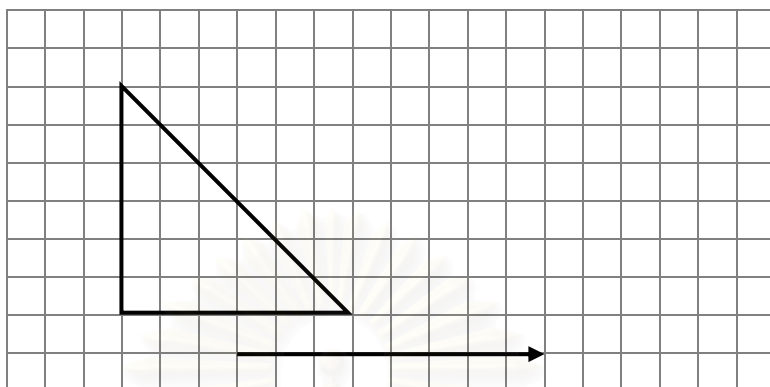
 เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน


รูป B

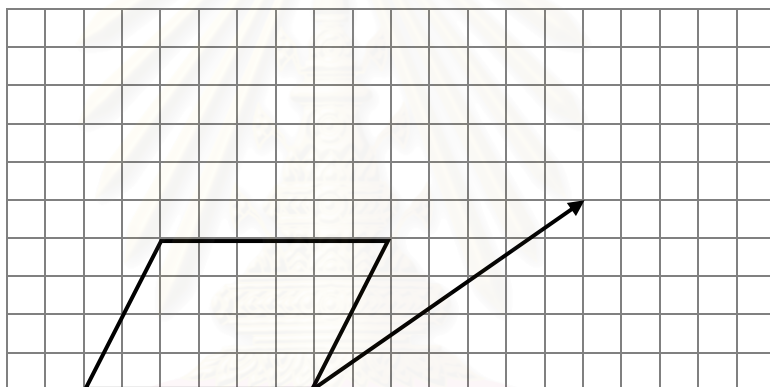
 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

คำสั่ง ให้นักเรียนวาดภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานด้วยเวกเตอร์ (ลูกศรของการเลื่อนขนานที่กำหนดให้) ในแต่ละข้อ

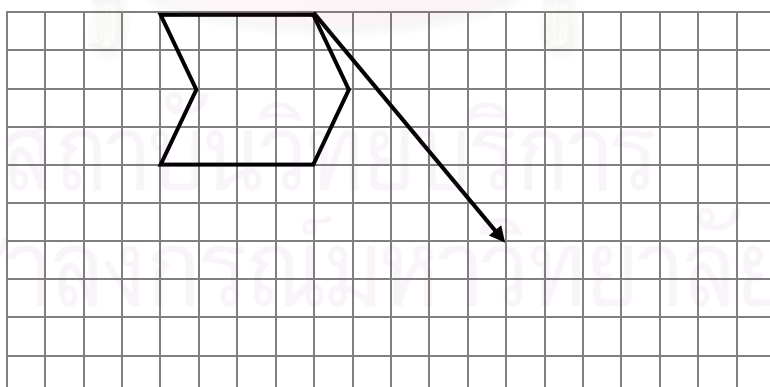
1)



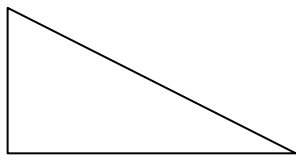
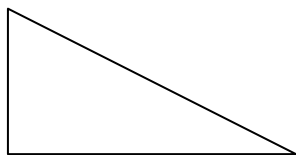



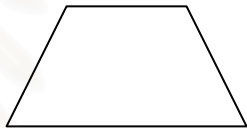

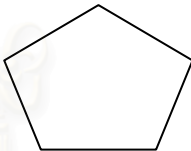


2)



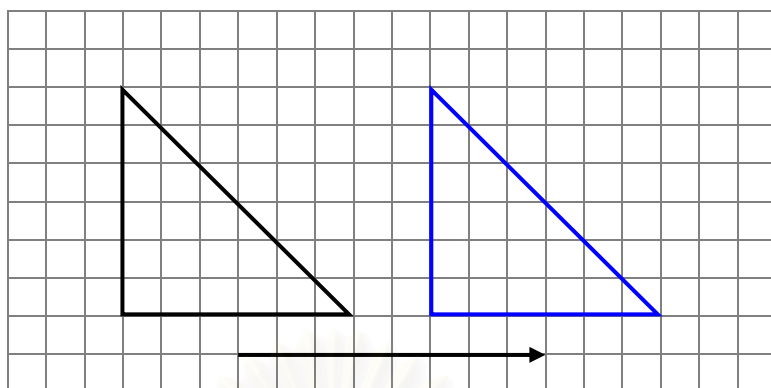
3)



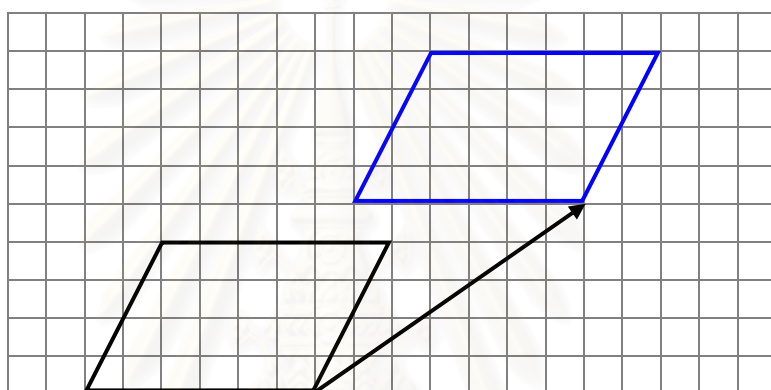
เฉลยกิจกรรมที่ 3.2

- 1)  รูป A เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน  รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน
- 2)  รูป A เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน  รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน
- 3)  รูป A เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน  รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน
- 4)  รูป A เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน  รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน
- 5)  รูป A เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน  รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

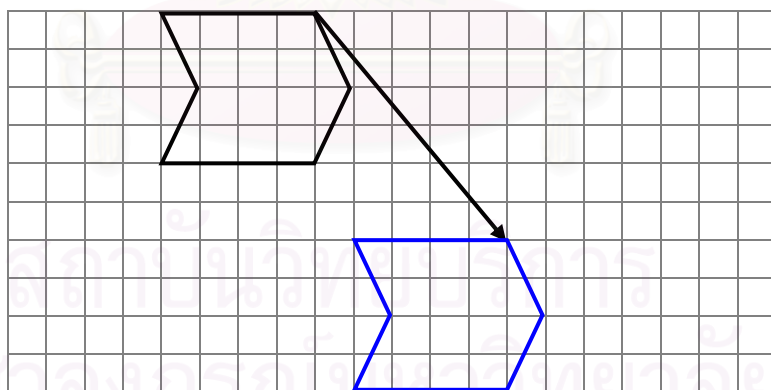
1)



2)



3)



เอกสารการเรียนรู้ เรื่อง การเลื่อนขนาน

ภาพจากการเลื่อนขนาน

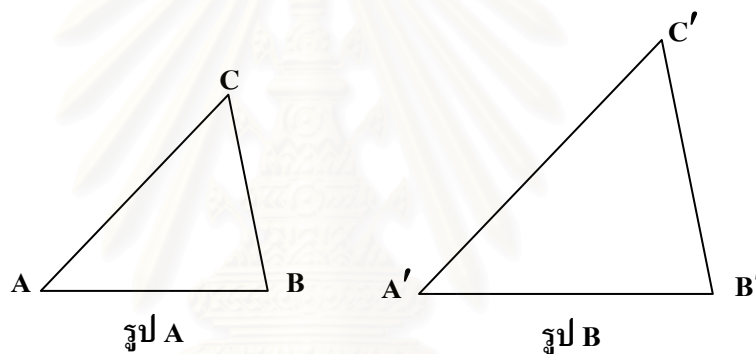
ในการวิเคราะห์ว่ารูปที่กำหนดให้รูปหนึ่งเป็นภาพที่ได้จากการแปลงแบบการเลื่อนขนานของอีกรูปหนึ่งหรือไม่ ให้พิจารณาตามเงื่อนไข 2 ข้อดังนี้

- 1) สามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่มีการพลิกรูป
- 2) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะขนานกันและยาวเท่ากัน

ทุกเส้น

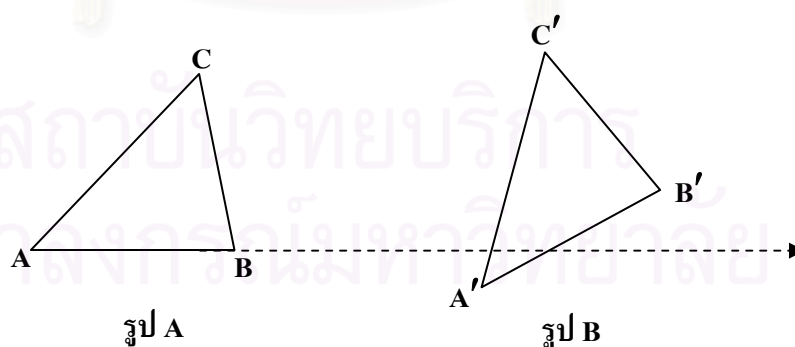
ตัวอย่าง จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A หรือไม่ จงอธิบาย

1)



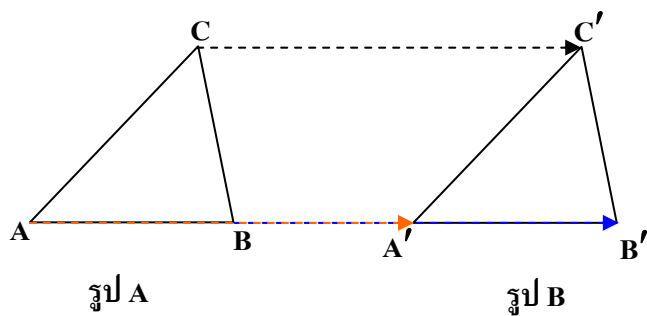
รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A เพราะว่าเมื่อเลื่อนรูป A ไปทับรูป B แล้วไม่สามารถทำให้รูปทั้งสองทับกันได้สนิทไม่ว่าจะพลิกรูปหรือไม่ก็ตาม

2)



รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A เพราะว่า ส่วนของเส้นตรงบนรูป A และภาพของส่วนของเส้นตรงนั้นบนรูป B ไม่ขนานกัน เช่น \overline{AB} ไม่ขนานกันกับ $\overline{A'B'}$

3)



รูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A เพราะว่า

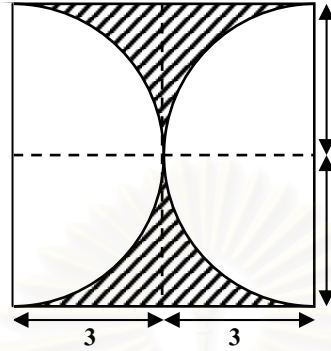
- (1) สามารถใช้ $\overrightarrow{AA'}$ เลื่อนรูป A ไปทับรูป B ได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป
- (2) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยแต่ละคู่ขนานกันและยาวเท่ากันทุกคู่ คือ $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$ ขนานกันและยาวเท่ากัน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 3.3

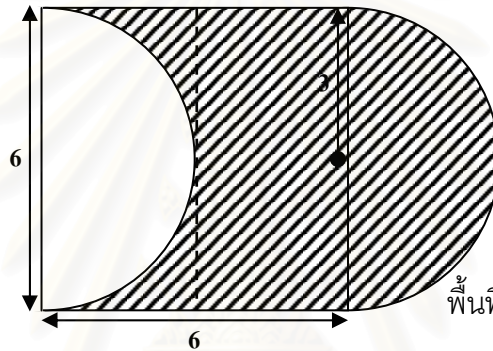
คำสั่ง จงใช้การเลื่อนขนานหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณของรูปที่กำหนดให้

1)



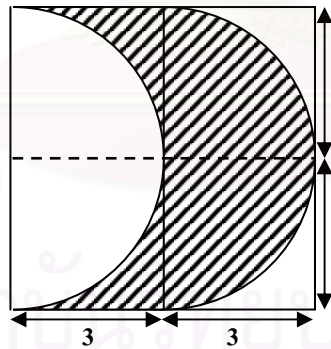
พื้นที่.....ตารางหน่วย

2)



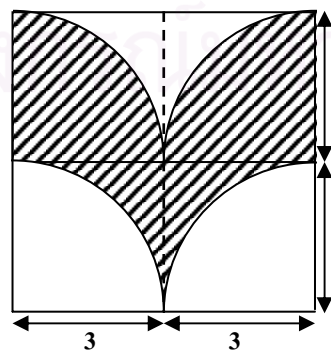
พื้นที่.....ตารางหน่วย

3)



พื้นที่.....ตารางหน่วย

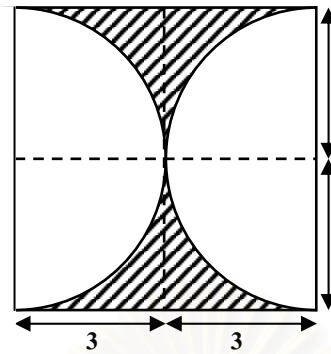
4)



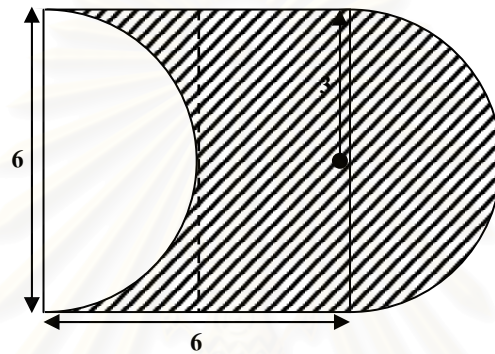
พื้นที่.....ตารางหน่วย

เฉลยกิจกรรมที่ 3.3

1)

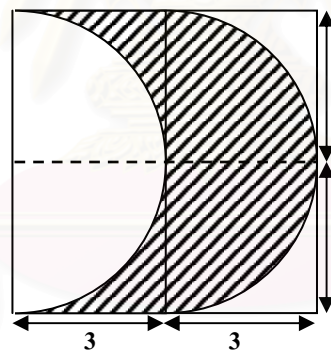
พื้นที่ $36 - 9\pi$ ตารางหน่วย

2)



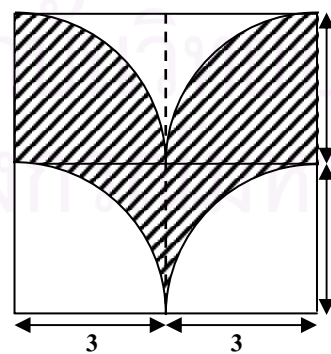
พื้นที่ 36 ตารางหน่วย

3)



พื้นที่ 18 ตารางหน่วย

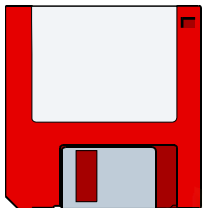
4)



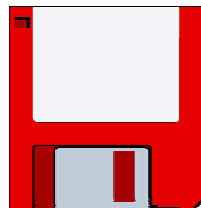
พื้นที่ 18 ตารางหน่วย

ตัวอย่างเอกสารแบบฝึกหัด

1. จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A หรือไม่ จงอธิบาย (2 คะแนน)



รูป A



รูป B

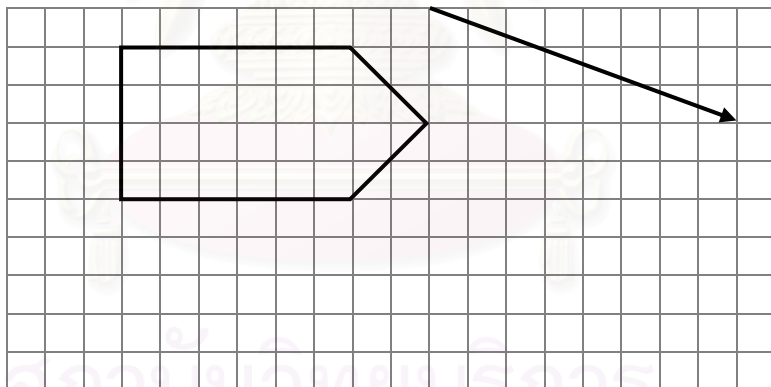
.....

.....

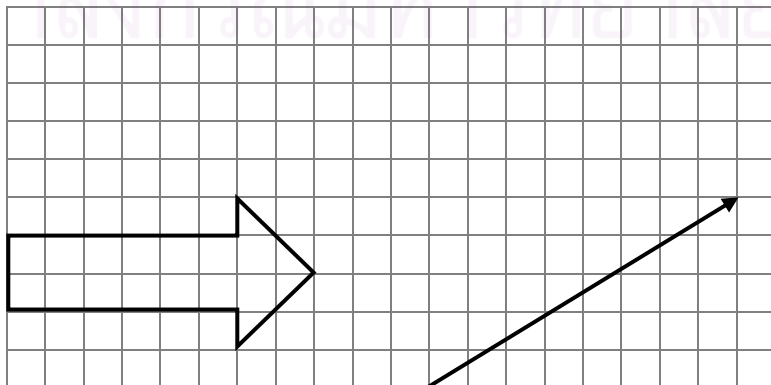
.....

2. จงวาดภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานด้วยเวกเตอร์ (ลูกศรของการเลื่อนขนานที่กำหนดให้) ในแต่ละข้อ (4 คะแนน)

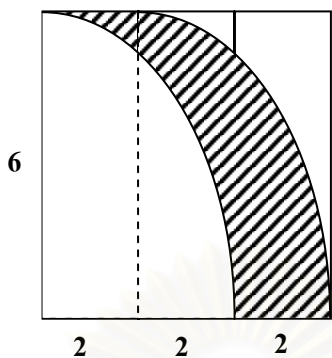
1)



2)



3. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้ (4 คะแนน)



.....

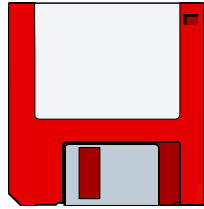
.....



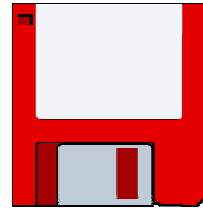
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยเอกสารแบบฝึกหัด

1. จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A หรือไม่ จงอธิบาย (2 คะแนน)



รูป A

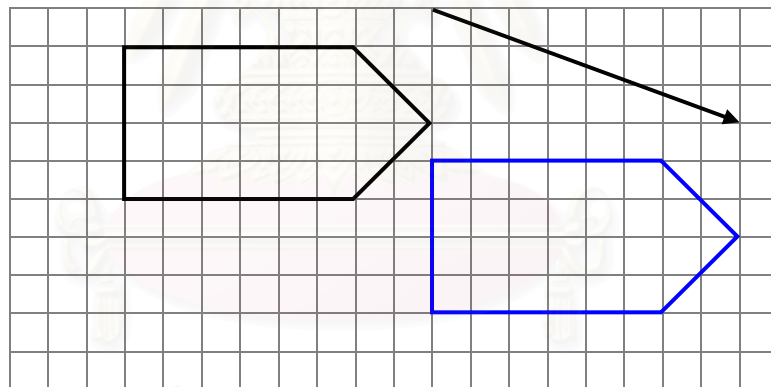


รูป B

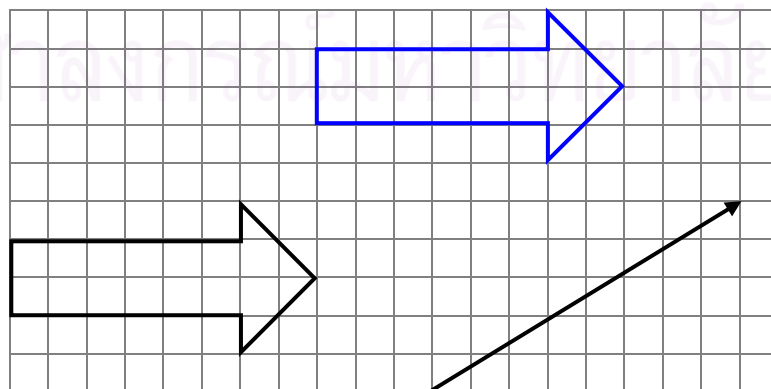
รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป A เพราะว่า เมื่อเลื่อนรูป A ไปทับรูป B ให้รูปทั้งสองทับกันได้สนิทนั้น จะต้องพลิกรูป

2. จงวาดภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานด้วยเวกเตอร์ (ลูกศรของการเลื่อนขนานที่กำหนดให้) ในแต่ละข้อ (4 คะแนน)

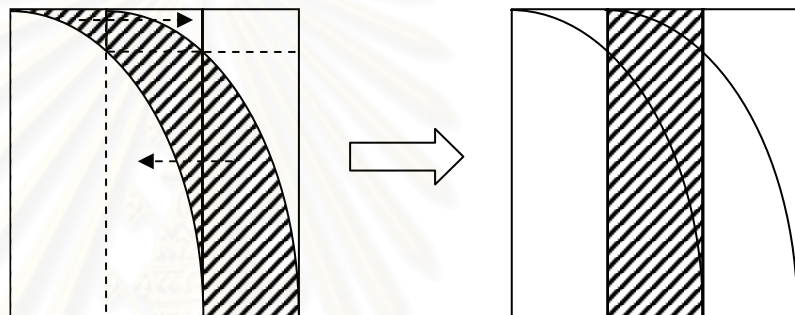
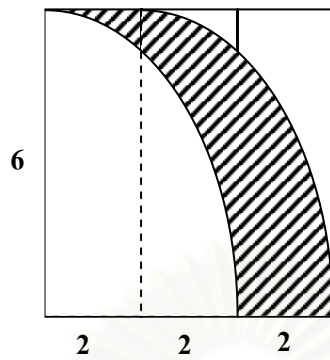
1)



2)



3. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้ (4 คะแนน)



ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ 12 ตารางหน่วย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

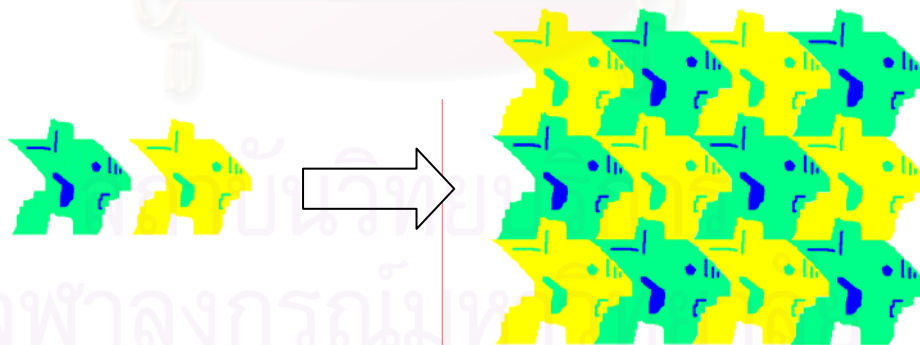
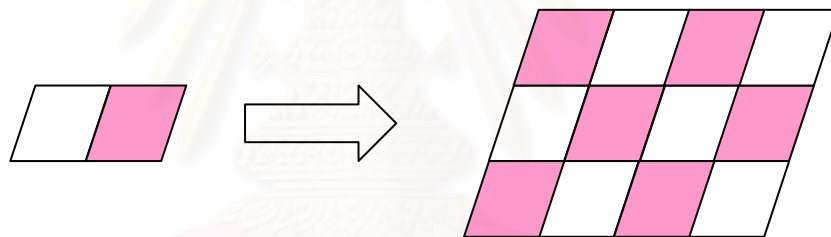
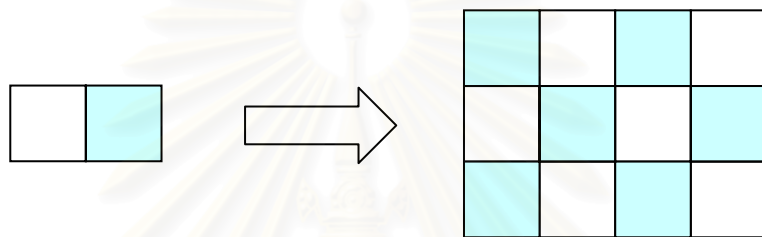
หน่วยการเรียนรู้เรื่อง การเลื่อนขนาน
คณิตศาสตร์ สาระศิลปะกับการเลื่อนขนาน

เวลาเรียน 1 ชั่วโมง
ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา

1. ครูยกตัวอย่างลวดลายต่างๆ ที่ออกแบบโดยใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน เช่น



ให้นักเรียนลองพิจารณาว่าความสวยงามของลวดลายที่เกิดจากการนำความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต การเลื่อนขนานมาสร้างสรรค์ผลงานทางศิลปะต่างๆ รูปที่ได้นั้นมีช่องว่าง และเกิดการซ้อนทับกันของรูปเรขาคณิตและรูปอื่นๆ ที่นำมาวางเรียงกันหรือไม่ เพื่อค้นหาความหมายของภาพเทสเซลเลชัน โดยการทำกิจกรรมที่ 4.1

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป

2. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมที่ 4.1 แล้วให้นักเรียนสรุปความหมายของภาพเทสเซลเลชันโดยใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนานที่นักเรียนทราบแล้ว จนนักเรียนได้ข้อสรุปตรงกันของภาพเทสเซลเลชัน (คำตอบที่น่าจะสรุปได้ คือ ภาพเทสเซลเลชัน หมายถึง การนำรูปต่างๆ มาจัดเรียงต่อกันบนระนาบโดยไม่ให้เกิดช่องว่างและการซ้อนทับกัน)

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3 – 5 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมที่ 4.2 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้เรื่องภาพเทสเซลเลชันจากการเลื่อนขนานเพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจความหมายของภาพเทสเซลเลชันที่ได้จากการแปลงแบบการเลื่อนขนานอย่างชัดเจน

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบความถูกต้องลักษณะของภาพเทสเซลเลชันที่ได้จากการการเลื่อนขนาน โดยการนำรูปต่างๆ มาวางเรียงต่อกันบนระนาบไปเรื่อยๆ โดยไม่ให้เกิดช่องว่างและไม่ให้รูปซ้อนทับกัน และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

5. ครูแนะนำเพิ่มเติมเกี่ยวกับภาพเทสเซลเลชันจากการเลื่อนขนาน ให้นักเรียนเข้าใจ

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล

6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำโครงการที่ 1 (ศิลปะกับการเลื่อนขนาน) เพื่อเป็นการประเมินผล

สื่อการเรียนรู้

1. กระดาษแข็ง กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ เทปใส
2. กิจกรรมที่ 4.1 – 4.2

กิจกรรมที่ 4 ศิลปะกับการเลื้อนขนาน

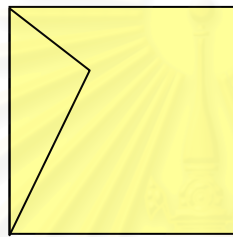
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 4.1

คำสั่ง ให้นักเรียนออกแบบลวดลายศิลปะจากรูปเรขาคณิต โดยใช้ความรู้เรื่องการเลื้อนขนาน

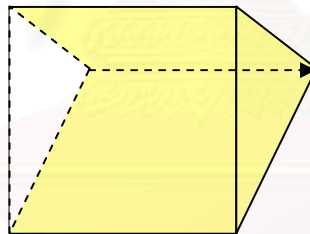
อุปกรณ์ : กระดาษแข็ง กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ เทปใส

ขั้นตอน :

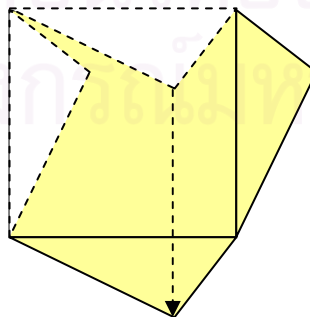
- 1) ตัดกระดาษแข็งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้ววาดลวดลายด้านใดด้านหนึ่งตามต้องการ



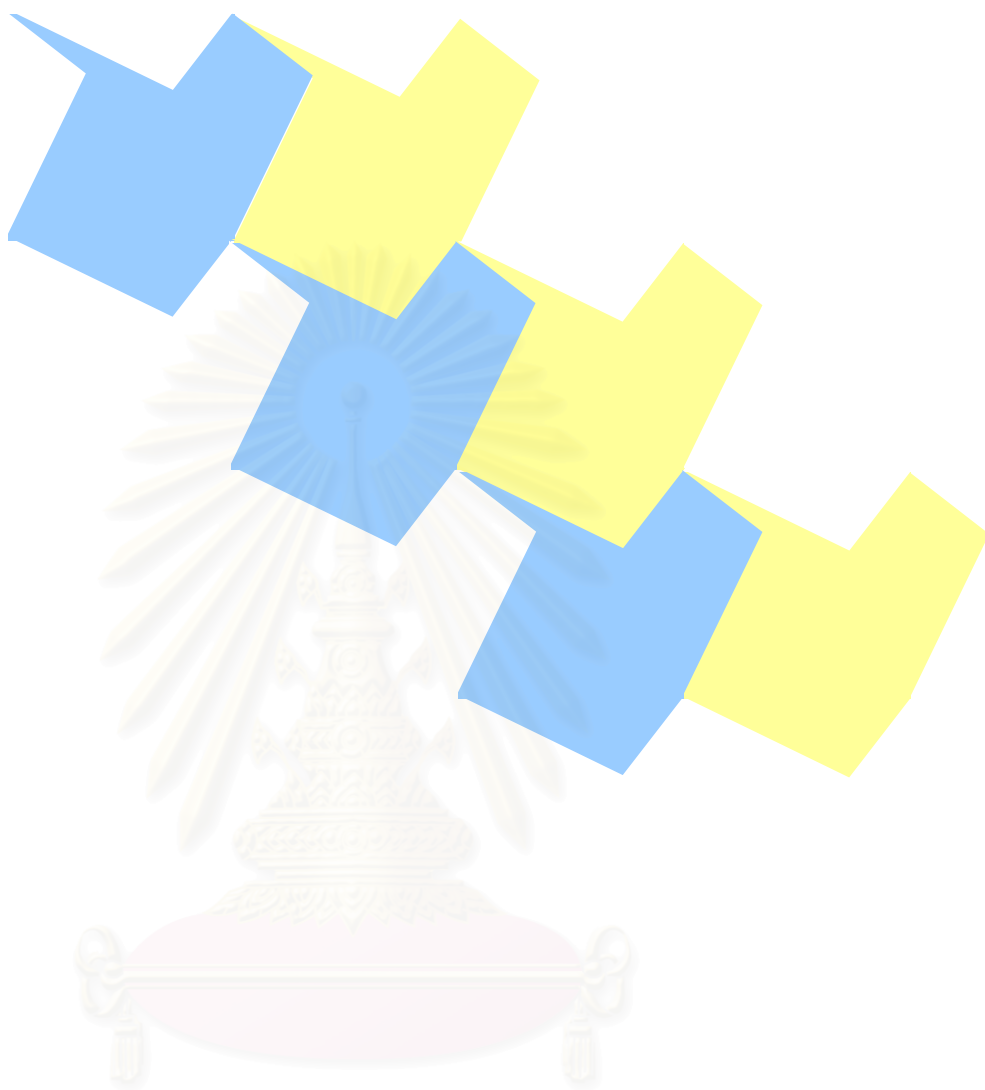
- 2) ตัดตามรอยที่วาดไว้ แล้วเลื้อนขนานส่วนที่ตัดไปติดด้านตรงข้าม ติดเทปใส ดังรูป



- 3) ทำขั้นตอนที่ 1 – 2 ซ้ำกับด้านสองด้านที่เหลือ



4) นำแบบรูปที่ได้มาวางดลงบนกระดาษ โดยไม่ให้เกิดช่องว่างและซ้อนทับกันดังรูป



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 4.2

คำสั่ง ให้นักเรียนออกแบบลวดลายศิลปะจากรูปทั่วไป โดยใช้ความรู้เรื่องการเลือนขนาน

อุปกรณ์ : กระดาษ กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ เทปใส

ขั้นตอน :

- 1) ตัดกระดาษแข็งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



- 2) วาดลวดลายลงบนกระดาษแข็ง



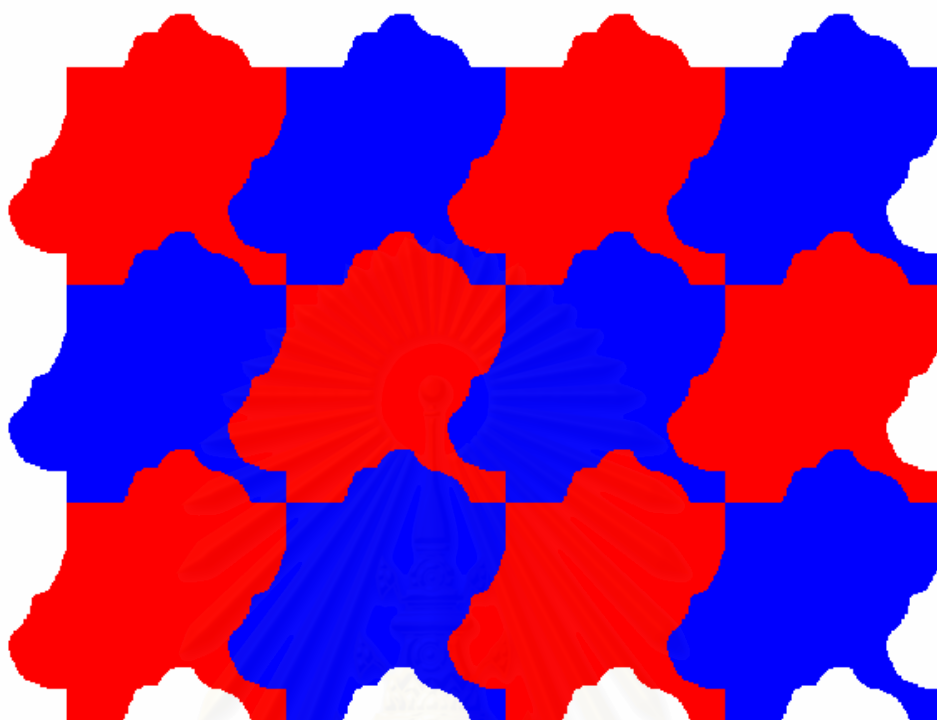
- 3) ตัดส่วนที่วาดลวดลายออก แล้วใช้การเลือนขนาน เลื่อนขึ้นส่วนที่ตัดออกไปยังด้านตรงข้าม



- 4) เมื่อเลื่อนขึ้นส่วนได้ตรงตามตำแหน่งที่ต้องการแล้ว ใช้เทปใสติดกระดาษแข็งทุกชิ้นเข้าด้วยกัน



5) นำแบบรูปที่ได้มาทาบบนกระดาษแล้ววาดเส้นตามขอบของแม่แบบ วาดต่อๆ กัน จนได้เทสเซลเลชันดังรูป



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างโครงการที่ 1 ศิลปะกับการเลื่อนขนาน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน ไปใช้ในการออกแบบลวดลายต่างๆ ได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ให้นักเรียนออกแบบลวดลายศิลปะจากรูปเรขาคณิตและรูปทั่วไป โดยใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน

อุปกรณ์ : กระดาษ กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ เทปใส

ขั้นตอน :

- 1) ตัดกระดาษแข็งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตามต้องการ
- 2) วาดลวดลายลงบนกระดาษแข็ง
- 3) ตัดส่วนที่วาดลวดลายออก แล้วใช้การเลื่อนขนาน เลื่อนขึ้นส่วนที่ตัดออกไปยังด้านตรงข้าม

ไปยังด้านตรงข้าม

4) เมื่อเลื่อนขึ้นส่วนได้ตรงตามตำแหน่งที่ต้องการแล้ว ใช้เทปใสติดกระดาษแข็งทุกชิ้นเข้าด้วยกัน

5) นำแบบรูปที่ได้มาทาบบนกระดาษแล้ววาดเส้นตามขอบของแม่แบบ วาดต่อๆ กันจนได้เทสเซลเลชัน

- 6) ตกแต่งลวดลายตามต้องการ

การประเมินผล

- 1) สังเกตจากความสนใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม 5 คะแนน
- 2) พิจารณาจากผลงาน (ความคิดสร้างสรรค์และความสวยงาม) 5 คะแนน

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง การสะท้อน
คณิตศาสตร์ สาระพื้นฐาน สำนวนการสะท้อน

เวลาเรียน 1 ชั่วโมง
ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา

1. ครูยกตัวอย่างการสะท้อน

ตัวอย่างที่ 1 “เมื่อพลิกรูปแผนที่ประเทศไทยตามแนวตั้ง”



รูปต้นแบบ



ภาพ

รูปแผนที่ประเทศไทยก่อนการพลิกรูป จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**

และเมื่อพลิกรูปแล้ว รูปแผนที่ประเทศไทยหลังการพลิกรูป จะเรียกว่า **ภาพ**

ตัวอย่างที่ 2 “เมื่อพลิกรูปตัวอักษรตามแนวนอน”



รูปต้นแบบ



ภาพ

รูปตัวอักษรก่อนการพลิก จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**

และเมื่อพลิกตัวอักษรแล้ว รูปตัวอักษรหลังการพลิก จะเรียกว่า **ภาพ**

ตัวอย่างที่ 3 “รูปภูเขาและต้นไม้ที่สะท้อนอยู่ในน้ำ”



รูปต้นแบบ

ภาพ

รูปภูเขาและต้นไม้ก่อนการสะท้อน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
และ รูปภูเขาและต้นไม้หลังการสะท้อน จะเรียกว่า **ภาพ**

ให้นักเรียนพิจารณาว่าลักษณะของรูปต้นแบบกับภาพมีสิ่งที่เหมือนกันหรือต่างกันอย่างไรบ้าง แล้วให้นักเรียนลองพิจารณาว่าระยะห่างจากจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังเส้นสะท้อน จะเท่ากับระยะห่างจากภาพของจุดนั้นๆ บนภาพไปยังเส้นสะท้อนหรือไม่ เพื่อค้นหาความหมายและสมบัติเบื้องต้นของการสะท้อน โดยการทำกิจกรรมที่ 5.1

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป

2. ให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 5.2 แล้วให้นักเรียนสรุปความหมายของการสะท้อนและสมบัติเบื้องต้นของการสะท้อน โดยพิจารณาจากระยะห่างจากจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังเส้นสะท้อนและระยะห่างจากภาพของจุดนั้นๆ บนภาพไปยังเส้นสะท้อน จนนักเรียนได้ข้อสรุปตรงกันของการสะท้อน (คำตอบที่น่าจะสรุปได้ คือ การสะท้อนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการส่งจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังจุดบนภาพผ่านเส้นสะท้อน โดยที่ระยะห่างจากจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังเส้นสะท้อนจะเท่ากับระยะห่างจากภาพของจุดนั้นๆ บนภาพไปยังเส้นสะท้อน และสมบัติของการสะท้อนดังนี้

- 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ
- 2) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนของส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่
- 3) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกัน และไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์

1. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3–5 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ในกิจกรรมที่ 5.3 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้เรื่องการสะท้อน เพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจความหมายและสมบัติของการสะท้อนอย่างชัดเจน แล้วให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์

2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบความถูกต้องของสมบัติของการสะท้อน โดยพิจารณาจากการเลือกรูปต้นแบบไปทับภาพที่ได้จากการสะท้อนได้สนิทโดยต้องมีการพลิกรูป และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

3. ครูเพิ่มเติมให้นักเรียนได้ความรู้ตามสาระในเอกสารการเรียนรู้

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำกิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมที่ 5.4 แล้วให้นักเรียน ในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้ที่ได้รับ แล้วส่งตัวแทนมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

5. ครูใช้การถามตอบให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการสะท้อนอีกครั้งหนึ่ง

6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น แล้วครูเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมทั้งสรุปคะแนน เพื่อเป็นการประเมินผล

สื่อการเรียนรู้

1. กระดาษลอกลาย กระดาษวาดเขียน ดินสอ สีน้ำหรือสีโปสเตอร์
2. เอกสารการเรียนรู้
3. กิจกรรมที่ 5.1–5.4
4. เอกสารแบบฝึกหัด

กิจกรรมที่ 5 สักรวจการสะท้อน

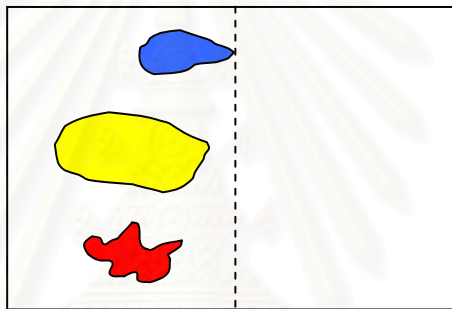
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 5.1

คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้ แล้วลองพิจารณาระยะห่างจากจุดใดๆ บนรูปต้นแบบ ไปยังเส้นสะท้อนและระยะห่างจากภาพของจุดนั้นๆ บนภาพไปยังเส้นสะท้อนของการสะท้อน

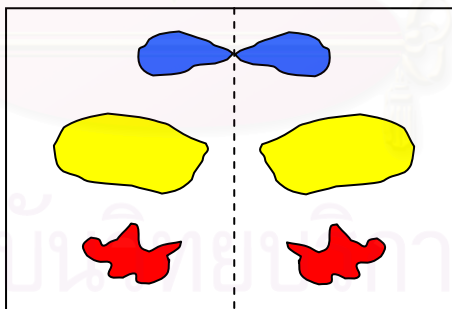
อุปกรณ์ : กระดาษวาดเขียน สีน้ำหรือสีโปสเตอร์

ขั้นตอน :

1. พับครึ่งด้านยาวของกระดาษวาดเขียน แบ่งเป็นซีกซ้ายและซีกขวา
2. บีบสีที่แตกต่างกันลงในกระดาษซีกซ้ายตามต้องการ อย่างน้อย 3-4 สี
3. พับกระดาษอีกครั้งตามรอยพับ แล้วคลี่กระดาษออกช้าๆ



ผลจากกิจกรรมที่ 5.1 จะได้ดังรูป

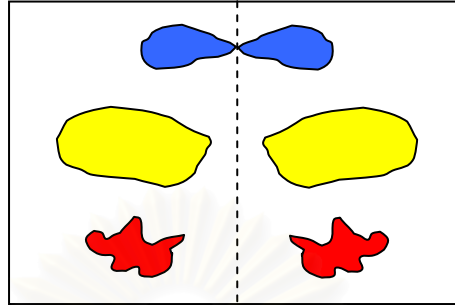


จากกิจกรรมที่ 5.1 จะเห็นว่า

1. รูปที่ได้จากกิจกรรมที่ 5.1 เท่ากันทุกประการหรือไม่.....
2. ระยะห่างจากจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังรอยพับครึ่งและระยะห่างจากภาพของจุดนั้นๆ บนภาพไปยังรอยพับครึ่งมีความสัมพันธ์กันอย่างไร.....
3. เส้นรอยพับครึ่งเรียกว่า.....
4. การสะท้อนของรูปต้นแบบ (สีในกระดาษซีก.....) ไปยังภาพ (สีที่ปรากฏในกระดาษซีก.....)

เฉลยกิจกรรมที่ 5.1

ผลจากกิจกรรมที่ 5.1 จะได้ดังรูป



จากกิจกรรมที่ 5.1 จะเห็นว่า

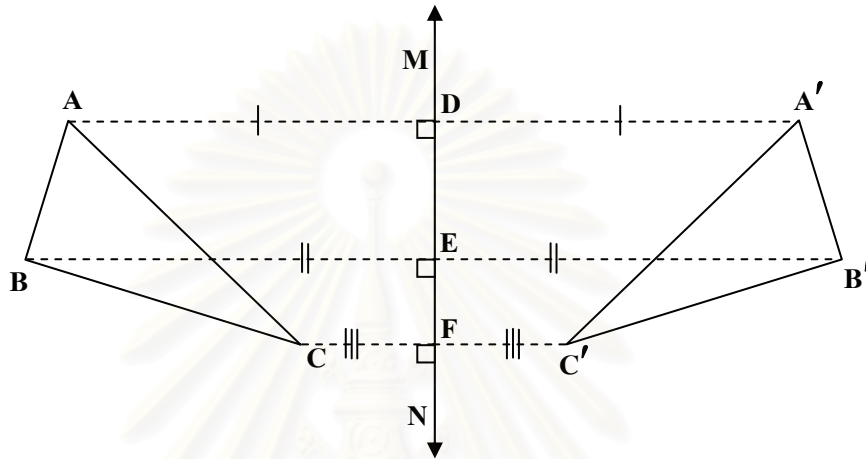
1. รูปที่ได้จากกิจกรรมที่ 5.1 **เท่ากันทุกประการ**
2. ระยะห่างจากจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังรอยพับครึ่งและระยะห่างจากภาพของจุดนั้นๆ บนภาพไปยังรอยพับครึ่งจะมีขนาด **เท่ากัน**
3. เส้นรอยพับครึ่งเรียกว่า **เส้นสะท้อน**
4. การสะท้อนของรูปต้นแบบ (สีในกระดาษซีก **ซ้าย**)ไปยังภาพ (สีที่ปรากฏในกระดาษซีก **ขวา**)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 5.2

คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

กำหนด $\triangle ABC$ เป็นรูปต้นแบบ เมื่อสะท้อน $\triangle ABC$ ด้วยเส้นสะท้อน MN และได้ $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ดังรูป



เส้นตรง MN ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$

ให้นักเรียนสำรวจการสะท้อนข้างต้นและตอบคำถามต่อไปนี้

1. $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$ ขนานกันและยาวเท่ากันหรือไม่

2. $\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$, $\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$ และ $\overline{CA} \parallel \overline{C'A'}$ ใช่หรือไม่.....

3. นักเรียนคิดว่าด้านแต่ละด้านของรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนของด้านนั้น

จำเป็นต้องขนานกันหรือไม่

4. $AB = A'B'$, $BC = B'C'$ และ $CA = C'A'$ ใช่หรือไม่

5. ใช้กระดาษลอกลายลอก $\triangle ABC$ แล้วเลื่อนไปทับ $\triangle A'B'C'$ รูปทั้งสองทับกันได้สนิท

หรือไม่ ถ้าไม่ได้ให้นักเรียนพลิกกระดาษลอกลายแล้วเลื่อน $\triangle ABC$ ไปทับ $\triangle A'B'C'$ และ

ตรวจสอบดูว่า $\triangle ABC$ ทับ $\triangle A'B'C'$ ได้สนิทหรือไม่

จากข้อ 5 จะได้ว่า $\triangle A'B'C'$ กับ $\triangle ABC$

จากการทำกิจกรรมที่ 5.2 สามารถสรุปได้ว่า

การสะท้อน คือ.....

.....

.....

สมบัติของการสะท้อนดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

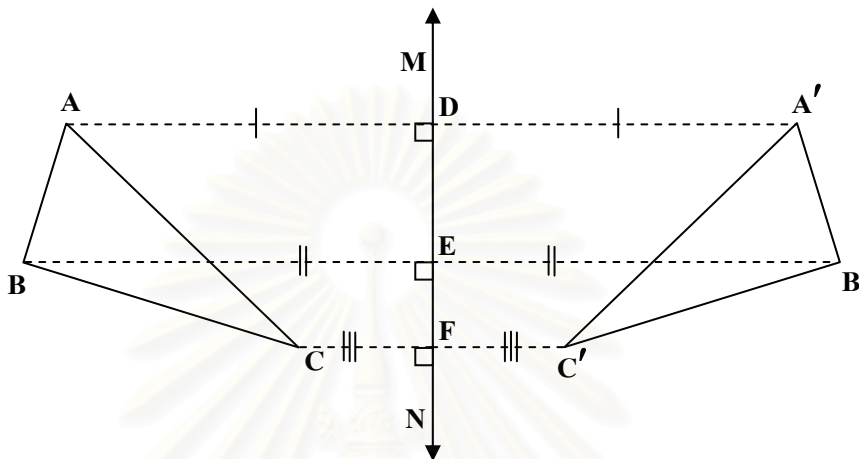
.....



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยกิจกรรมที่ 5.2

กำหนด $\triangle ABC$ เป็นรูปต้นแบบ เมื่อสะท้อน $\triangle ABC$ ด้วยเส้นสะท้อน MN และได้ $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ดังรูป



เส้นตรง MN ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$

ให้นักเรียนสำรวจการสะท้อนข้างต้นและตอบคำถามต่อไปนี้

1. $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$ ขนานกันและยาวเท่ากันหรือไม่

ขนานกัน แต่ยาวไม่เท่ากัน

2. $\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$, $\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$ และ $\overline{CA} \parallel \overline{C'A'}$ ใช่หรือไม่ **ไม่**

3. นักเรียนคิดว่าด้านแต่ละด้านของรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนของด้านนั้น

จำเป็นต้องขนานกันหรือไม่

ไม่จำเป็นต้องขนานกัน

4. $AB = A'B'$, $BC = B'C'$ และ $CA = C'A'$ ใช่หรือไม่ **ใช่**

5. ใช้กระดาษลอกลายลอก $\triangle ABC$ แล้วเลื่อนไปทับ $\triangle A'B'C'$ รูปทั้งสองทับกันได้สนิท

หรือไม่ ถ้าไม่ได้ให้นักเรียนพลิกกระดาษลอกแล้วเลื่อน $\triangle ABC$ ไปทับ $\triangle A'B'C'$ และ

ตรวจสอบดูว่า $\triangle ABC$ ทับ $\triangle A'B'C'$ ได้สนิทหรือไม่

ทับไม่สนิท แต่เมื่อลองพลิก $\triangle ABC$ แล้วนำไปทับ $\triangle A'B'C'$ จะทับได้สนิท

จากข้อ 5 จะได้ว่า $\triangle A'B'C'$ เท่ากันทุกประการ กับ $\triangle ABC$

จากการทำกิจกรรมที่ 5.2 สามารถสรุปได้ว่า

การสะท้อน คือการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการส่งจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังจุดบนภาพผ่านเส้นสะท้อนโดยที่ระยะห่างจากจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังเส้นสะท้อนจะเท่ากับระยะห่างจากภาพของจุดนั้นๆ บนภาพไปยังเส้นสะท้อน

สมบัติของการสะท้อนดังนี้

- 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ
- 2) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนของส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่
- 3) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกัน และไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

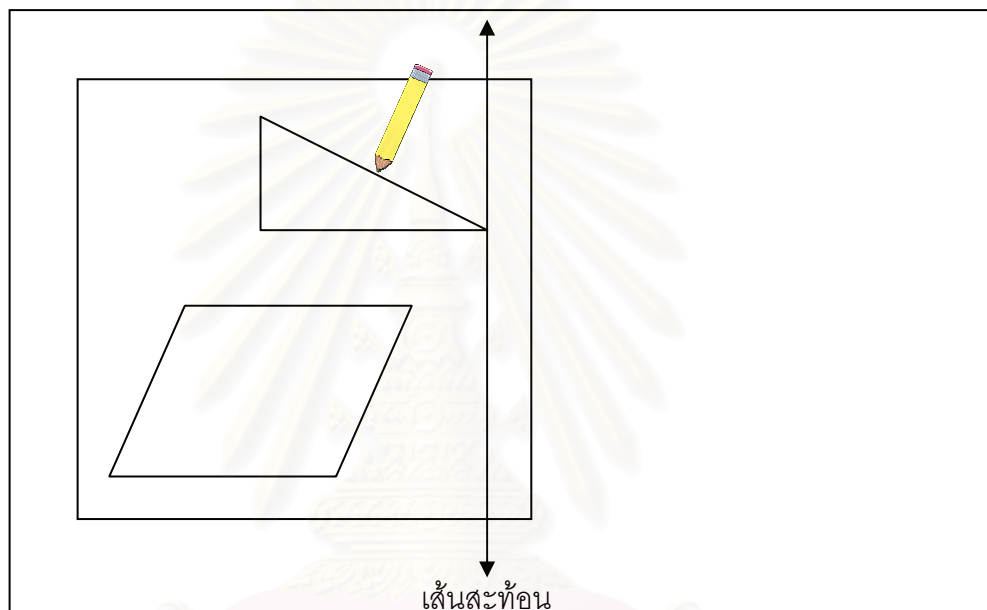
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 5.3

คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

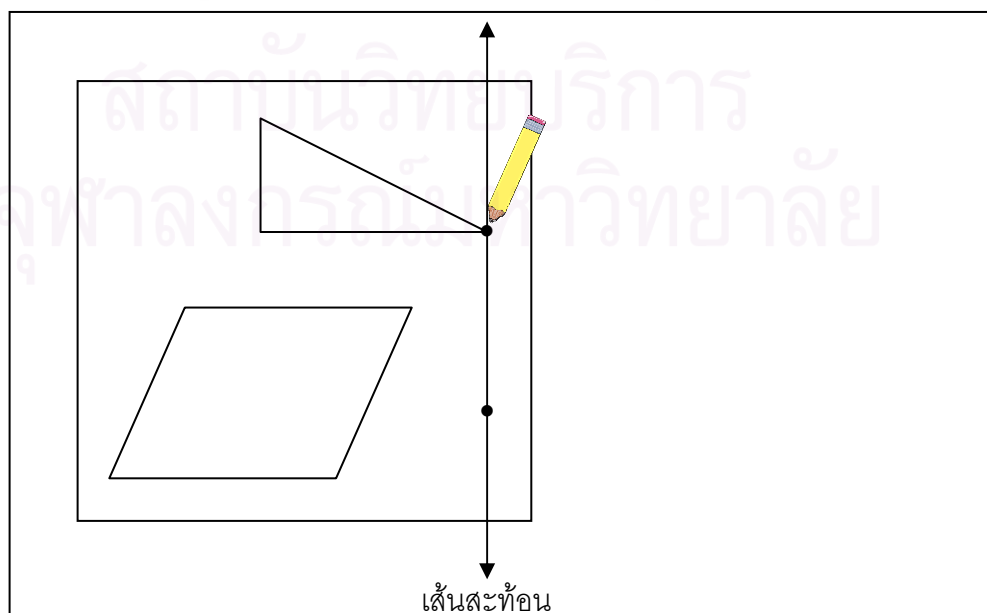
อุปกรณ์ : กระดาษลอกลาย ดินสอ

ขั้นตอน :

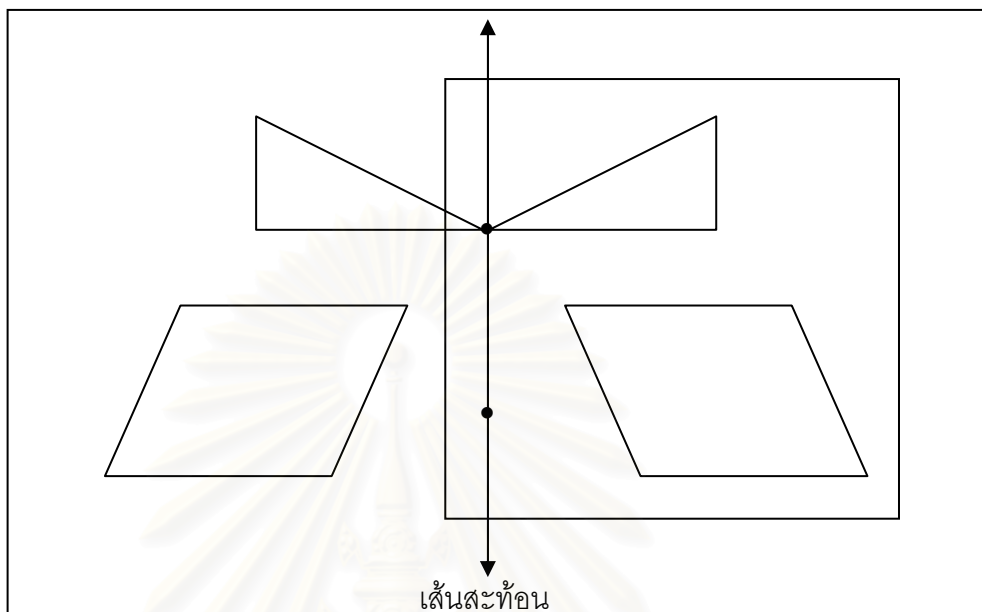
- นำกระดาษลอกลาย ลอกลายรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ต้องการสะท้อน



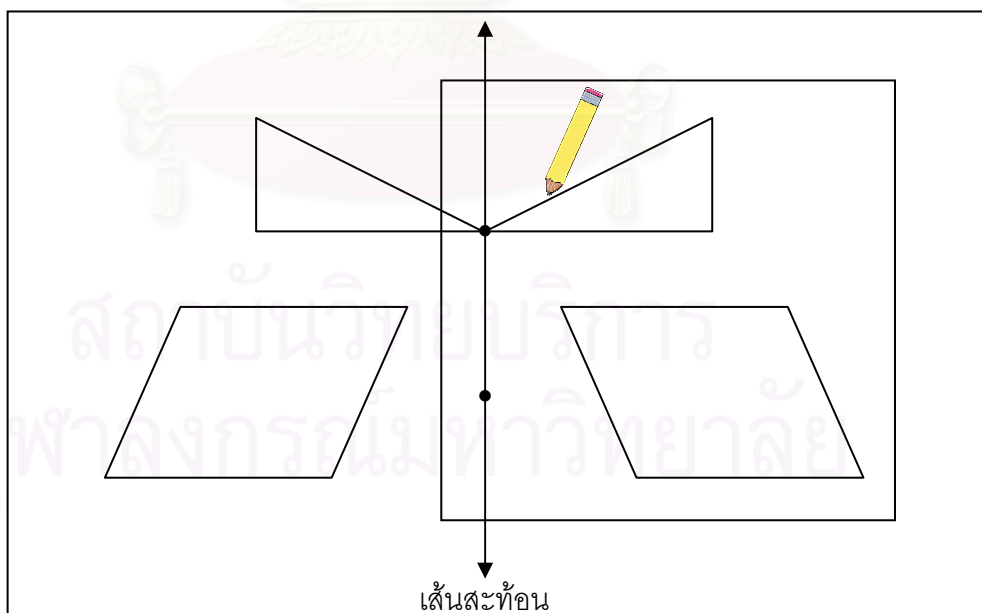
- เขียนจุดบนกระดาษลอกลายบนเส้นสะท้อนสองจุด ดังรูป



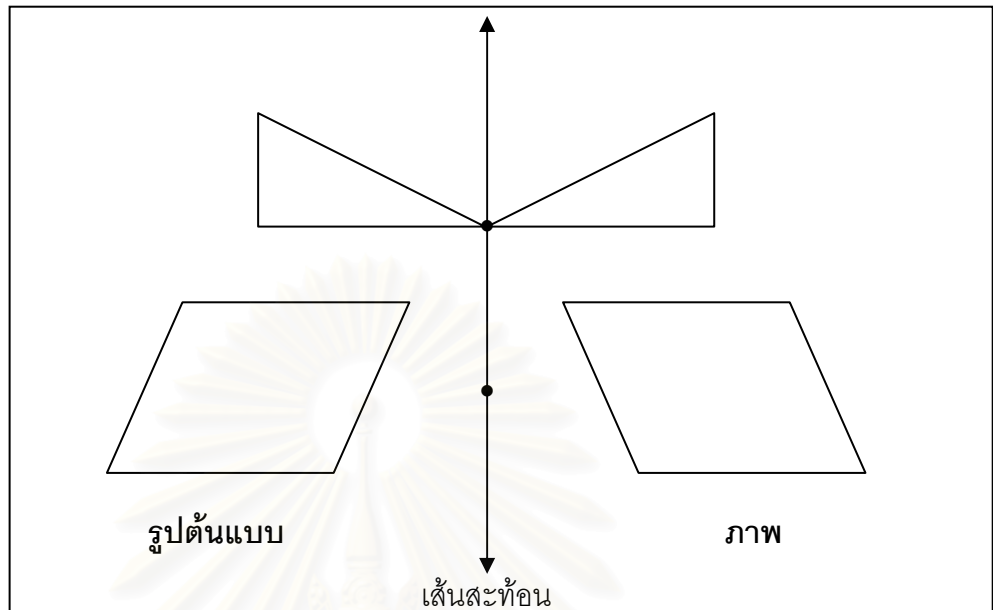
3. พลิกกระดาษลอกลายตามแนวเส้นสะท้อนให้จุดบนเส้นสะท้อนบนกระดาษลอกลายคงที่



4. ลอกรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานบนกระดาษลอกลายลงในกระดาษ



5. จะได้ภาพที่เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบด้วยเส้นสะท้อน ดังรูป



จากกิจกรรมที่ 5.3 จะเห็นว่า

การสะท้อนของรูปสามเหลี่ยม เป็นการสะท้อนรูปต้นแบบโดยที่มีบางจุดอยู่บนเส้นสะท้อน ดังนั้น ภาพจากการสะท้อนที่ได้เป็นรูปสมมาตร

การสะท้อนของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เป็นการสะท้อนรูปต้นแบบโดยที่ทุกจุดบนรูปต้นแบบไม่ได้อยู่บนเส้นสะท้อน ซึ่งเราสามารถลากส่วนของเส้นตรงจากจุดบนรูปต้นแบบให้ตั้งฉากกับเส้นสะท้อน เพื่อให้เขียนภาพที่เกิดจากการสะท้อนได้ง่ายขึ้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เอกสารการเรียนรู้ เรื่อง การสะท้อน

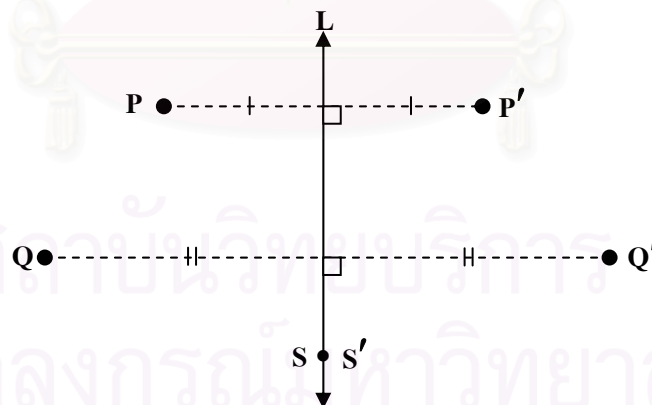
ความหมายของการสะท้อน

การสะท้อนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการส่งจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังจุดบนภาพผ่านเส้นสะท้อน โดยที่ระยะห่างจากจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังเส้นสะท้อนจะเท่ากับระยะห่างจากภาพของจุดนั้นๆ บนภาพไปยังเส้นสะท้อน

สมบัติของการสะท้อน

- 1) สามารถเลือกรูปต้นแบบทาบภาพที่ได้จากการสะท้อนได้สนิทโดยต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ
- 2) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนของส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่
- 3) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกัน และไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน

การสะท้อนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตอีกแบบหนึ่งซึ่งกำหนดไว้ดังนี้

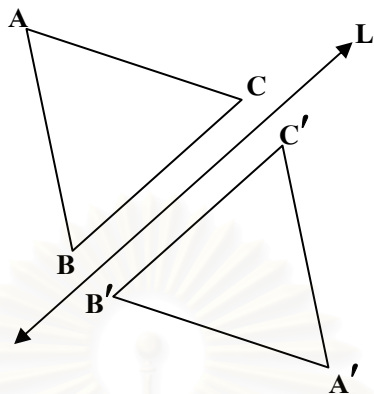


จากรูปจะเห็นว่า การสะท้อนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีเส้นตรง L ที่ตั้งฉากเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน แต่ละจุด P บนระนาบจะมีจุด P' เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด P โดยที่

- 1) ถ้าจุด P ไม่อยู่บนเส้นตรง L แล้วเส้นตรง L จะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{PP'}$
- 2) ถ้าจุด P อยู่บนเส้นตรง L แล้วจุด P และจุด P' เป็นจุดเดียวกัน

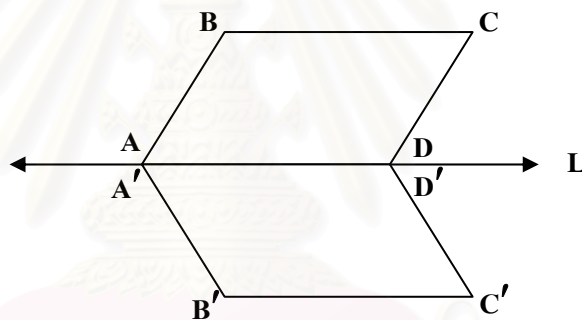
ตัวอย่างของการสะท้อนที่มีเส้นตรง L เป็นเส้นสะท้อน

กรณีที่ 1 ทุกจุดบนรูปต้นแบบไม่อยู่บนเส้นตรง L

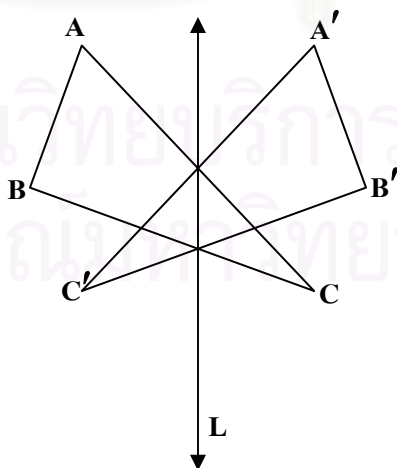


กรณีที่ 2 มีบางจุดบนรูปต้นแบบอยู่บนเส้นตรง L

1)



2)



ตัวอย่างกิจกรรมที่ 5.4

คำสั่ง ให้นักเรียนเขียนภาพที่เกิดจากการสะท้อนบนเส้นของการสะท้อนที่กำหนดให้ โดยใช้
กระดาษลอกถ่าย

1.



2.



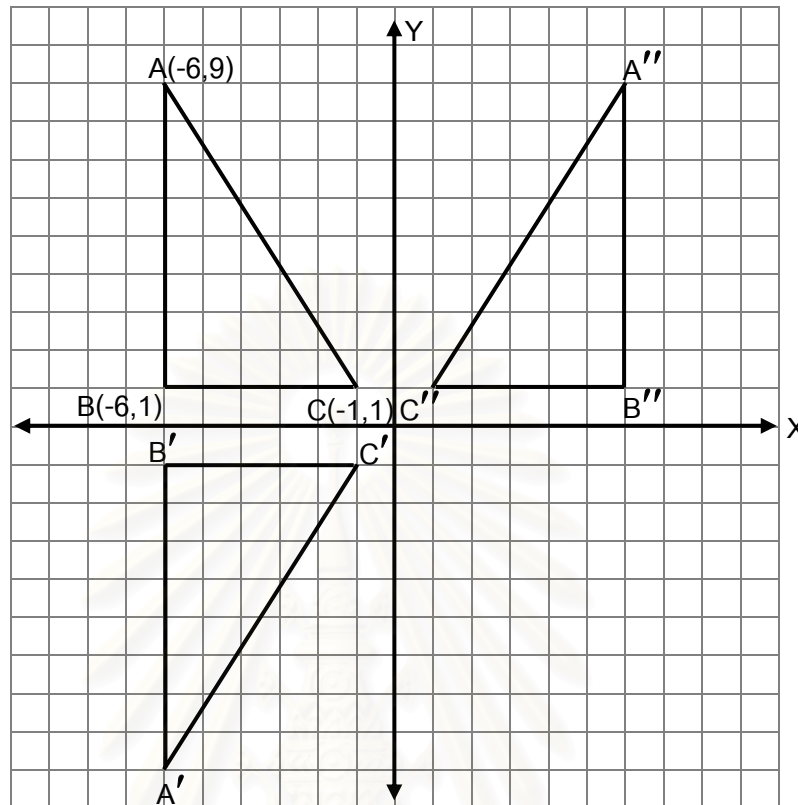
3.

PAI

4.

IAHT

ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบและพิกัดของภาพของจุดนั้นๆ ของการสะท้อนในระบบพิกัดฉากที่กำหนดให้



พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพเมื่อ	
	สะท้อนด้วยแกน X	สะท้อนด้วยแกน Y
A(-6,9)	A'(-6,-9)	A''(6,9)
B(-6,1)		
C(-1,1)		

จากตารางจะเห็นว่าสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบและพิกัดบนภาพของจุดนั้นๆ ของการสะท้อนได้ดังนี้

การสะท้อนด้วยแกน X

ให้จุด A มีพิกัด (x, y) จะได้ว่าพิกัดของ A' ที่เกิดจากการสะท้อนจุด A ด้วยแกน X จะมีพิกัดเป็น.....

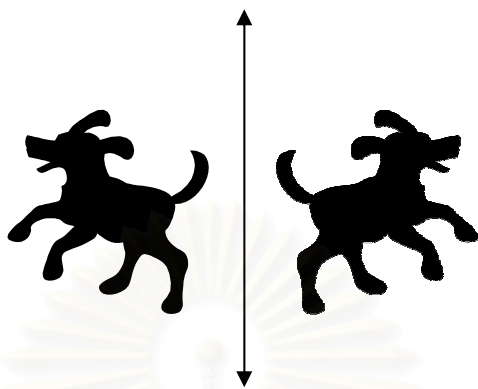
การสะท้อนด้วยแกน Y

ให้จุด A มีพิกัด (x, y) จะได้ว่าพิกัดของ A'' ที่เกิดจากการสะท้อนจุด A ด้วยแกน Y จะมีพิกัดเป็น.....

เฉลยกิจกรรมที่ 5.4

คำสั่ง ให้นักเรียนเขียนภาพที่เกิดจากการสะท้อนบนเส้นของการสะท้อนที่กำหนดให้ โดยใช้
กระดาษลอกถ่าย

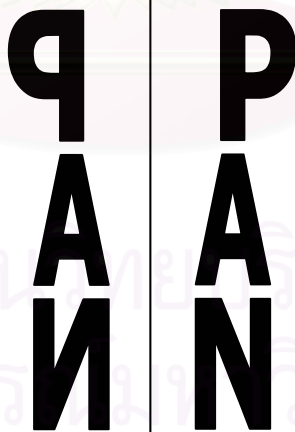
1.



2.



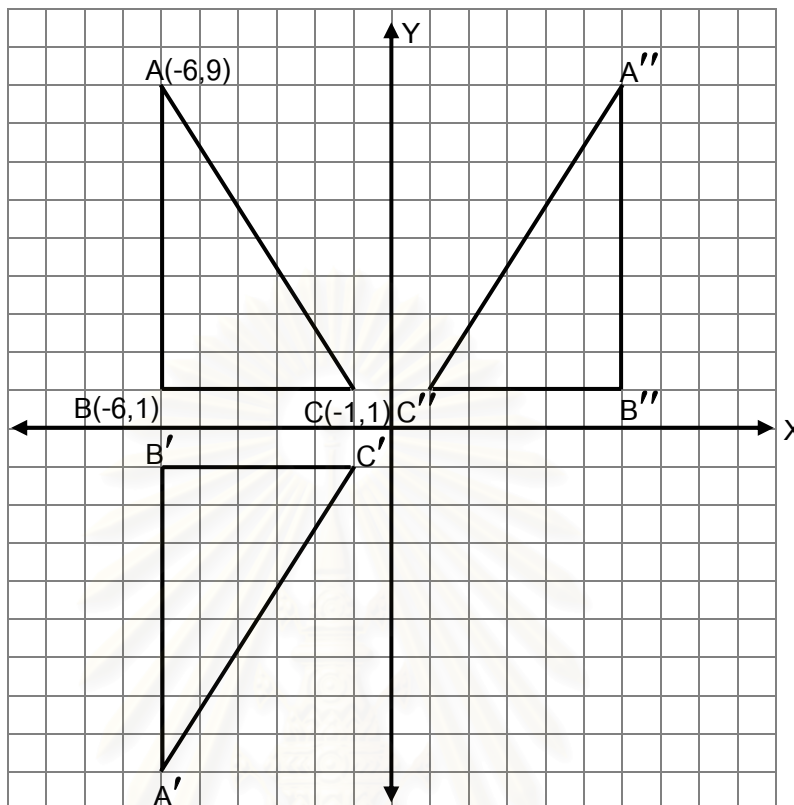
3.



4.



ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบและพิกัดของภาพของจุดนั้นๆ ของการสะท้อนในระบบพิกัดฉากที่กำหนดให้



พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพเมื่อ	
	สะท้อนด้วยแกน X	สะท้อนด้วยแกน Y
A(-6,9)	A'(-6,-9)	A''(6,9)
B(-6,1)	B'(-6,-1)	B''(6,1)
C(-1,1)	C'(-1,-1)	C''(1,1)

จากตารางจะเห็นว่าสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบและพิกัดบนภาพของจุดนั้นๆ ของการสะท้อนได้ดังนี้

การสะท้อนด้วยแกน X

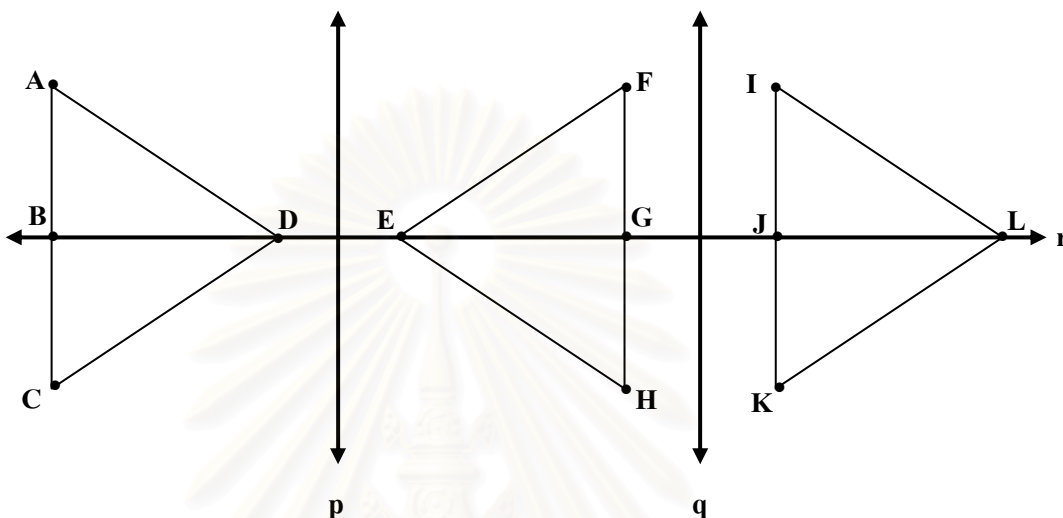
ให้จุด A มีพิกัด (x, y) จะได้ว่าพิกัดของ A' ที่เกิดจากการสะท้อนจุด A ด้วยแกน X จะมีพิกัดเป็น (x,-y)

การสะท้อนด้วยแกน Y

ให้จุด A มีพิกัด (x, y) จะได้ว่าพิกัดของ A'' ที่เกิดจากการสะท้อนจุด A ด้วยแกน Y จะมีพิกัดเป็น (-x,y)

ตัวอย่างเอกสารแบบฝึกหัด

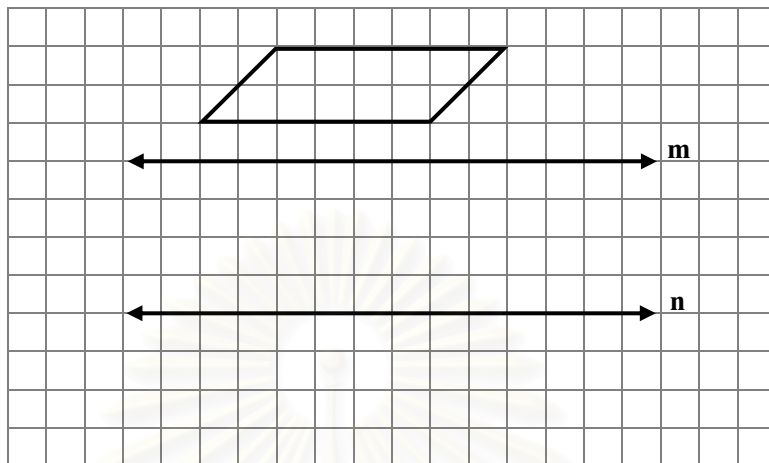
1. จงตรวจสอบผลของการสะท้อนที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อ และเติมคำในช่องว่างให้สมบูรณ์
(6 คะแนน)



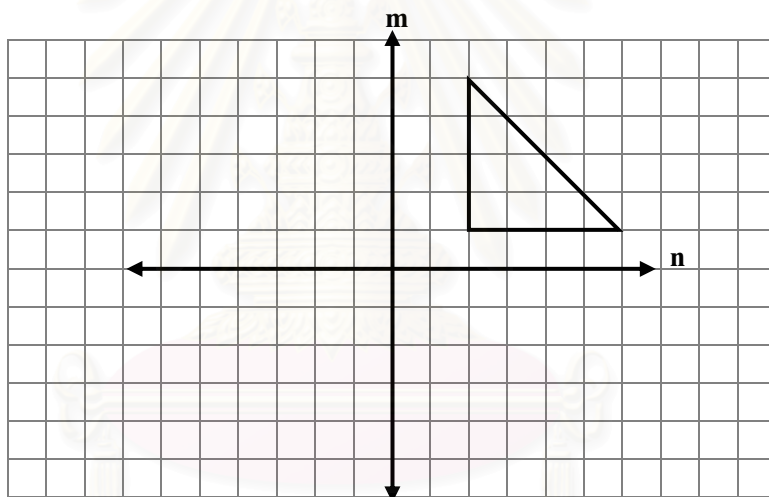
- 1) จุดที่เกิดจากการสะท้อนจุด A บนเส้น p คือ.....
- 2) จุดที่เกิดจากการสะท้อนจุด B บนเส้น p คือ.....
- 3) จุดที่เกิดจากการสะท้อนจุด J บนเส้น q คือ.....
- 4) จุดที่เกิดจากการสะท้อนจุด K บนเส้น q คือ.....
- 5) จุด E เกิดจากการสะท้อนจุด D บนเส้น
- 6) จุด F เกิดจากการสะท้อนจุด I บนเส้น
- 7) จุด A เกิดจากการสะท้อนจุด C บนเส้น
- 8) จุด B เกิดจากการสะท้อนจุด G บนเส้น
- 9) ส่วนของเส้นตรงที่เกิดจากการสะท้อน \overline{CD} บนเส้น p คือ.....
- 10) ส่วนของเส้นตรงที่เกิดจากการสะท้อน \overline{IL} บนเส้น q คือ.....
- 11) ส่วนของเส้นตรงที่เกิดจากการสะท้อน \overline{FH} บนเส้น p คือ.....
- 12) ส่วนของเส้นตรงที่เกิดจากการสะท้อน \overline{EF} บนเส้น r คือ.....

2. จงเขียนภาพที่เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบที่กำหนดให้บนเส้น m แล้วสะท้อนบนเส้น n ตามลำดับ (4 คะแนน)

1)

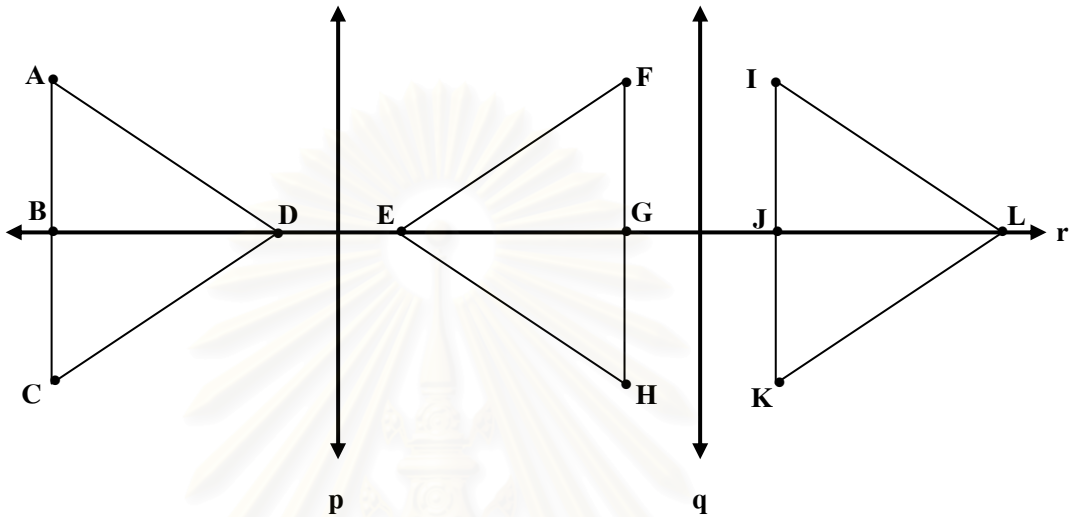


2)



เฉลยเอกสารแบบฝึกหัด

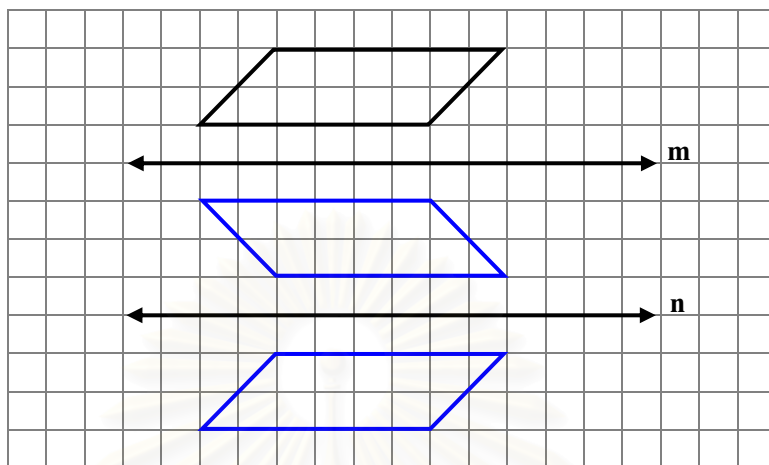
1. จงตรวจสอบผลของการสะท้อนที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อ และเติมคำในช่องว่างให้สมบูรณ์
(6 คะแนน)



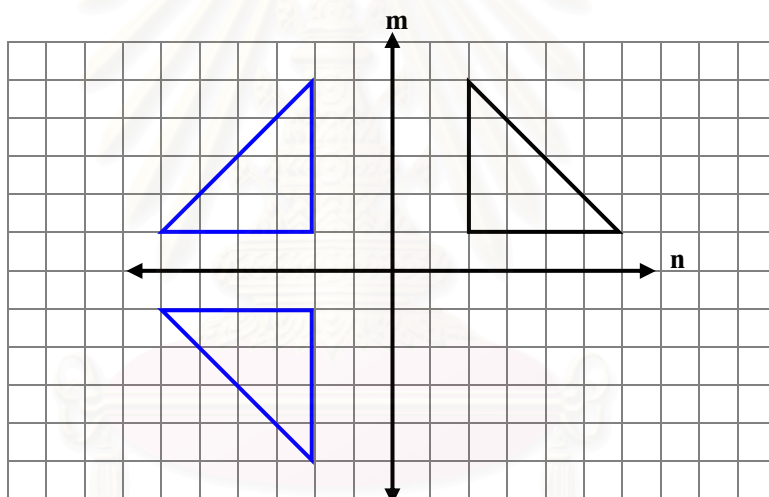
- 1) จุดที่เกิดจากการสะท้อนจุด A บนเส้น p คือ F
- 2) จุดที่เกิดจากการสะท้อนจุด B บนเส้น p คือ G
- 3) จุดที่เกิดจากการสะท้อนจุด J บนเส้น q คือ G
- 4) จุดที่เกิดจากการสะท้อนจุด K บนเส้น q คือ H
- 5) จุด E เกิดจากการสะท้อนจุด D บนเส้น p
- 6) จุด F เกิดจากการสะท้อนจุด I บนเส้น q
- 7) จุด A เกิดจากการสะท้อนจุด C บนเส้น r
- 8) จุด B เกิดจากการสะท้อนจุด G บนเส้น p
- 9) ส่วนของเส้นตรงที่เกิดจากการสะท้อน \overline{CD} บนเส้น p คือ \overline{HE}
- 10) ส่วนของเส้นตรงที่เกิดจากการสะท้อน \overline{IL} บนเส้น q คือ \overline{FE}
- 11) ส่วนของเส้นตรงที่เกิดจากการสะท้อน \overline{FH} บนเส้น p คือ \overline{AC}
- 12) ส่วนของเส้นตรงที่เกิดจากการสะท้อน \overline{EF} บนเส้น r คือ \overline{EH}

2. จงเขียนภาพที่เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบที่กำหนดให้บนเส้น m แล้วสะท้อนบนเส้น n ตามลำดับ (4 คะแนน)

1)



2)



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง การสะท้อน

เวลาเรียน 1 ชั่วโมง

คณิตศาสตร์ สาระภาพจากการสะท้อนและการแก้ปัญหา

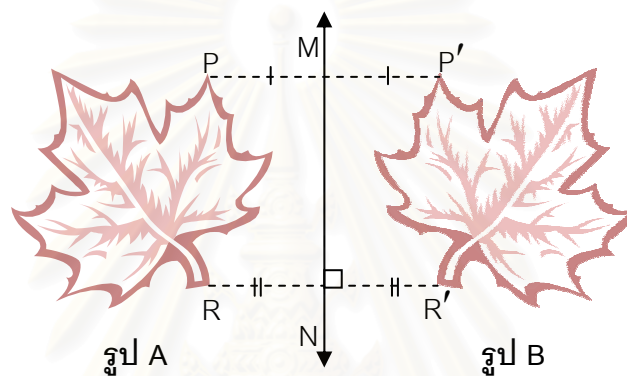
ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา

1. ครูยกตัวอย่างให้นักเรียนพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A หรือไม่

ตัวอย่างที่ 1



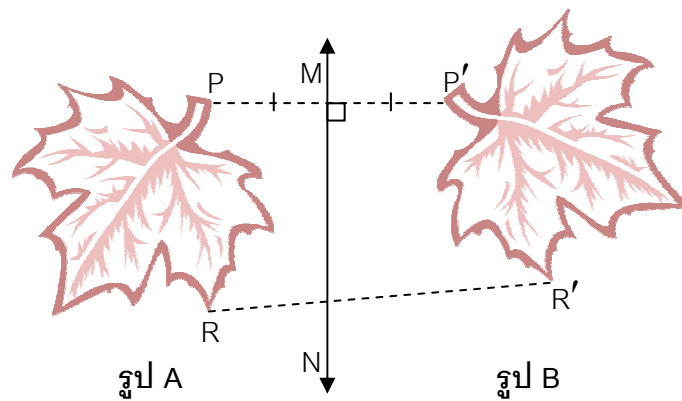
รูป B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A เพราะว่า สามารถพลิกรูป A แล้วเลื่อนไปทับรูป B ได้สนิท และเมื่อลากเส้นตรง MN แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{PP'}$ แล้วได้ เส้นตรง MN แบ่งครึ่ง $\overline{RR'}$ ด้วย

ตัวอย่างที่ 2



รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A เพราะว่า สามารถเลื่อนรูป A ไปทับรูป B ได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป

ตัวอย่างที่ 3



รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A เพราะว่า จากการสร้างเส้นตรง MN ให้แบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{PP'}$ พบว่า เส้นตรง MN ไม่แบ่งครึ่ง $\overline{RR'}$ แสดงว่าไม่สามารถหาเส้นสะท้อนได้

ให้นักเรียนวิเคราะห์ว่ารูปที่กำหนดให้รูปหนึ่งเป็นผลจากการแปลงแบบการสะท้อนของอีกรูปหนึ่งหรือไม่ แล้วให้นักเรียนลองพิจารณาว่าต้องมีการพลีกรุปจึงจะสามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท และสามารถหาเส้นสะท้อนของการสะท้อนรูปต้นแบบได้หรือไม่ เพื่อค้นหาลักษณะของภาพที่ได้จากการสะท้อน โดยการทำกิจกรรมที่ 6.1

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป

2. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมที่ 6.1 แล้วให้นักเรียนสรุปลักษณะของภาพที่ได้จากการสะท้อน โดยให้นักเรียนวิเคราะห์จากสมบัติของการสะท้อนที่นักเรียนทราบแล้วจนนักเรียนได้ข้อสรุปตรงกันของภาพที่ได้จากการสะท้อน (คำตอบที่น่าจะสรุปได้ คือ ลักษณะของภาพที่ได้จากการสะท้อน มีลักษณะดังนี้

- 1) ต้องมีการพลีกรุปจึงจะสามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท
- 2) สามารถหาเส้นสะท้อนของการสะท้อนรูปต้นแบบได้)

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3–5 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมที่ 6.2 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้เรื่องภาพจากการสะท้อน เพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจลักษณะของภาพที่ได้จากการแปลงแบบการสะท้อนอย่างชัดเจน

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบความถูกต้องของภาพที่ได้จากการแปลงแบบการสะท้อนโดยพิจารณาจากการพลีกรุปซึ่งต้องมีการพลีกรุปจึงจะสามารถเลือกรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท และสามารถหาเส้นสะท้อนของการสะท้อนรูปต้นแบบได้ และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

5. ครูเพิ่มเติมให้นักเรียนได้ความรู้ตามสาระในเอกสารการเรียนรู้

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล

6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำกิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมที่ 6.3 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้ที่ได้รับ แล้วสุ่มตัวแทนมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

7. ครูใช้การถามตอบให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับภาพจากการสะท้อนและการแก้ปัญหา อีกครั้งหนึ่ง

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น แล้วครูเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมทั้งสรุปคะแนนเพื่อเป็นการประเมินผล

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารการเรียนรู้
2. กิจกรรมที่ 6.1 – 6.3
3. เอกสารแบบฝึกหัด

กิจกรรมที่ 6 ภาพจากการสะท้อนและการแก้ปัญหา
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 6.1

คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้ จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A หรือไม่ จงอธิบาย

1)

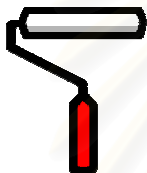


รูป A

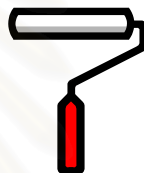


รูป B

2)



รูป A



รูป B

3)



รูป A



รูป B

4)



รูป A



รูป B

เฉลยกิจกรรมที่ 6.1

1)



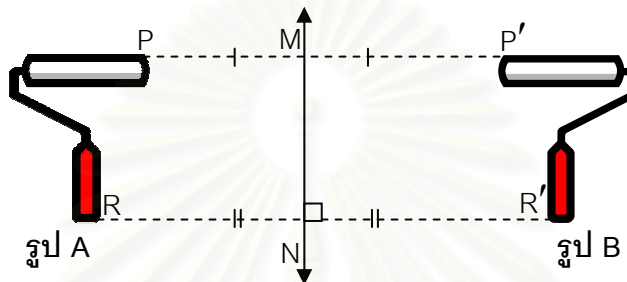
รูป A



รูป B

รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A เพราะว่า สามารถเลื่อนรูป A ไปทับรูป B ได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป

2)



รูป A

รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A เพราะว่า สามารถพลิกรูป A แล้วเลื่อนไปทับรูป B ได้สนิท และเมื่อลากเส้นตรง MN แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{PP'}$ แล้วได้ เส้นตรง MN แบ่งครึ่ง $\overline{RR'}$ ด้วย

3)



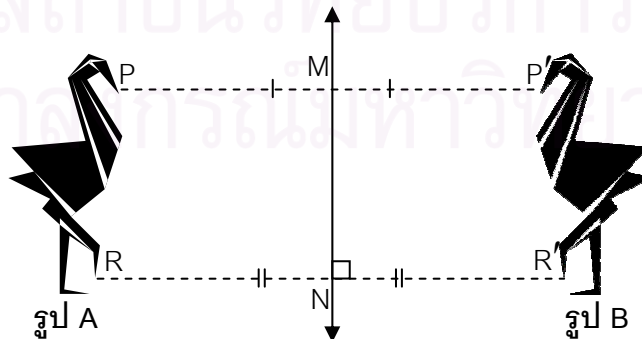
รูป A



รูป B

รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A เพราะว่า สามารถเลื่อนรูป A ไปทับรูป B ได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป

4)



รูป A

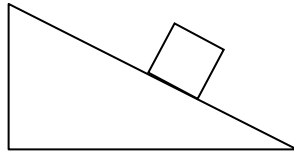
รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A เพราะว่า สามารถพลิกรูป A แล้วเลื่อนไปทับรูป B ได้สนิท และเมื่อลากเส้นตรง MN แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{PP'}$ แล้วได้ เส้นตรง MN แบ่งครึ่ง $\overline{RR'}$ ด้วย

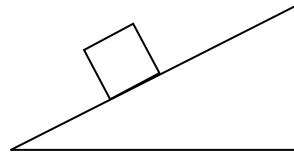
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 6.2

คำสั่ง จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A หรือไม่

1)



รูป A

 เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน


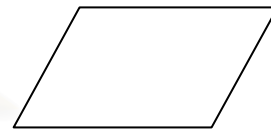
รูป B

 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน

2)



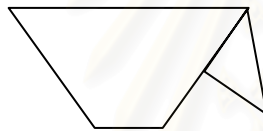
รูป A

 เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน


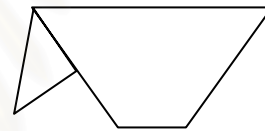
รูป B

 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน

3)



รูป A

 เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน


รูป B

 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน

4)



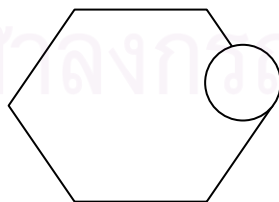
รูป A

 เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน

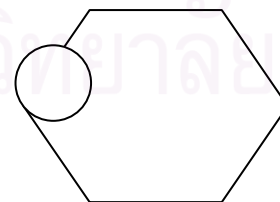

รูป B

 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน

5)



รูป A

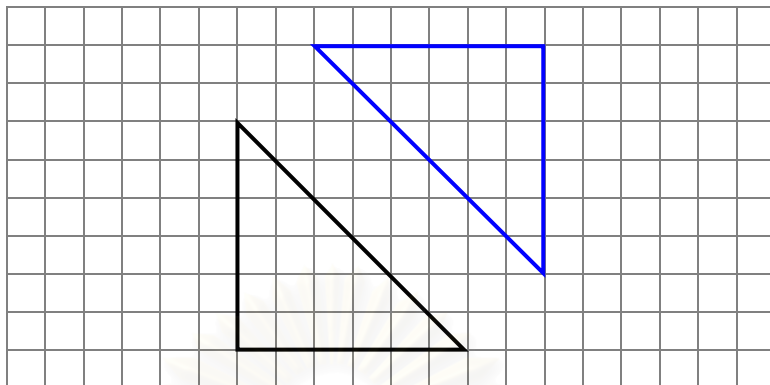
 เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน


รูป B

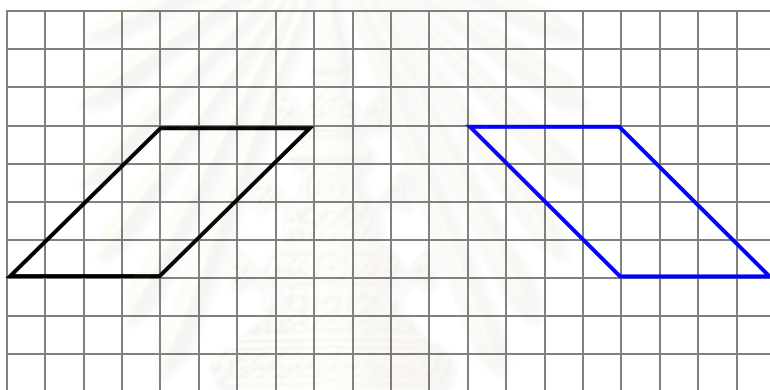
 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน

คำสั่ง ให้นักเรียนหาเส้นสะท้อนของการสะท้อนในแต่ละข้อ

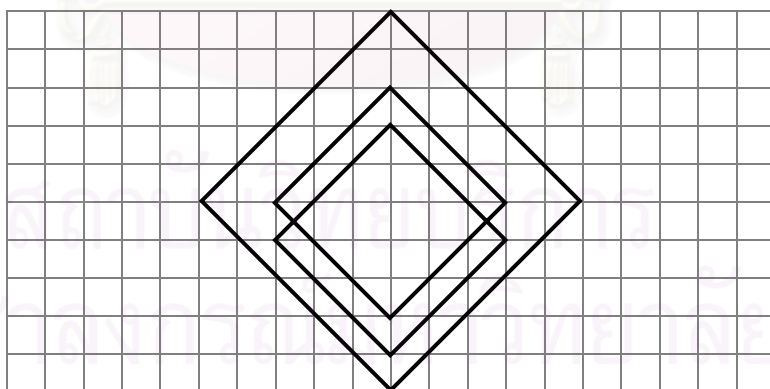
1)



2)

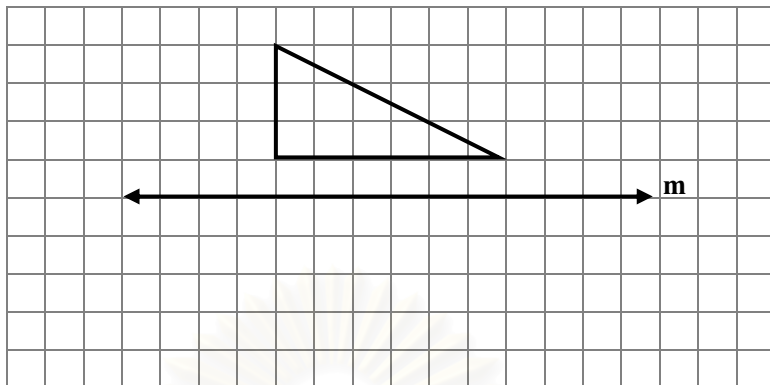


3)

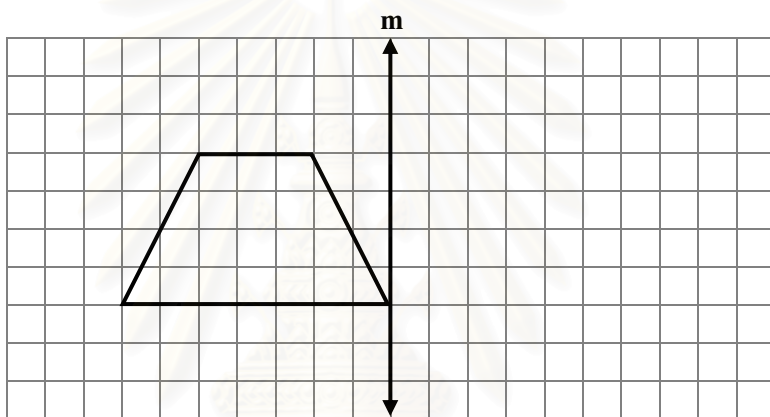


คำสั่ง ให้นักเรียนเขียนภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปข้ามเส้นสะท้อน m ในแต่ละข้อ

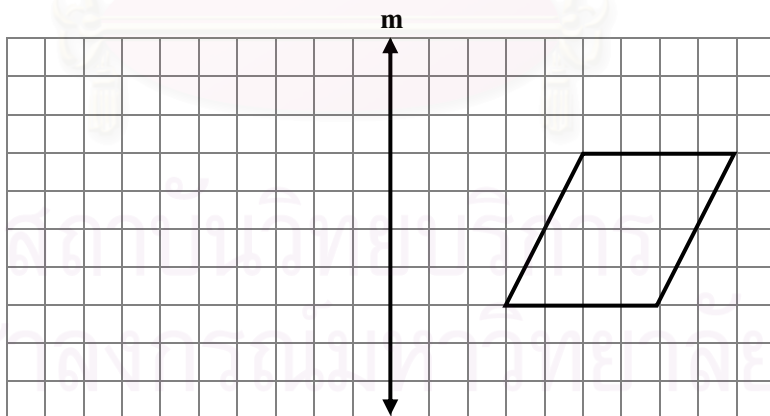
1)



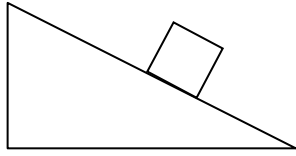
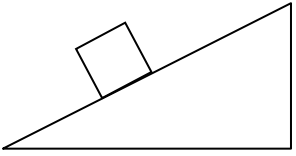


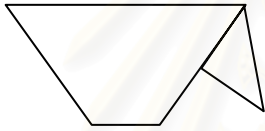
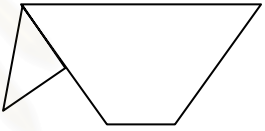

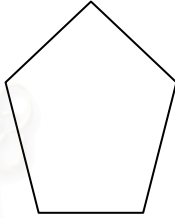
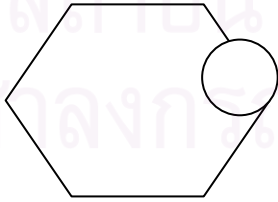
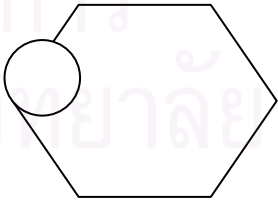
2)



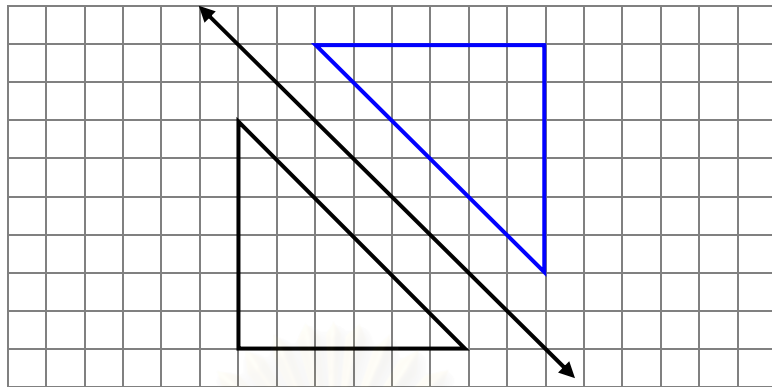
3)



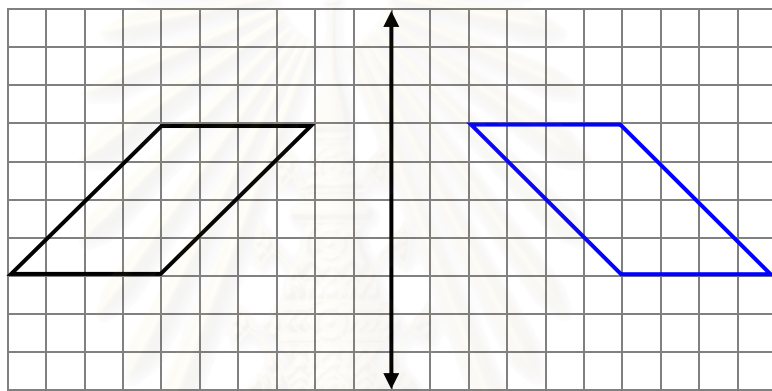
เฉลยกิจกรรมที่ 6.2

- 1)  
- รูป A เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน
- รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน
- 2)  
- รูป A เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน
- รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน
- 3)  
- รูป A เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน
- รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน
- 4)  
- รูป A เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน
- รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน
- 5)  
- รูป A เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน
- รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน

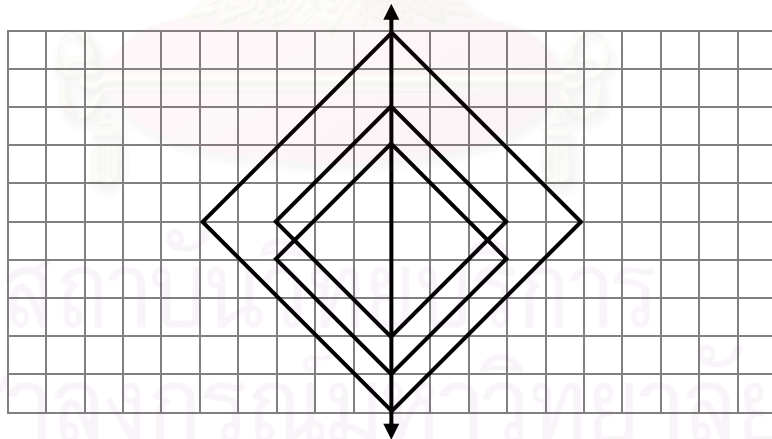
1)



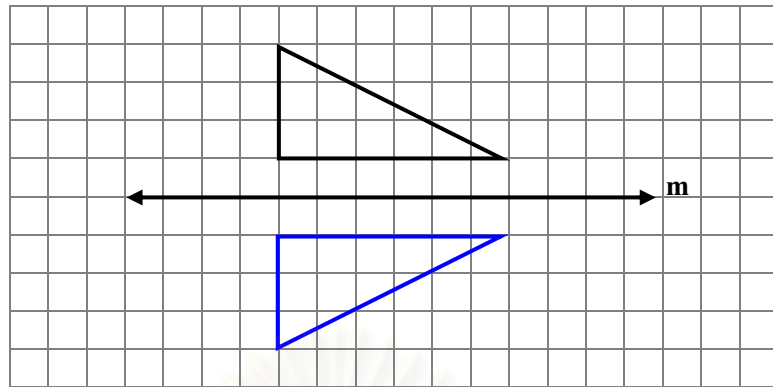
2)



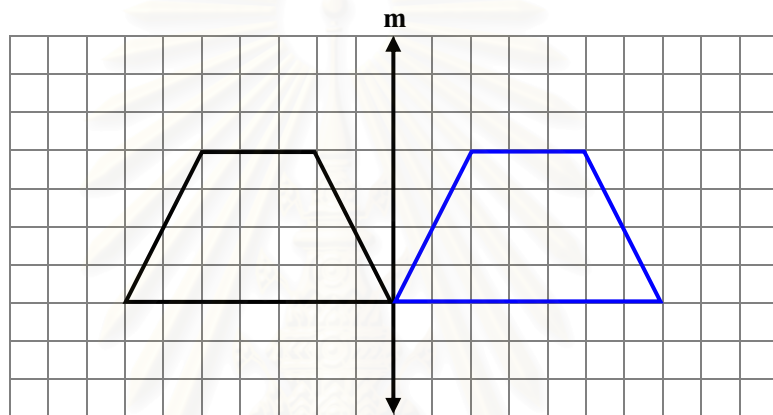
3)



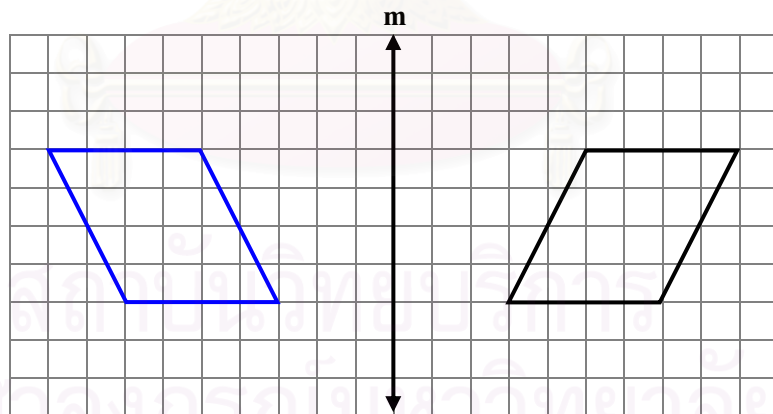
1)



2)



3)



เอกสารการเรียนรู้ เรื่อง การสะท้อน

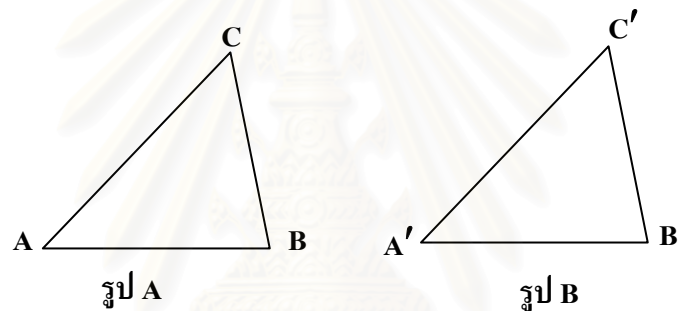
ภาพจากการสะท้อน

ในการวิเคราะห์ว่ารูปที่กำหนดให้รูปหนึ่งเป็นภาพที่ได้จากการแปลงแบบการสะท้อนของอีกรูปหนึ่งหรือไม่ ให้พิจารณาตามเงื่อนไข 2 ข้อดังนี้

- 1) ต้องมีการพลิกรูปจึงจะสามารถเลือกรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท
- 2) สามารถหาเส้นสะท้อนของการสะท้อนรูปต้นแบบได้

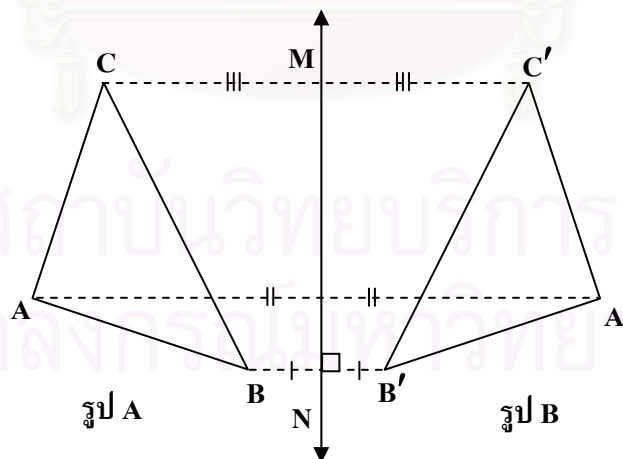
ตัวอย่าง จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A หรือไม่ จงอธิบาย

1)



รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A เพราะว่าสามารถเลือกรูป A ไปทับรูป B ได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป

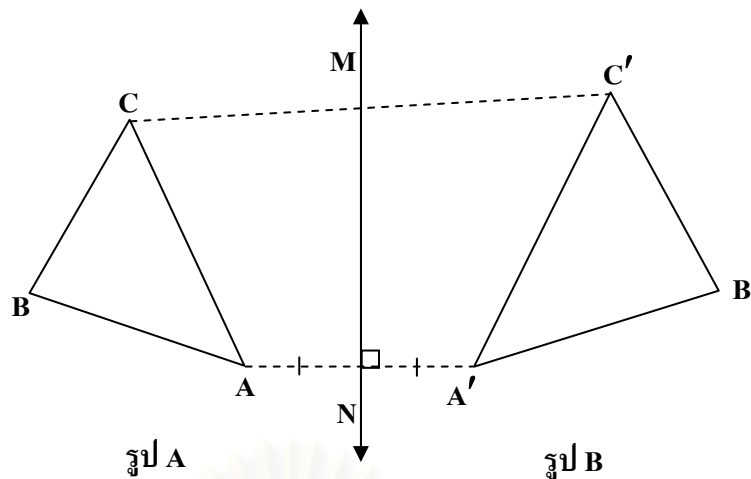
2)



รูป B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A เพราะว่า

- (1) สามารถพลิกรูป A แล้วเลื่อนไปทับรูป B ได้สนิท
- (2) เมื่อลากเส้นตรง MN แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{AA'}$ แล้วได้ เส้นตรง MN แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$ ตามลำดับด้วย

3)



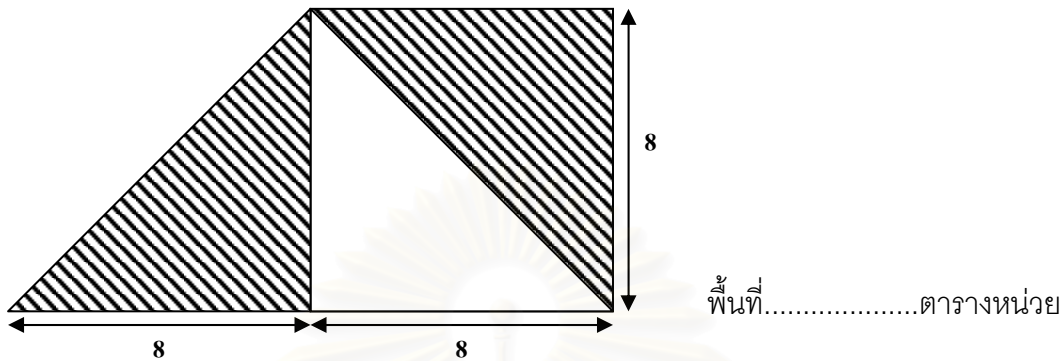
รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A เพราะว่า จากการสร้างเส้นตรง MN ให้แบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{AA'}$ พบว่า เส้นตรง MN ไม่แบ่งครึ่ง $\overline{CC'}$ แสดงว่าไม่สามารถหาเส้นสะท้อนได้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

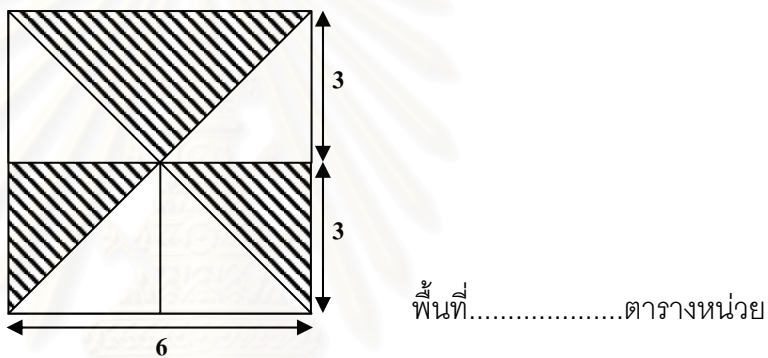
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 6.3

คำสั่ง จงใช้การสะท้อนหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณของรูปที่กำหนดให้

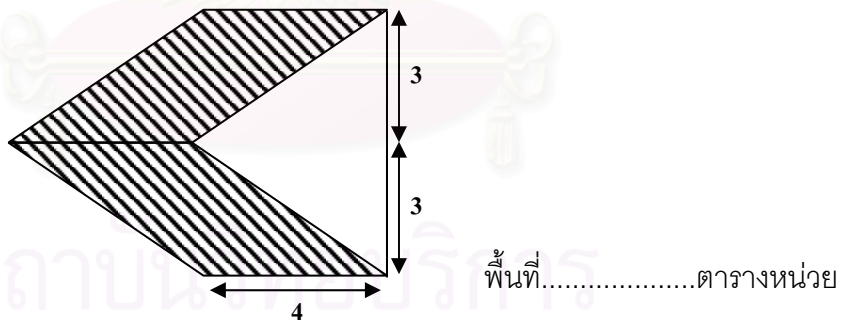
1)



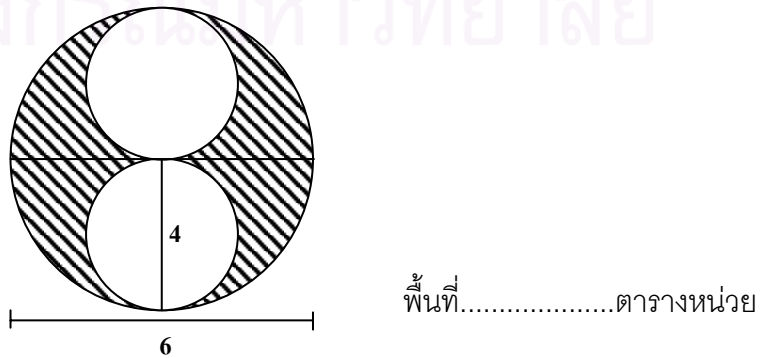
2)



3)

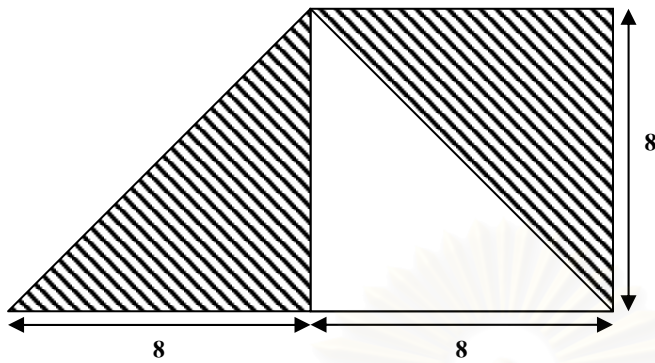


4)



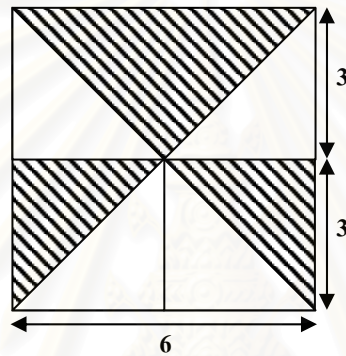
เฉลยกิจกรรมที่ 6.3

1)



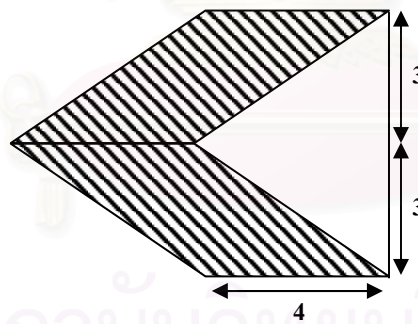
พื้นที่ 64 ตารางหน่วย

2)



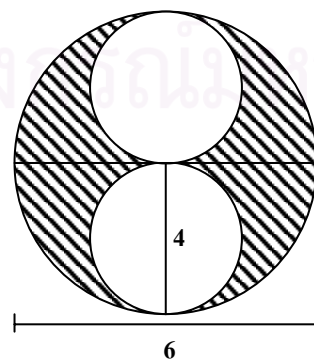
พื้นที่ 18 ตารางหน่วย

3)



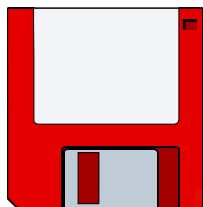
พื้นที่ 24 ตารางหน่วย

4)

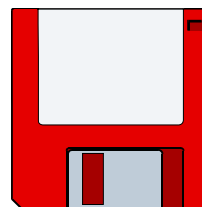
พื้นที่ π ตารางหน่วย

ตัวอย่างเอกสารแบบฝึกหัด

1. จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A หรือไม่ จงอธิบาย (2 คะแนน)



รูป A



รูป B

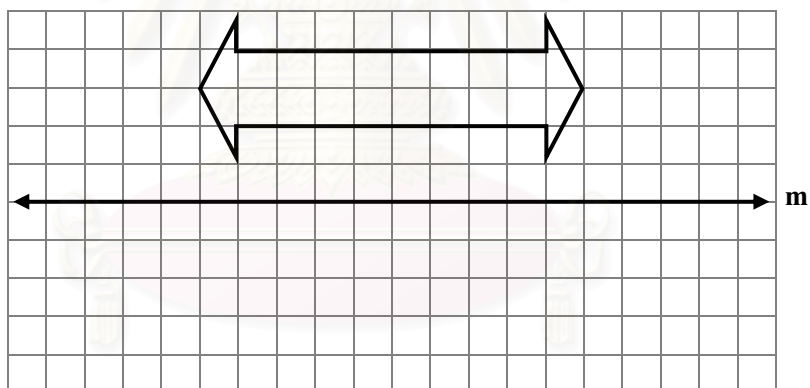
.....

.....

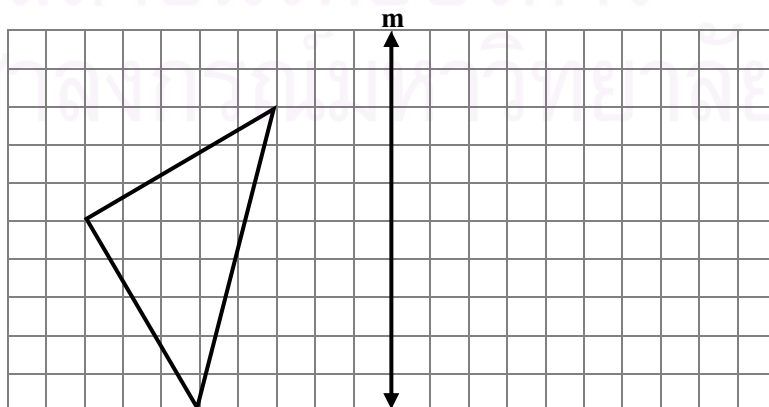
.....

2. จงเขียนภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปข้ามเส้นสะท้อน m ในแต่ละข้อ (4 คะแนน)

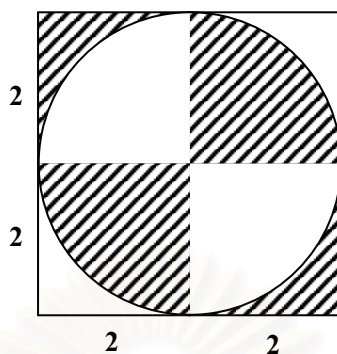
1)



2)



3. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้ (4 คะแนน)



.....

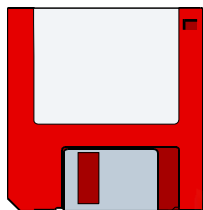
.....



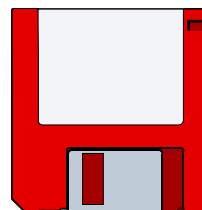
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยเอกสารแบบฝึกหัด

1. จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A หรือไม่ จงอธิบาย (2 คะแนน)



รูป A

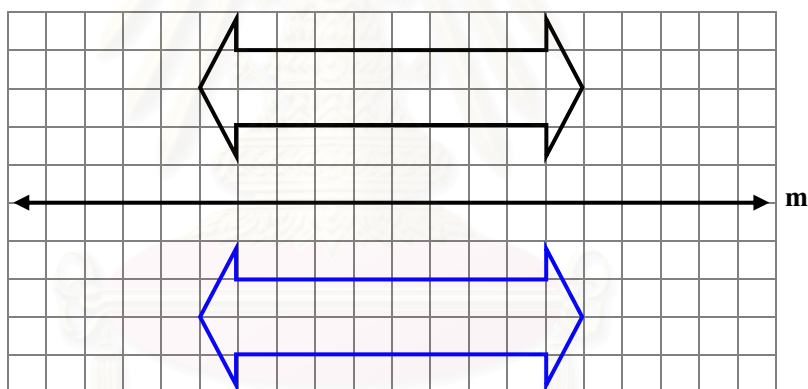


รูป B

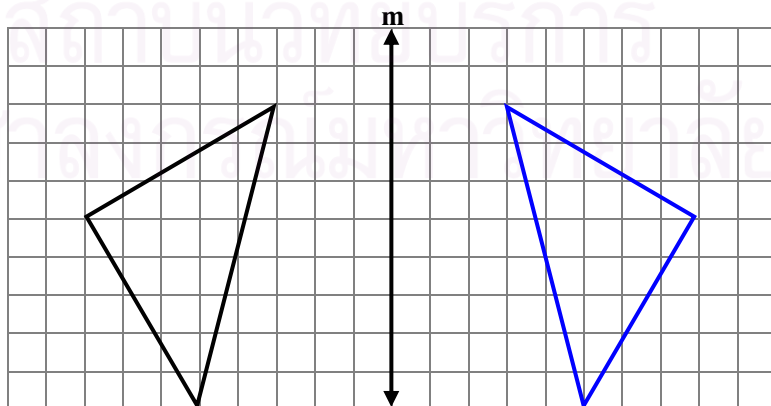
รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูป A เพราะว่า สามารถเลื่อนรูป A ไปทับรูป B ได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป

2. จงเขียนภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปข้ามเส้นสะท้อน m ในแต่ละข้อ (4 คะแนน)

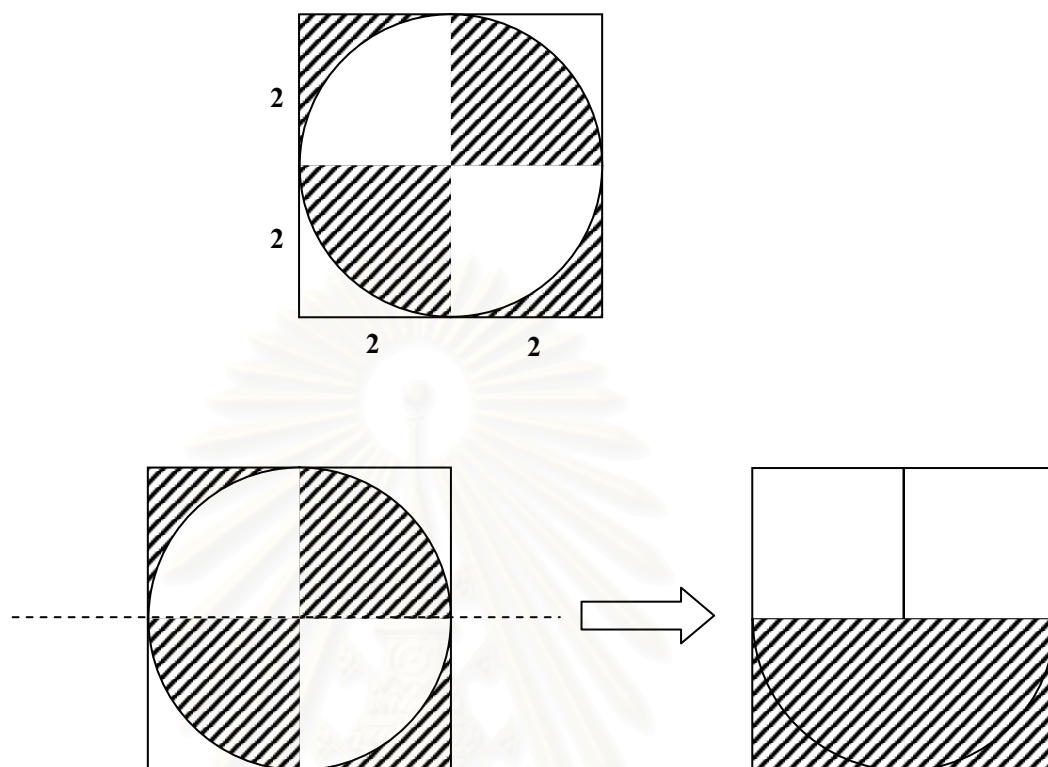
1)



2)



3. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้ (4 คะแนน)



ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ 8 ตารางหน่วย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7

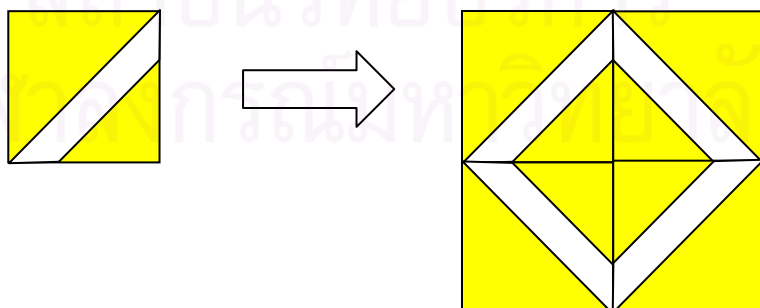
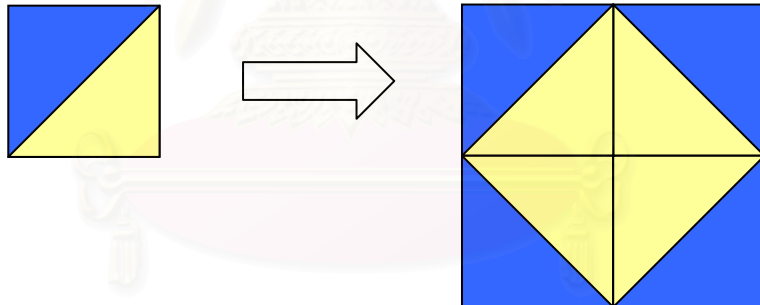
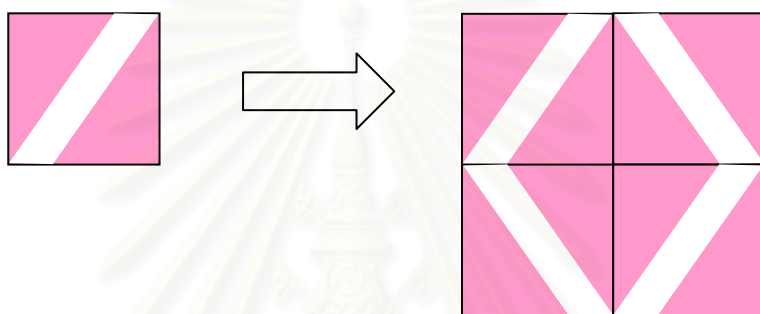
หน่วยการเรียนรู้เรื่อง การสะท้อน
คณิตศาสตร์ สาระศิลปะกับการสะท้อน

เวลาเรียน 1 ชั่วโมง
ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา

1. ครูยกตัวอย่างลวดลายต่างๆ ที่ออกแบบโดยใช้ความรู้เรื่องการสะท้อน เช่น



ให้นักเรียนลองพิจารณาว่าความสวยงามของลวดลายที่เกิดจากการนำความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ในส่วนของเรื่องการสะท้อนมาสร้างสรรค์ผลงานทางศิลปะต่างๆ รูปที่ได้นั้นมีช่องว่าง และเกิดการซ้อนทับกันของรูปเรขาคณิตและรูปอื่นๆ ที่นำมาวางเรียงกันหรือไม่ เพื่อค้นหาความหมายของภาพเทสเซลเลชัน

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป

2. ให้นักเรียนสรุปความหมายของภาพเทสเซลเลชันโดยใช้ความรู้เรื่องการสะท้อนที่นักเรียนทราบแล้ว จนนักเรียนได้ข้อสรุปตรงกันของภาพเทสเซลเลชัน (คำตอบที่น่าจะสรุปได้คือ ภาพเทสเซลเลชัน หมายถึง การนำรูปต่างๆ มาจัดเรียงต่อกันบนระนาบโดยไม่ให้เกิดช่องว่างและการซ้อนทับกัน)

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3 – 5 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมที่ 7.1 และกิจกรรมที่ 7.2 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้เรื่องภาพเทสเซลเลชันจากการสะท้อน เพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจความหมายของภาพเทสเซลเลชันที่ได้จากการแปลงแบบการสะท้อนอย่างชัดเจน

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิสูจน์ลักษณะของภาพเทสเซลเลชันที่ได้จากการสะท้อนโดยการนำรูปต่างๆ มาวางเรียงต่อกันบนระนาบไปเรื่อยๆ โดยไม่ให้เกิดช่องว่างและไม่ให้รูปซ้อนทับกัน และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

5. ครูแนะนำเพิ่มเติมเกี่ยวกับภาพเทสเซลเลชันจากการสะท้อน ให้นักเรียนเข้าใจ

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล

6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำโครงการที่ 2 (ศิลปะกับการสะท้อน) เพื่อเป็นการประเมินผล

สื่อการเรียนรู้

1. กระดาษแข็ง กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ เทปใส
2. กิจกรรมที่ 7.1 – 7.2

กิจกรรมที่ 7 ศิลปะกับการสะท้อน

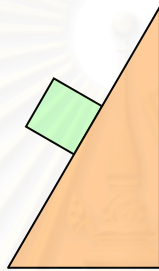
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 7.1

คำสั่ง ให้นักเรียนออกแบบลวดลายศิลปะจากรูปเรขาคณิต โดยใช้ความรู้เรื่องการสะท้อน

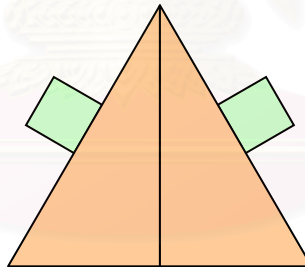
อุปกรณ์ : กระดาษแข็ง กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ เทปใส

ขั้นตอน :

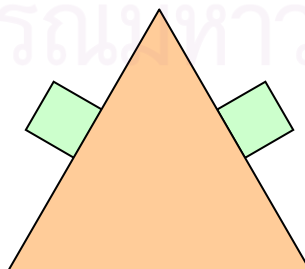
1) ตัดกระดาษแข็งเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้วนำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสไปติดด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยม ติดเทปใส ดังรูป



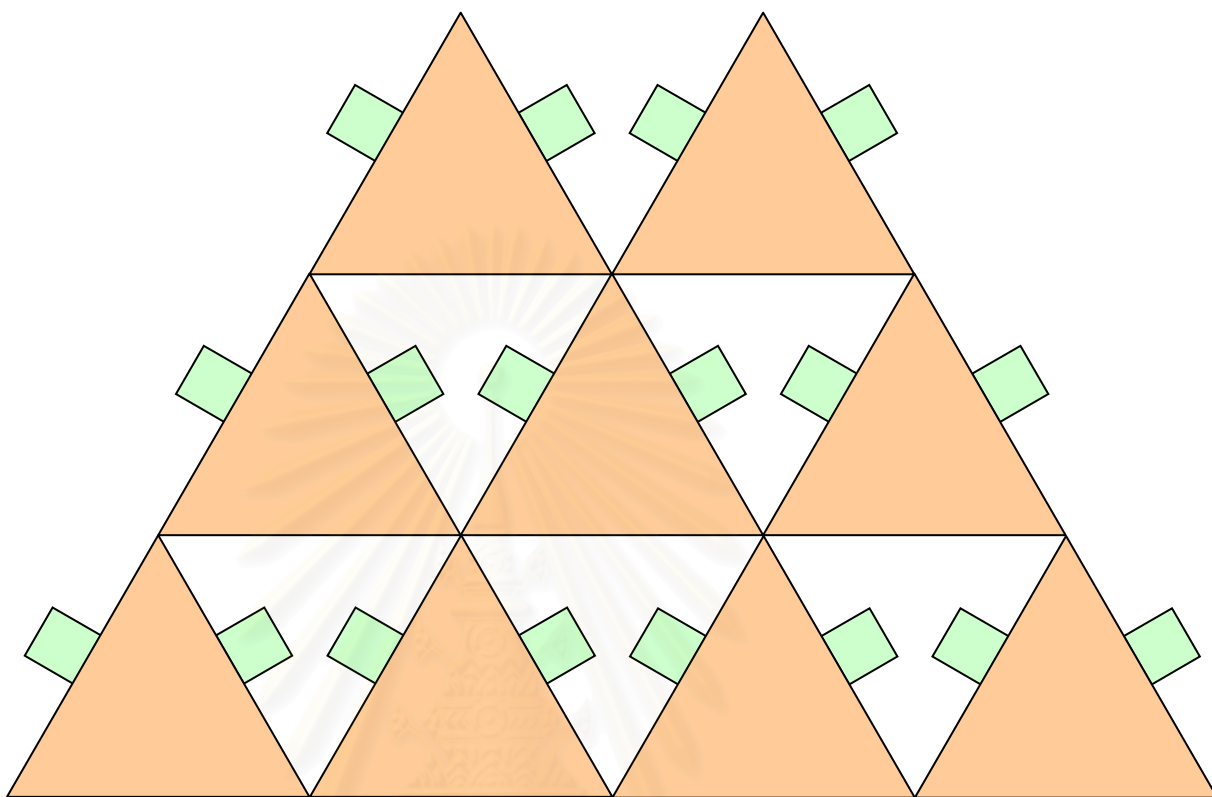
2) ตัดกระดาษให้ได้รูปตามขั้นตอนที่ 1 อีก 1 รูป แล้วพลิกรูปที่ได้ตามแนวตั้งไปติดเทปใส ดังรูป



3) ตัดแปลงรูปที่ได้ตามต้องการ



4) นำแบบรูปที่ได้มาวางลงบนกระดาษ ดังรูป



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

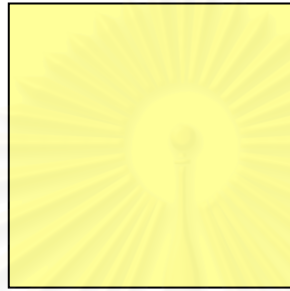
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 7.2

คำสั่ง ให้นักเรียนออกแบบลวดลายศิลปะจากรูปทั่วไป โดยใช้ความรู้เรื่องการสะท้อน

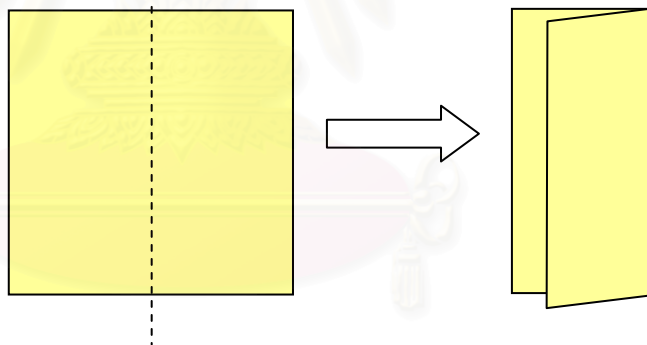
อุปกรณ์ : กระดาษ กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ

ขั้นตอน :

- 1) ตัดกระดาษแข็งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

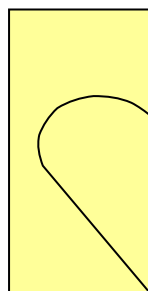


- 2) พับครึ่งกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

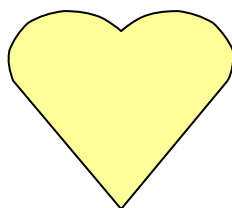


รอยพับครึ่ง เป็นแนวเส้นสะท้อน

- 3) วาดลวดลายลงบนกระดาษที่พับครึ่ง



4) ตัดกระดาษตามส่วนที่วาดลวดลายออก จะได้กระดาษรูปหัวใจ



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างโครงการที่ 2 ศิลปะกับการสะท้อน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องการสะท้อน ไปใช้ในการออกแบบลวดลายต่างๆ ได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ให้นักเรียนออกแบบลวดลายจากการตัดกระดาษให้ได้รูปสมมาตรตามใจชอบ 1 แบบ และออกแบบลวดลายศิลปะจากรูปเรขาคณิต โดยใช้ความรู้เรื่องการสะท้อน

อุปกรณ์ : กระดาษ กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ เทปใส

ขั้นตอน :

ออกแบบลวดลายจากการตัดกระดาษให้ได้รูปสมมาตร

- 1) ตัดกระดาษแข็งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตามต้องการ
- 2) พับครึ่งกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
- 3) วาดลวดลายที่ต้องการลงบนกระดาษที่พับครึ่ง
- 4) ตัดกระดาษตามรอยที่วาดลวดลายไว้ ก็จะได้ลวดลายตามต้องการ

ออกแบบลวดลายศิลปะจากรูปเรขาคณิต

- 1) ตัดกระดาษแข็งเป็นรูปเรขาคณิตตามต้องการ
- 2) ตัดกระดาษให้ได้รูปตามขั้นตอนที่ 1 อีก 1 รูป แล้วพลิกรูปที่ได้ตามแนวตั้ง

ไปติดเทปใส

- 3) ตัดแปลงรูปที่ได้ตามต้องการ
- 4) นำแบบรูปที่ได้มาทาบบนกระดาษแล้ววาดเส้นตามขอบของแม่แบบ วาดต่อๆ กัน

จนได้เทสเซลเลชัน

- 5) แต่งลวดลายให้สวยงาม

การประเมินผล

- 1) สังเกตจากความสนใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม 5 คะแนน
- 2) พิจารณาจากผลงาน (ความคิดสร้างสรรค์และความสวยงาม) 5 คะแนน

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง การหมุน
คณิตศาสตร์ สาระพื้นฐาน สัปดาห์การหมุน

เวลาเรียน 1 ชั่วโมง
ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา

1. ครูยกตัวอย่างการหมุน

ตัวอย่างที่ 1 “เมื่อหมุนดินสอในทิศตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา”



รูปต้นแบบ

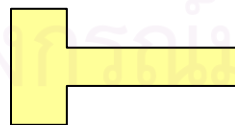


ภาพ

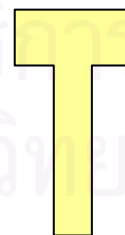
ดินสอก่อนการหมุน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**

และเมื่อหมุนแล้ว ดินสอหลังการหมุน จะเรียกว่า **ภาพ**

ตัวอย่างที่ 2 “เมื่อหมุนตัวอักษรในทิศทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา”



ภาพ

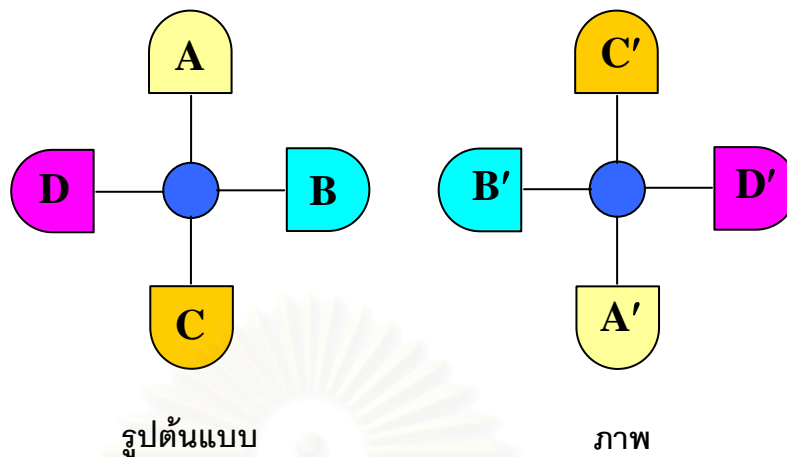


รูปต้นแบบ

ตัวอักษรก่อนการหมุน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**

และเมื่อหมุนแล้ว ตัวอักษรหลังการหมุน จะเรียกว่า **ภาพ**

ตัวอย่างที่ 3 “เมื่อหมุนรูปในทิศตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 180 องศา”



รูปก่อนการหมุน จะเรียกว่า **รูปต้นแบบ**
และ รูปหลังการหมุน จะเรียกว่า **ภาพ**

ให้นักเรียนพิจารณาว่าลักษณะของรูปต้นแบบกับภาพมีสิ่งๆที่เหมือนกันหรือต่างกัน
อย่างไรบ้าง แล้วให้นักเรียนลองพิจารณาวาระยะห่างระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและจุดหมุนเท่ากับ
ระยะห่างระหว่างจุดนั้นๆ บนภาพกับจุดหมุนหรือไม่ เพื่อค้นหาความหมายและสมบัติเบื้องต้น
ของการหมุน โดยการทำกิจกรรมที่ 8.1

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป

2. ให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 8.2 แล้วให้นักเรียนสรุปความหมายของการหมุน
และสมบัติเบื้องต้นของการหมุน โดยพิจารณาจากระยะห่างระหว่างจุดบนรูปต้นแบบ
กับจุดหมุนและระยะห่างระหว่างจุดนั้นๆ บนภาพกับจุดหมุน จนนักเรียนได้ข้อสรุปตรงกัน
ของการหมุน (คำตอบที่น่าจะสรุปได้ คือ การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิต
ที่มีการส่งจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังจุดบนภาพ โดยที่จุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุน
ไปยังภาพของจุดนั้นๆ ด้วยขนาดของมุมที่เท่ากัน และสมบัติของการหมุนดังนี้

- 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ
- 2) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนส่วนของเส้นตรงนั้น
ไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่)

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3 – 5 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ในกิจกรรมที่ 8.3 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้เรื่องการหมุน เพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจความหมายและสมบัติของการหมุนอย่างชัดเจน แล้วให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิสูจน์สมบัติของการหมุน โดยพิจารณาจากการเลือกรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการหมุนได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

5. ครูเพิ่มเติมให้นักเรียนได้ความรู้ตามสาระในเอกสารการเรียนรู้

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล

6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำกิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมที่ 8.4 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้ที่ได้รับ แล้วส่งตัวแทนมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

7. ครูใช้การถามตอบให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการหมุนอีกครั้งหนึ่ง

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น แล้วครูเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมทั้งสรุปคะแนนเพื่อเป็นการประเมินผล

สื่อการเรียนรู้

1. กระดาษแข็ง กระดาษลอกลาย กระดาษวาดเขียน (12"×12") ดินสอ หลอดกาแฟหมุด (peg) คัตเตอร์หรือกรรไกร เทปใส

2. เอกสารการเรียนรู้

3. กิจกรรมที่ 8.1 – 8.4

4. เอกสารแบบฝึกหัด

กิจกรรมที่ 8 สักรวจการหมุน

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 8.1

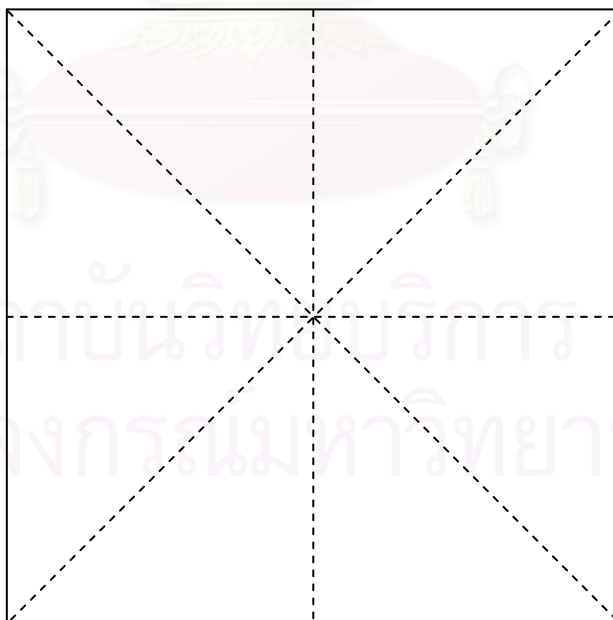
คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้ แล้วลองพิจารณาระยะห่างระหว่างจุดบนรูปต้นแบบ กับจุดหมุนและระยะห่างระหว่างจุดนั้นๆ บนภาพกับจุดหมุน

อุปกรณ์ : กระดาษวาดเขียน (12"×12") กระดาษแข็ง กระดาษลอกลาย ดินสอ หลอดกาแฟ หมุด (peg) คัตเตอร์หรือกรรไกร เทปใส



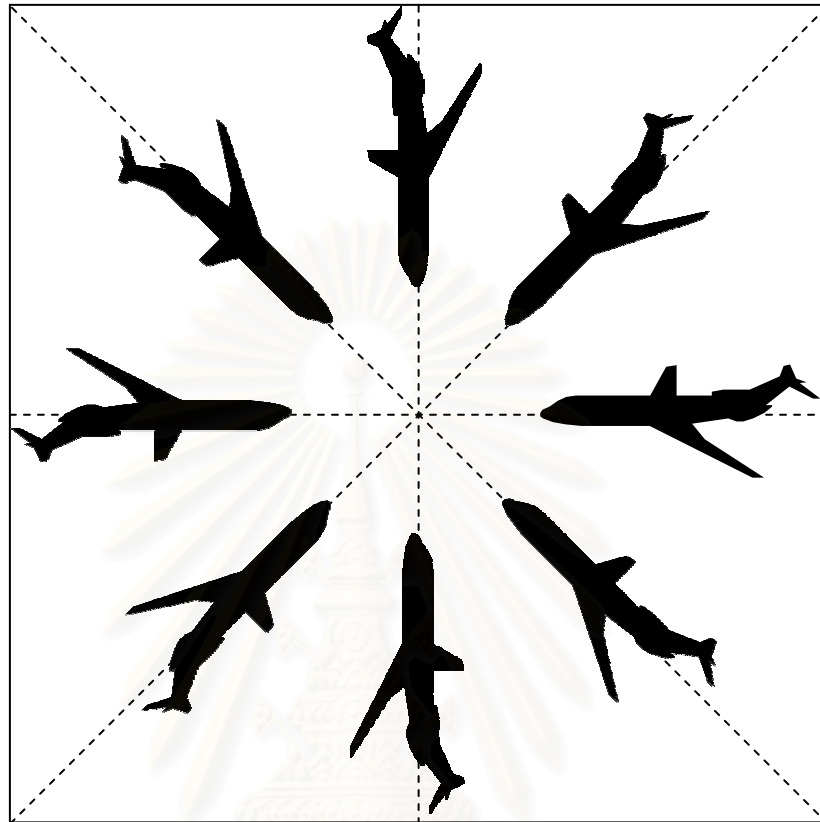
ขั้นตอน :

1. ลอกลายรูปเครื่องบินลงบนกระดาษแข็ง แล้วตัดออกมาเป็นรูปเครื่องบิน
2. ติดปลายหลอดกาแฟข้างหนึ่งบนกระดาษแข็งรูปเครื่องบิน ให้หลอดกาแฟตรงกับส่วนหัวของเครื่องบิน
3. พับครึ่งกระดาษวาดเขียนแล้วพับครึ่งอีกครั้ง และพับตามแนวเส้นทแยงมุมอีกครั้ง ให้ได้รอยพับดังรูป



4. ใช้หมุดยึดปลายอีกข้างหนึ่งของหลอดกาแฟในขั้นตอนที่ 2 ติดจุดตัดของรอยพับ
5. หมุนรูปเครื่องบินไปรอบๆ หมุดในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาโดยให้หลอดกาแฟตรงกับแนวรอยพับ แล้ววาดเส้นขอบของรูปเครื่องบินลงบนกระดาษวาดเขียน

ผลจากกิจกรรมที่ 8.1 จะได้ดังรูป

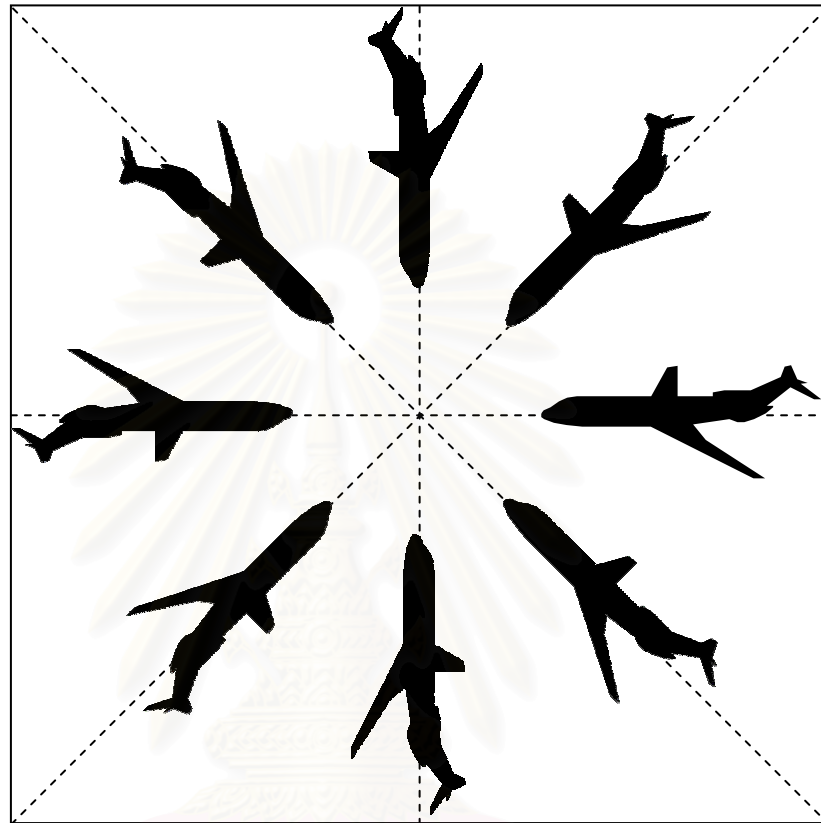


จากกิจกรรมที่ 8.1 จะเห็นว่า

1. ภาพที่ได้จากการหมุน เป็นภาพที่เท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบหรือไม่.....
2. การหมุนจะต้องมีจุดคงที่ในการหมุน เรียกว่า.....
3. การหมุนจะต้องมีทิศทางและขนาดของมุมในการหมุน เรียกว่า.....
4. ระยะห่างระหว่างจุดใดๆ บนรูปต้นแบบกับจุดหมุน และระยะห่างระหว่างจุดนั้นๆ บนภาพกับจุดหมุนมีความสัมพันธ์กันอย่างไร.....
5. จุดใดๆ บนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนไปยังภาพของจุดนั้นๆ ด้วยขนาดของมุมที่มีลักษณะเป็นอย่างไร.....

เฉลยกิจกรรมที่ 8.1

ผลจากกิจกรรมที่ 8.1 จะได้ดังรูป



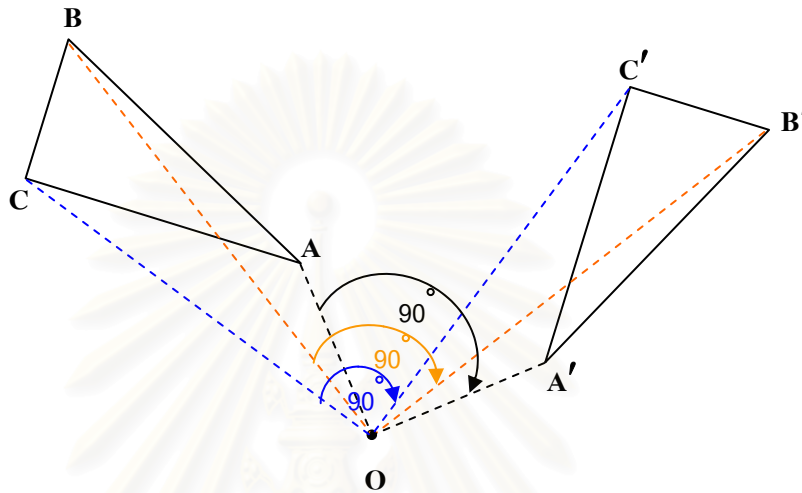
จากกิจกรรมที่ 8.1 จะเห็นว่า

1. ภาพที่ได้จากการหมุน เป็นภาพที่ **เท่ากันทุกประการ** กับรูปต้นแบบ
2. การหมุนจะต้องมีจุดคงที่ในการหมุน เรียกว่า **จุดหมุน**
3. การหมุนจะต้องมีทิศทางและขนาดของมุมในการหมุน เรียกว่า **มุมของการหมุน**
4. ระยะห่างระหว่างจุดใดๆ บนรูปต้นแบบกับจุดหมุน และระยะห่างระหว่างจุดนั้นๆ บนภาพกับจุดหมุนจะมีขนาด **เท่ากัน**
5. จุดใดๆ บนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนไปยังภาพของจุดนั้นๆ ด้วยขนาดของมุมที่ **เท่ากัน**

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 8.2

คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

กำหนด $\triangle ABC$ เป็นรูปต้นแบบ มี $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการหมุน $\triangle ABC$ รอบจุดหมุน O ในทิศตามเข็มนาฬิกาด้วยมุมที่มีขนาด 90° องศา ดังรูป



$m(\widehat{AOA'}) = m(\widehat{BOB'}) = m(\widehat{COC'}) = 90^\circ$ และ $\overline{OA} = \overline{OA'}$, $\overline{OB} = \overline{OB'}$
และ $\overline{OC} = \overline{OC'}$

ให้นักเรียนสำรวจการหมุนข้างต้นและตอบคำถามต่อไปนี้

1. $\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$, $\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$ และ $\overline{CA} \parallel \overline{C'A'}$ ใช่หรือไม่

.....

2. นักเรียนคิดว่าด้านแต่ละด้านของรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุนของด้านนั้น

จำเป็นต้องขนานกันหรือไม่

.....

3. $AB = A'B'$, $BC = B'C'$ และ $CA = C'A'$ ใช่หรือไม่

.....

4. ใช้กระดาษลอกลายลอก $\triangle ABC$ แล้วเลื่อนไปทับ $\triangle A'B'C'$ โดยไม่ต้องพลิก

กระดาษลอกแล้วตรวจสอบดูว่า $\triangle ABC$ ทับ $\triangle A'B'C'$ ได้สนิทหรือไม่

.....

จากข้อ 4 จะได้ว่า $\triangle A'B'C'$ กับ $\triangle ABC$

จากการทำกิจกรรมที่ 8.2 สามารถสรุปได้ว่า

การหมุน คือ.....

.....

สมบัติของการหมุนมีดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

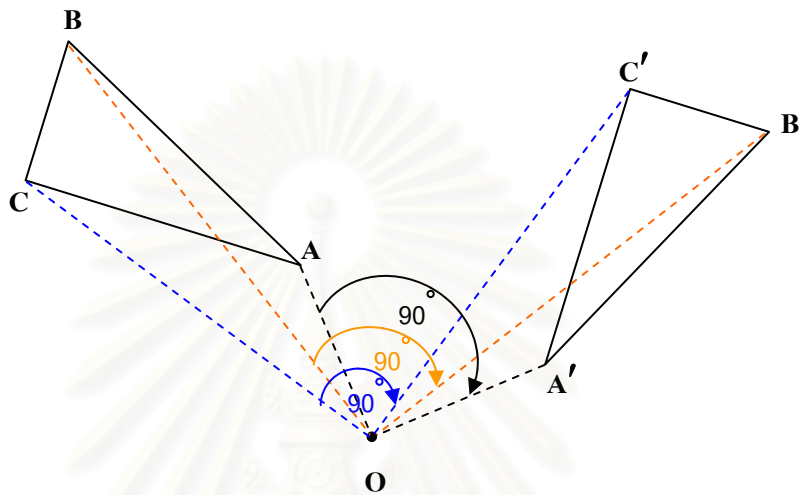


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยกิจกรรมที่ 8.2

คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

กำหนด $\triangle ABC$ เป็นรูปต้นแบบ มี $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการหมุน $\triangle ABC$ รอบจุดหมุน O ในทิศตามเข็มนาฬิกาด้วยมุมที่มีขนาด 90° องศา ดังรูป



$m(\widehat{AOA'}) = m(\widehat{BOB'}) = m(\widehat{COC'}) = 90^\circ$ และ $\overline{OA} = \overline{OA'}$, $\overline{OB} = \overline{OB'}$
และ $\overline{OC} = \overline{OC'}$

ให้นักเรียนสำรวจการหมุนข้างต้นและตอบคำถามต่อไปนี้

1. $\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$, $\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$ และ $\overline{CA} \parallel \overline{C'A'}$ ใช่หรือไม่

ไม่ใช่

2. นักเรียนคิดว่าด้านแต่ละด้านของรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุนของด้านนั้น

จำเป็นต้องขนานกันหรือไม่

ไม่จำเป็น

3. $AB = A'B'$, $BC = B'C'$ และ $CA = C'A'$ ใช่หรือไม่

ใช่

4. ใช้กระดาษลอกลายลอก $\triangle ABC$ แล้วเลื่อนไปทับ $\triangle A'B'C'$ โดยไม่ต้องพลิก

กระดาษลอกแล้วตรวจสอบดูว่า $\triangle ABC$ ทับ $\triangle A'B'C'$ ได้สนิทหรือไม่

ทับได้สนิท

จากข้อ 4 จะได้ว่า $\triangle A'B'C'$ เท่ากันทุกประการ กับ $\triangle ABC$

จากการทำกิจกรรมที่ 8.2 สามารถสรุปได้ว่า

การหมุน คือ การแปลงทางเรขาคณิตที่มีการส่งจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังจุดบนภาพ โดยที่จุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนไปยังภาพของจุดนั้นๆ ด้วยขนาดของมุมที่เท่ากัน

สมบัติของการหมุนดังนี้

- 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ
- 2) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

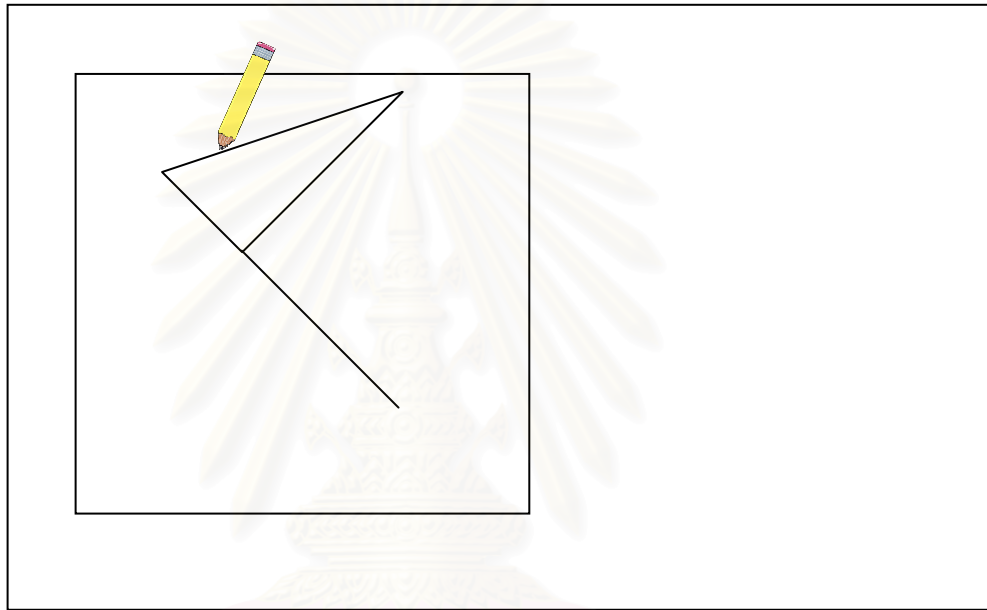
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 8.3

คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้ หมุนรูปที่ต้องการตามจุดหมุนในทิศทางตามเข็มนาฬิกา ด้วยขนาดของมุม 90 องศา

อุปกรณ์ : กระดาษลอกลาย ดินสอ

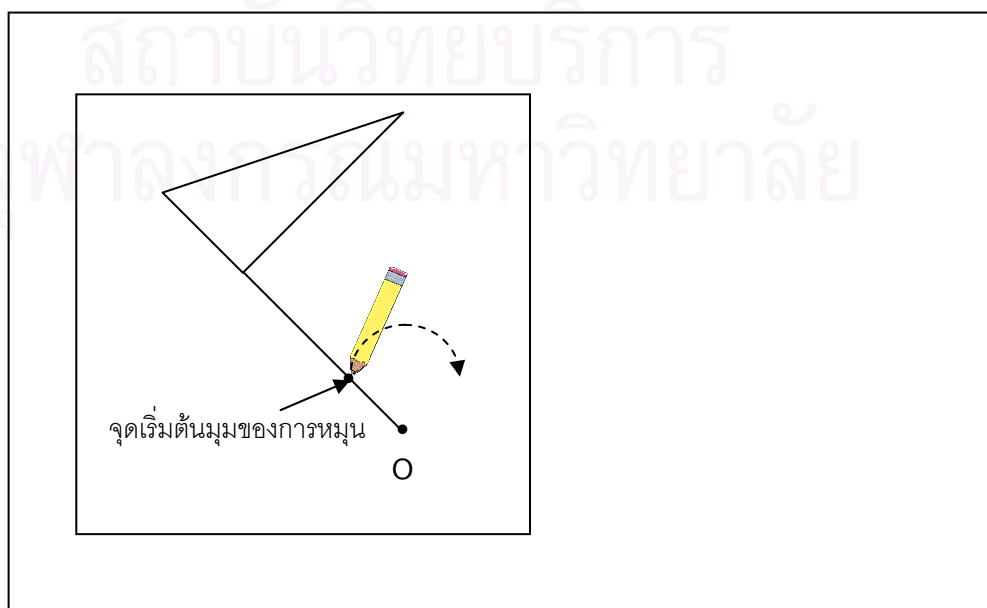
ขั้นตอน :

1. นำกระดาษลอกลาย ลอกลายรูปที่ต้องการหมุน

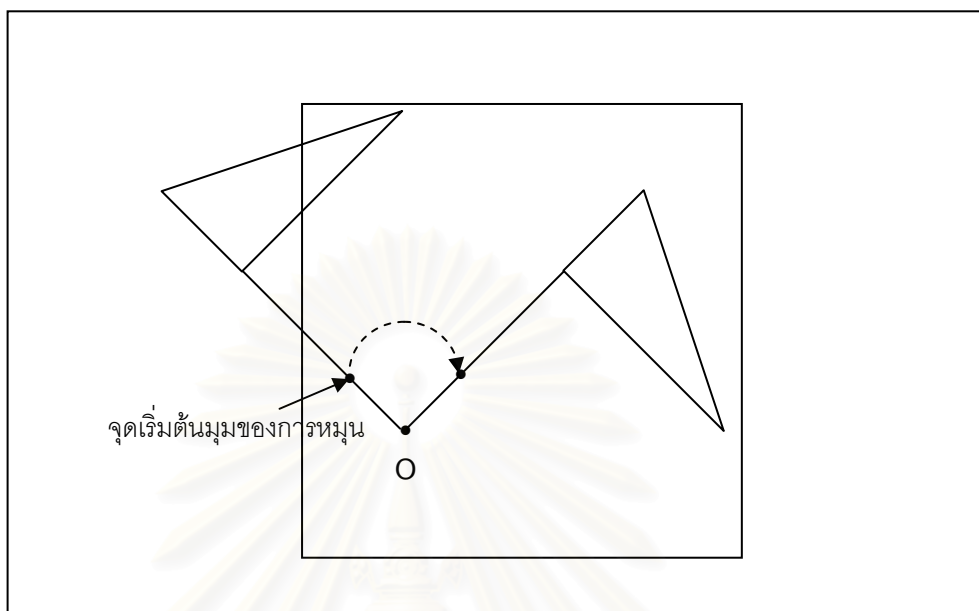


2. เขียนจุดบนกระดาษลอกลายตรงจุดหมุน (จุด O) และจุดเริ่มต้นมุมของการหมุน

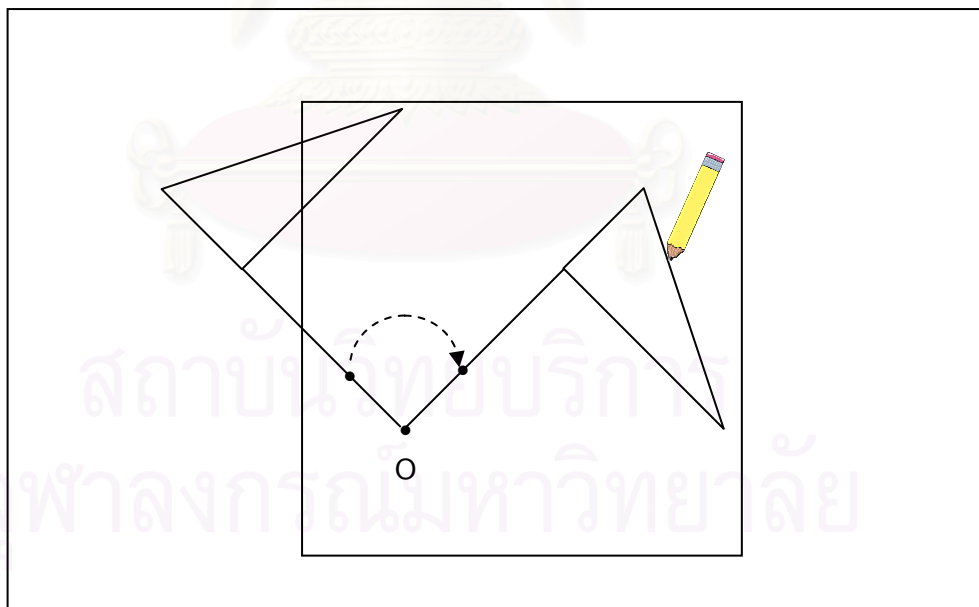
ดังรูป



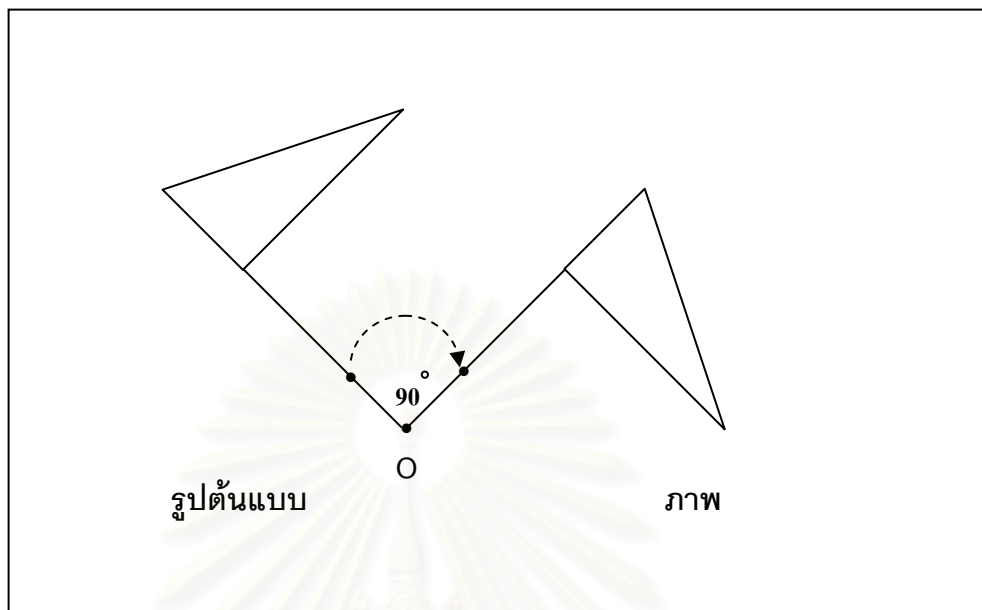
3. หมุนกระดาษลอกลายโดยให้จุดหมุนคงที่และให้จุดเริ่มต้นมุมของการหมุนบนกระดาษลอกลาย มาอยู่ตรงจุดปลายมุมของการหมุน



4. ลอกรูปที่กระดาษลอกลายลงบนกระดาษ



5. จะได้ภาพที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบตามที่กำหนด ดังรูป



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เอกสารการเรียนรู้ เรื่อง การหมุน

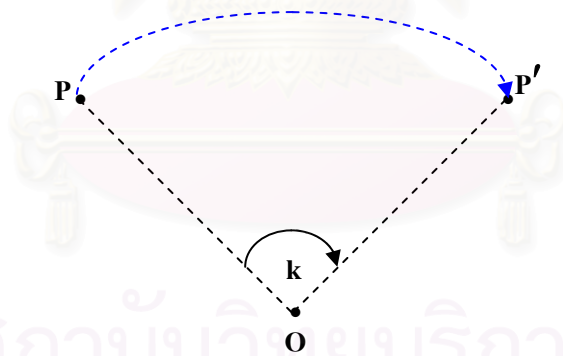
ความหมายของการหมุน

การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการส่งจุดใดๆ บนรูปต้นแบบไปยังจุดบนภาพ โดยที่จุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนไปยังภาพของจุดนั้นๆ ด้วยขนาดของมุมที่เท่ากัน

สมบัติของการหมุน

- 1) สามารถเลือกรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการหมุนได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ
- 2) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่

การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตอีกแบบหนึ่งซึ่งกำหนดไว้ดังนี้

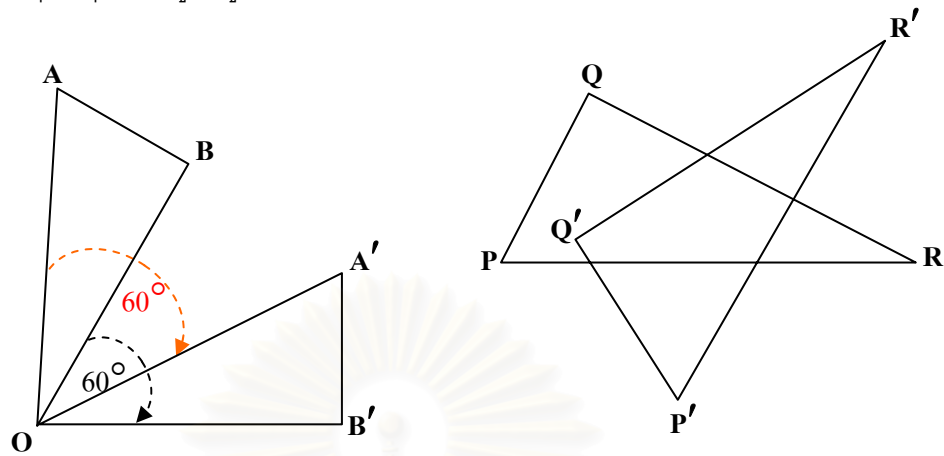


การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีจุด O ที่ตรึงจุดหนึ่งเป็นจุดหมุน แต่ละจุด P บนระนาบ มีจุด P' เป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด P รอบจุด O ตามทิศทางที่กำหนด ด้วยมุมที่มีขนาด k โดยที่

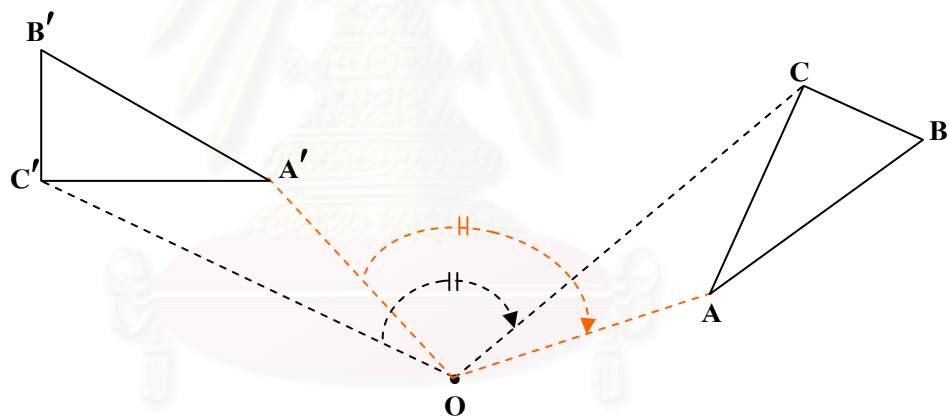
- 1) ถ้าจุด P ไม่ใช่จุด O แล้ว $OP = OP'$ และขนาดของมุม $\widehat{POP'}$ เท่ากับ k
- 2) ถ้าจุด P เป็นจุดเดียวกันกับจุด O แล้ว P เป็นจุดหมุน

ตัวอย่างการหมุนที่มีจุด O เป็นจุดหมุน

กรณีที่ 1 จุดหมุน O อยู่บนรูปต้นแบบ



กรณีที่ 2 จุดหมุน O ไม่อยู่บนรูปต้นแบบ

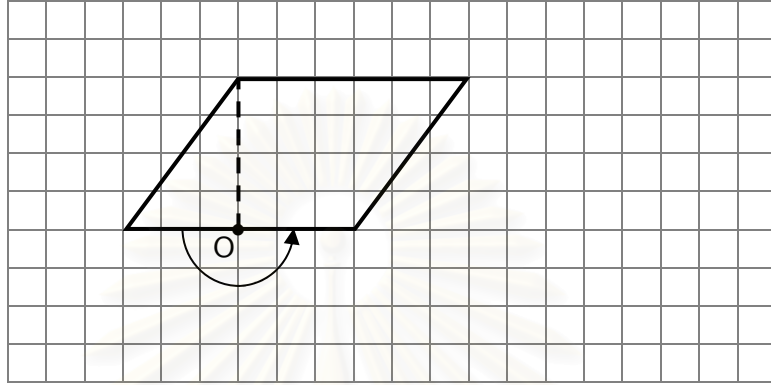


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

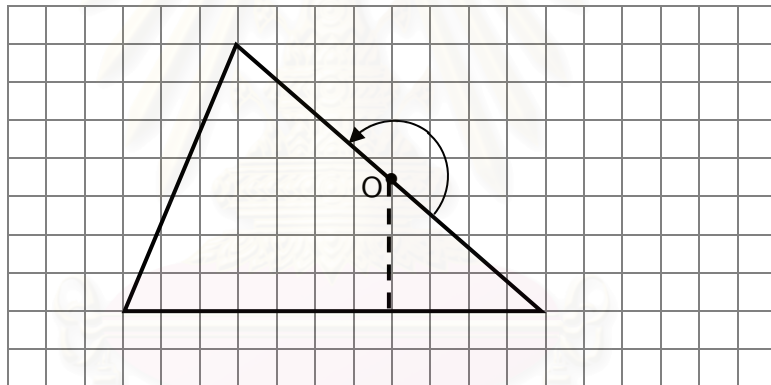
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 8.4

คำสั่ง ให้นักเรียนเขียนภาพที่เกิดจากการตัดรูปตามแนวเส้นประ แล้วหมุนส่วนที่มีขนาดเล็กลงตามมุมและจุดหมุน O ที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

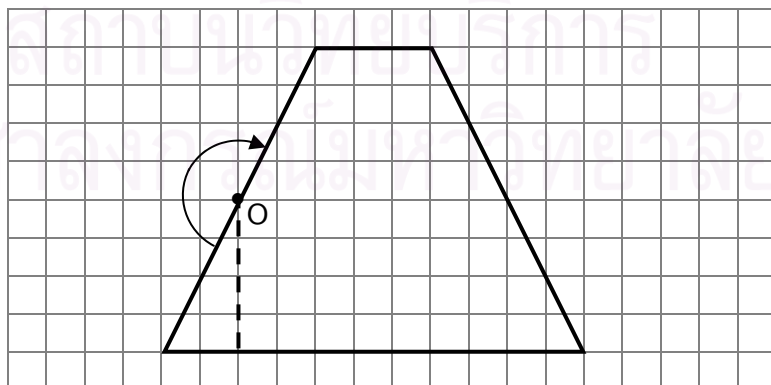
1.



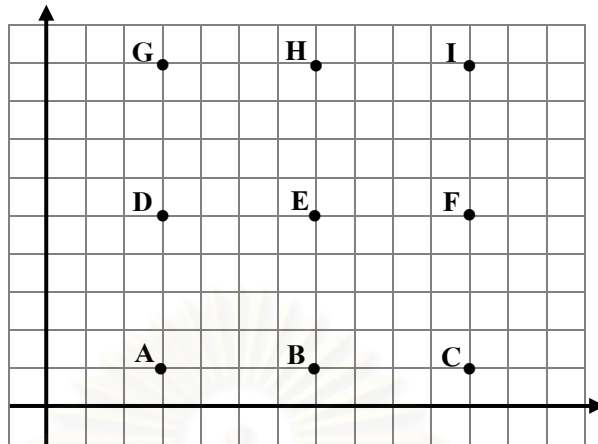
2.



3.

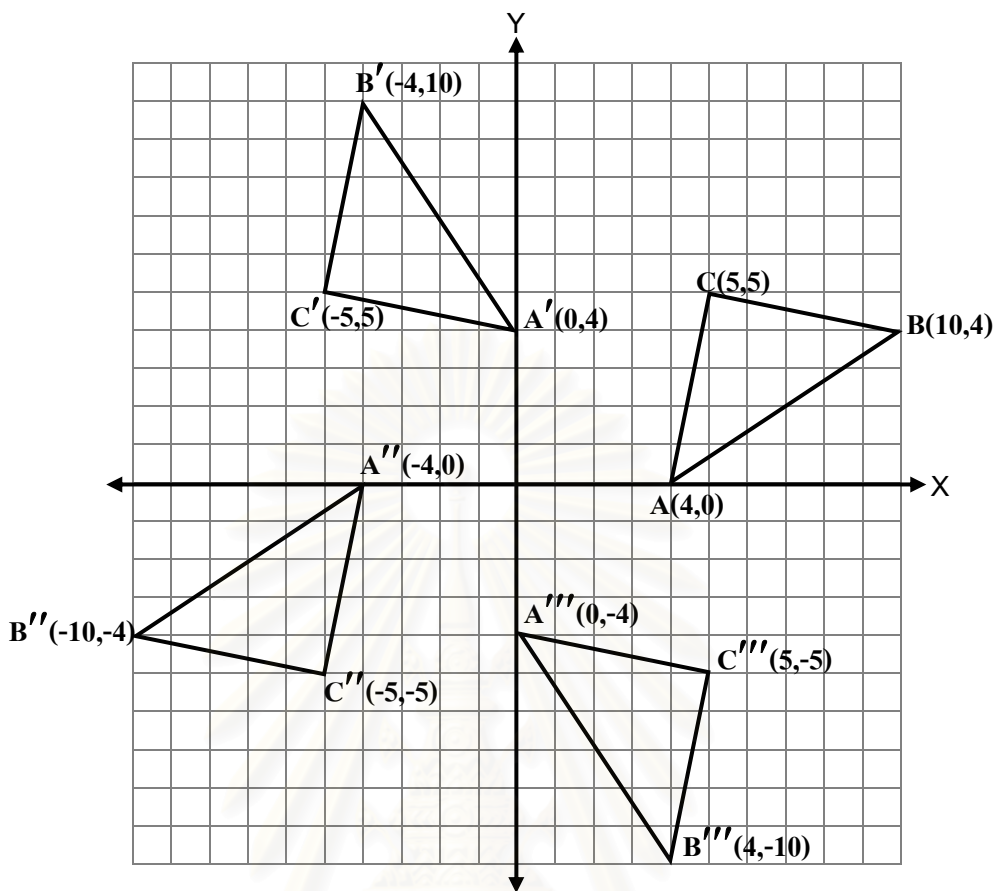


คำสั่ง กำหนดจุดในแผนภาพต่อไปนี้ ให้นักเรียนเติมคำในช่องว่างให้สมบูรณ์



1. ถ้าหมุนจุด F รอบจุด E ทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา
จุด F จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด.....
2. ถ้าหมุนจุด C รอบจุด E ทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 180 องศา
จุด C จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด.....
3. ถ้าหมุนจุด D รอบจุด E ตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา
จุด D จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด.....
4. ถ้าหมุนจุด G รอบจุด D ตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 180 องศา
จุด G จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด.....
5. ถ้าหมุนจุด D ทำมุม 180 องศา ตามเข็มนาฬิกา จุด D จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด F
จุดหมุนคือจุด.....
6. ถ้าหมุนจุด A ทำมุม 90 องศา ตามเข็มนาฬิกา จุด A จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด I
จุดหมุนคือจุด.....
7. ถ้าหมุนจุด C ทำมุม 180 องศา ทวนเข็มนาฬิกา จุด C จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด A
จุดหมุนคือจุด.....
8. ถ้าหมุนจุด F ทำมุม 270 องศา ทวนเข็มนาฬิกา จุด F จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด B
จุดหมุนคือจุด.....

ให้นักเรียนพิจารณาการหมุนในระบบพิกัดฉากที่มีจุดกำเนิด (0,0) เป็นจุดหมุน



พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพเมื่อหมุนรอบจุดกำเนิด	
	ด้วยมุม 90°	ด้วยมุม 180°
A(4,0)		
B(10,4)		
C(5,5)		

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางจะเห็นว่าสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบ และพิกัดบนภาพของจุดนั้นๆ ของการหมุนได้ดังนี้

การหมุนรอบจุดกำเนิดด้วยมุม 90°

ให้จุด A มีพิกัด (x, y) จะได้ว่าพิกัดของ A' ที่เกิดจากการหมุนจุด A รอบจุดกำเนิดด้วยมุม 90° จะมีพิกัดเป็น.....

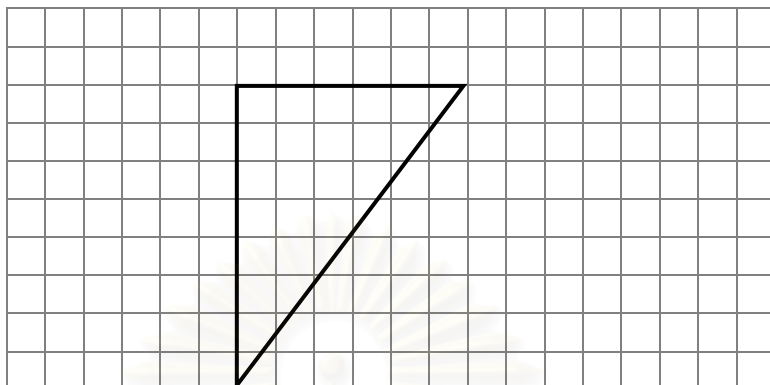
การหมุนรอบจุดกำเนิดด้วยมุม 180°

ให้จุด A มีพิกัด (x, y) จะได้ว่าพิกัดของ A'' ที่เกิดจากการหมุนจุด A รอบจุดกำเนิดด้วยมุม 180° จะมีพิกัดเป็น.....

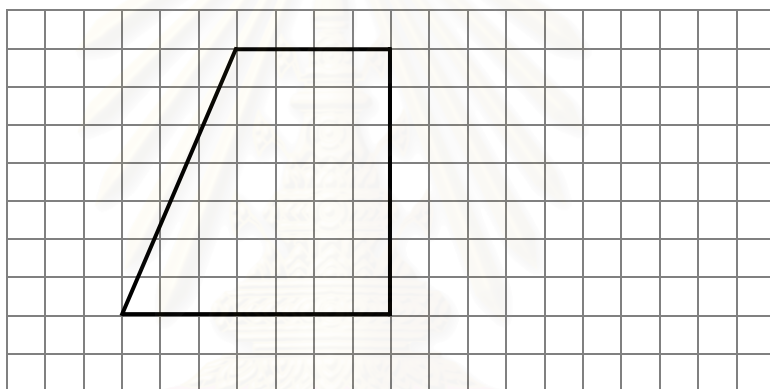
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยกิจกรรมที่ 8.4

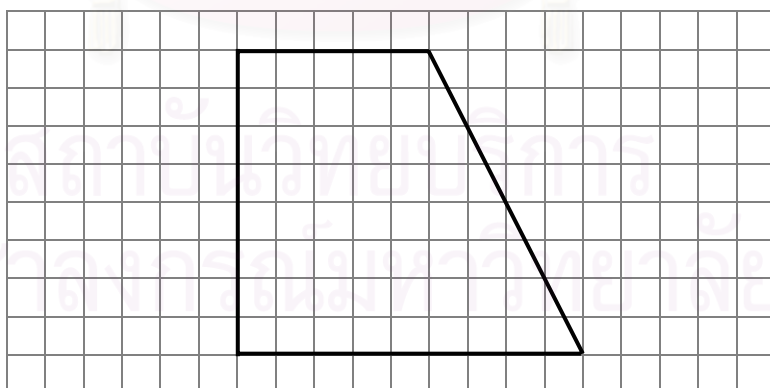
1.

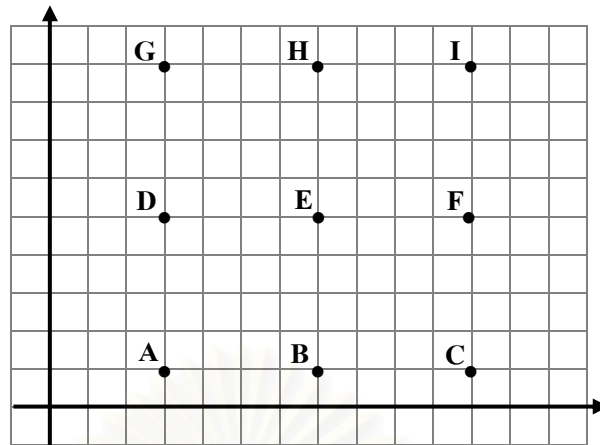


2.



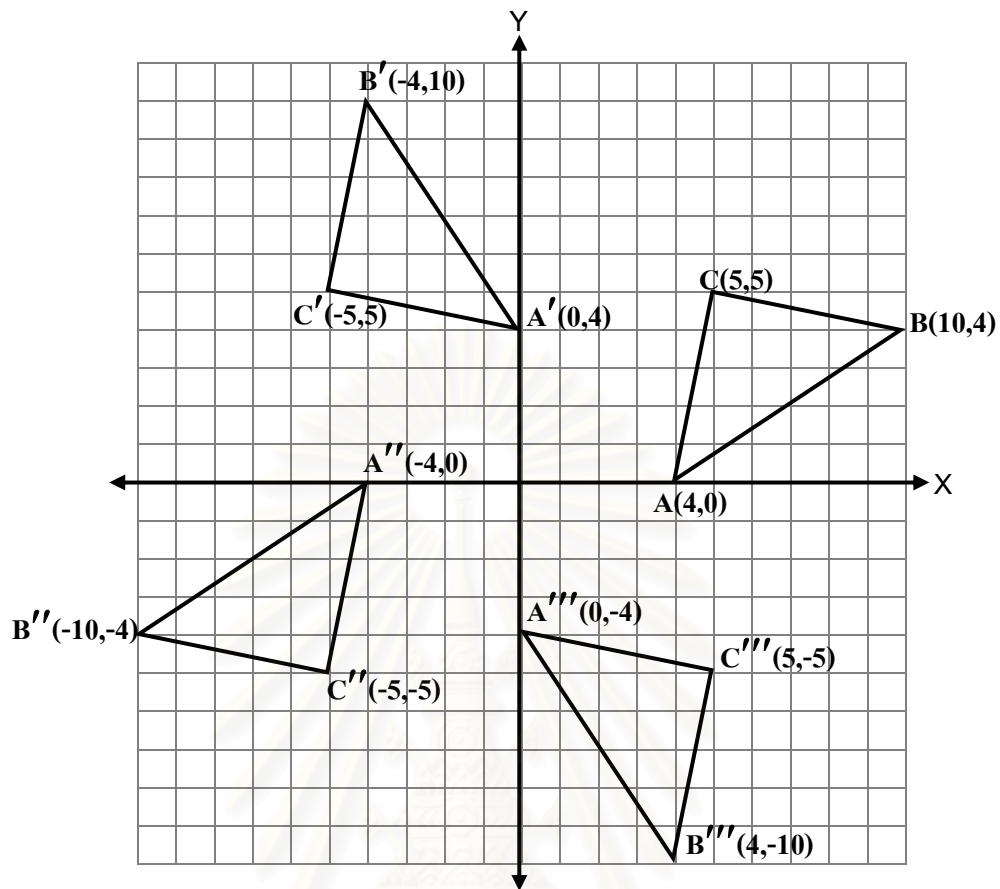
3.





1. ถ้าหมุนจุด F รอบจุด E ทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา
จุด F จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด H
2. ถ้าหมุนจุด C รอบจุด E ทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 180 องศา
จุด C จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด G
3. ถ้าหมุนจุด D รอบจุด E ตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา
จุด D จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด H
4. ถ้าหมุนจุด G รอบจุด D ตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 180 องศา
จุด G จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด A
5. ถ้าหมุนจุด D ทำมุม 180 องศา ตามเข็มนาฬิกา จุด D จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด F
จุดหมุนคือจุด E
6. ถ้าหมุนจุด A ทำมุม 90 องศา ตามเข็มนาฬิกา จุด A จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด I
จุดหมุนคือจุด C
7. ถ้าหมุนจุด C ทำมุม 180 องศา ทวนเข็มนาฬิกา จุด C จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด A
จุดหมุนคือจุด B
8. ถ้าหมุนจุด F ทำมุม 270 องศา ทวนเข็มนาฬิกา จุด F จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของจุด B
จุดหมุนคือจุด E

ให้นักเรียนพิจารณาการหมุนในระบบพิกัดฉากที่มีจุดกำเนิด $(0,0)$ เป็นจุดหมุน



พิกัดบนรูปต้นแบบ	พิกัดบนภาพเมื่อหมุนรอบจุดกำเนิด	
	ด้วยมุม 90°	ด้วยมุม 180°
A(4,0)	A'(0,4)	A''(-4,0)
B(10,4)	B'(-4,10)	B''(-10,-4)
C(5,5)	C'(-5,5)	C''(-5,-5)

จากตารางจะเห็นว่าสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบ และพิกัดบนภาพของจุดนั้นๆ ของการหมุนได้ดังนี้

การหมุนรอบจุดกำเนิดด้วยมุม 90°

ให้จุด A มีพิกัด (x, y) จะได้ว่าพิกัดของ A' ที่เกิดจากการหมุนจุด A รอบจุดกำเนิดด้วยมุม 90° จะมีพิกัดเป็น $(-y, x)$

การหมุนรอบจุดกำเนิดด้วยมุม 180°

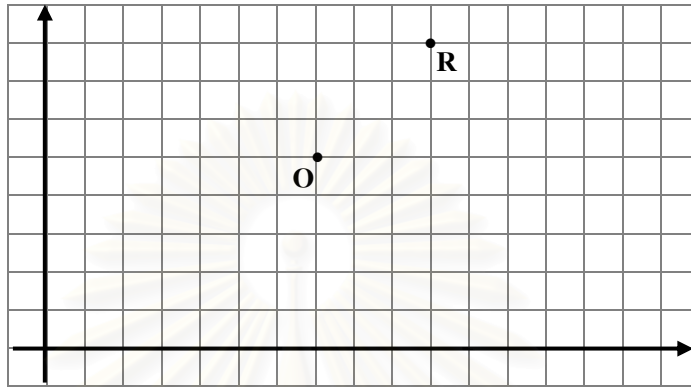
ให้จุด A มีพิกัด (x, y) จะได้ว่าพิกัดของ A'' ที่เกิดจากการหมุนจุด A รอบจุดกำเนิดด้วยมุม 180° จะมีพิกัดเป็น $(-x, -y)$



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างเอกสารแบบฝึกหัด

1. จงหาคู่อันดับของจุดที่เกิดจากการหมุนจุด R รอบจุด O ตามที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อ
(4 คะแนน)



- 1) หมุนจุด R รอบจุด O ตามเข็มนาฬิกาโดยทำมุม 90° คู่อันดับคือ.....
 - 2) หมุนจุด R รอบจุด O ตามเข็มนาฬิกาโดยทำมุม 180° คู่อันดับคือ.....
 - 3) หมุนจุด R รอบจุด O ตามเข็มนาฬิกาโดยทำมุม 270° คู่อันดับคือ.....
 - 4) หมุนจุด R รอบจุด O ตามเข็มนาฬิกาโดยทำมุม 360° คู่อันดับคือ.....
2. จงเขียนภาพที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบรอบจุด O ตามทิศทางและขนาดของมุมที่กำหนดให้ (6 คะแนน)

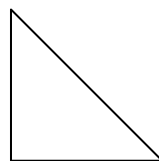
- 1) ทวนเข็มนาฬิกา 90 องศา

สถาบันวิทย์บริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



•
O

2) ตามเข็มนาฬิกา 270 องศา



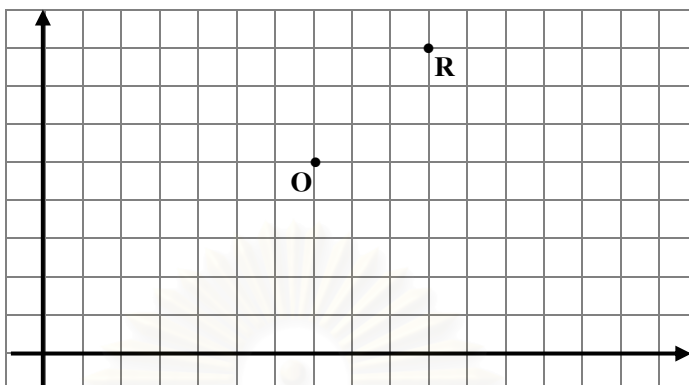
•
o



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

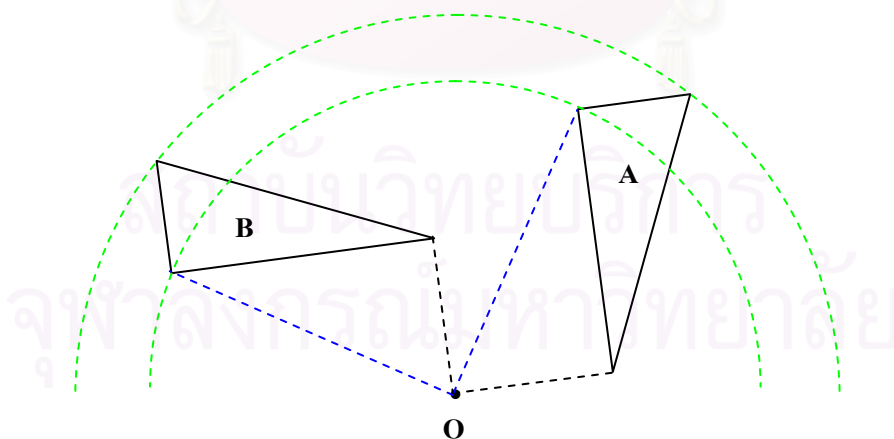
เฉลยเอกสารแบบฝึกหัด

1.



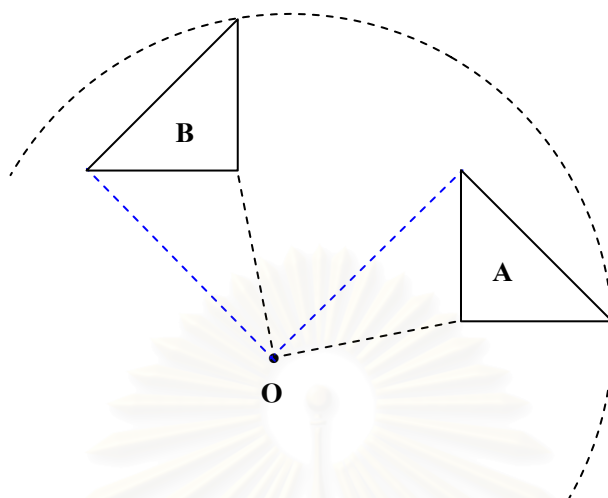
- 1) หมุนจุด R รอบจุด O ตามเข็มนาฬิกาโดยทำมุม 90° คู่อันดับคือ (10,2)
- 2) หมุนจุด R รอบจุด O ตามเข็มนาฬิกาโดยทำมุม 180° คู่อันดับคือ (4,2)
- 3) หมุนจุด R รอบจุด O ตามเข็มนาฬิกาโดยทำมุม 270° คู่อันดับคือ (4,8)
- 4) หมุนจุด R รอบจุด O ตามเข็มนาฬิกาโดยทำมุม 360° คู่อันดับคือ (10,8)

2. 1) ทวนเข็มนาฬิกา 90 องศา



รูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A ทวนเข็มนาฬิกา 90 องศา

2) ตามเข็มนาฬิกา 270 องศา



รูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A ตามเข็มนาฬิกา 270 องศา

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง การหมุน

เวลาเรียน 1 ชั่วโมง

คณิตศาสตร์ สาระภาพจากการหมุนและการแก้ปัญหา

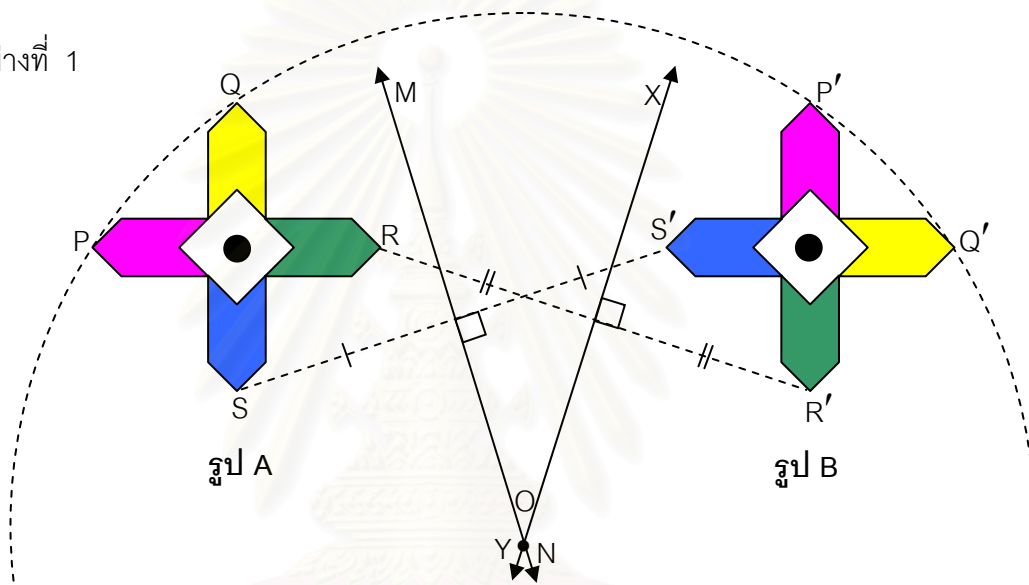
ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา

1. ครูยกตัวอย่างให้นักเรียนพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A หรือไม่

ตัวอย่างที่ 1

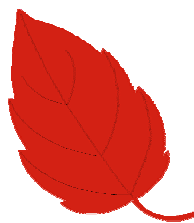


รูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า สามารถเลื่อนรูป A ไปทับรูป B ได้สนิท โดยไม่ต้องพลิกรูป A

และเมื่อลากเส้นตรง MN และเส้นตรง XY แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{SS'}$ และ $\overline{RR'}$ ตามลำดับ และให้เส้นตรง MN ตัดกับเส้นตรง XY ที่จุด O แล้วได้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุด P และ P' และ Q และ Q' ตามลำดับด้วย

ดังนั้น จึงได้จุด O เป็นจุดหมุน

ตัวอย่างที่ 2



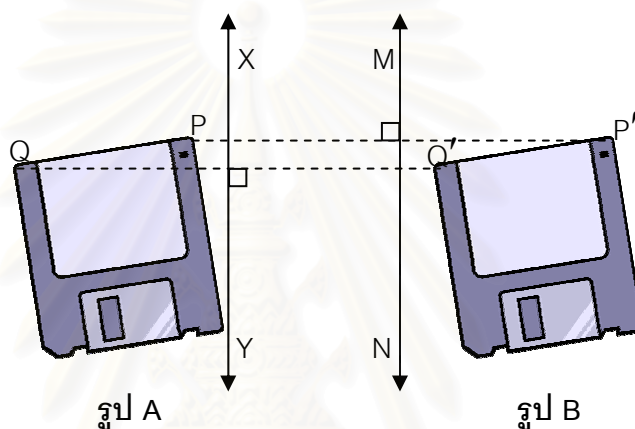
รูป A



รูป B

รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า จะต้องพลิกรูป A จึงจะสามารถทำให้รูป A ทับรูป B ได้สนิท

ตัวอย่างที่ 3



รูป A

รูป B

รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า จากการลากเส้นตรง MN ให้แบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{PP'}$ และลากเส้นตรง XY ให้แบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{QQ'}$ แล้วได้เส้นตรง MN ขนานกับ เส้นตรง XY จึงไม่สามารถหาจุดหมุนได้

ให้นักเรียนวิเคราะห์ว่ารูปที่กำหนดให้รูปหนึ่งเป็นผลจากการแปลงแบบการหมุนของอีกรูปหนึ่งหรือไม่ แล้วให้นักเรียนลองพิจารณาว่าสามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่มีการพลิกรูป และสามารถหาจุดหมุน ทิศทางของการหมุน และขนาดของมุมที่หมุนได้หรือไม่ เพื่อค้นหาลักษณะของภาพที่ได้จากการหมุน โดยการทำกิจกรรมที่ 9.1

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป

2. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมที่ 9.1 แล้วให้นักเรียนสรุปลักษณะของภาพที่ได้จากการหมุน โดยให้นักเรียนวิเคราะห์จากสมบัติของการหมุนที่นักเรียนทราบแล้วจนนักเรียนได้ข้อสรุปตรงกันของภาพที่ได้จากการหมุน (คำตอบที่น่าจะสรุปได้ คือ ลักษณะของภาพที่ได้จากการหมุน มีลักษณะดังนี้

- 1) สามารถเลือกรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่มีการพลิกรูป
- 2) สามารถหาจุดหมุน ทิศทางของการหมุน และขนาดของมุมที่หมุนได้)

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3 – 5 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ในกิจกรรมที่ 9.2 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้เรื่องภาพจากการหมุน เพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจลักษณะของภาพที่ได้จากการแปลงแบบการหมุน อย่างชัดเจน

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิสูจน์ลักษณะของภาพที่ได้จากการแปลงแบบการหมุน โดยพิจารณาจากการเลือกรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่มีการพลิกรูป และสามารถหาจุดหมุน ทิศทางของการหมุน และขนาดของมุมที่หมุนได้ และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

5. ครูเพิ่มเติมให้นักเรียนได้ความรู้ตามสาระในเอกสารการเรียนรู้

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล

6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำกิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมที่ 9.3 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้ที่ได้รับ แล้วสุ่มตัวแทนมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

7. ครูใช้การถามตอบให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับภาพจากการหมุน และการแก้ปัญหา อีกครั้งหนึ่ง

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น แล้วครูเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมทั้งสรุปคะแนน เพื่อเป็นการประเมินผล

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารการเรียนรู้
2. กิจกรรมที่ 9.1 – 9.3
3. เอกสารแบบฝึกหัด

กิจกรรมที่ 9 ภาพจากการหมุนและการแก้ปัญหา
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 9.1

คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้ จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A หรือไม่ จงอธิบาย

1)

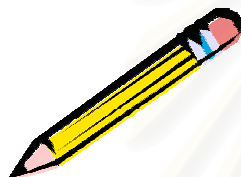


รูป A

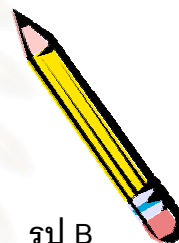


รูป B

2)

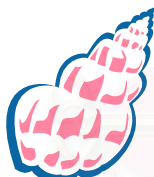


รูป A

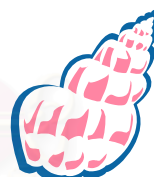


รูป B

3)

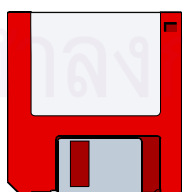


รูป A

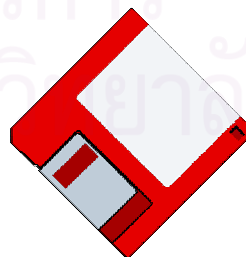


รูป B

4)



รูป A



รูป B

เฉลยกิจกรรมที่ 9.1

1)



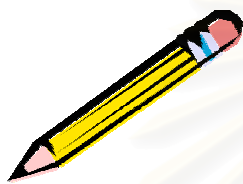
รูป A



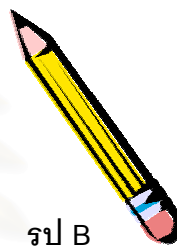
รูป B

รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า จะต้องพลิกรูป A จึงจะสามารถทำให้รูป A ทับรูป B ได้สนิท

2)



รูป A



รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า สามารถเลื่อนรูป A ไปทับรูป B ได้สนิท โดยไม่ต้องพลิกรูป A และสามารถหาจุดหมุน ทิศทางของการหมุน และขนาดของมุมที่หมุนได้

3)



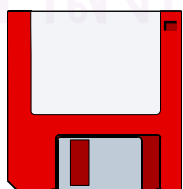
รูป A



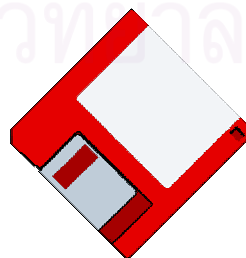
รูป B

รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า จากการลากเส้นตรง MN ให้แบ่งครึ่งและตั้งฉาก PP' และลากเส้นตรง XY ให้แบ่งครึ่งและตั้งฉาก QQ' แล้วได้เส้นตรง MN ขนานกับ เส้นตรง XY จึงไม่สามารถหาจุดหมุนได้

4)



รูป A



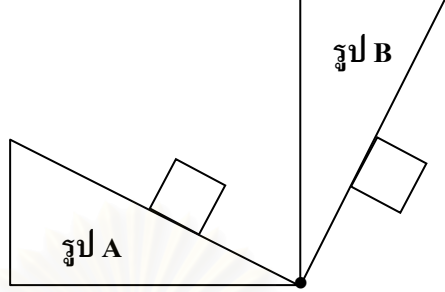
รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า สามารถเลื่อนรูป A ไปทับรูป B ได้สนิท โดยไม่ต้องพลิกรูป A และสามารถหาจุดหมุน ทิศทางของการหมุน และขนาดของมุมที่หมุนได้

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 9.2

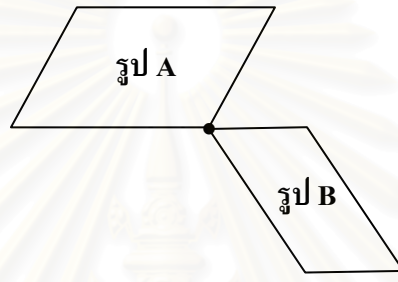
คำสั่ง จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A หรือไม่

- 1)



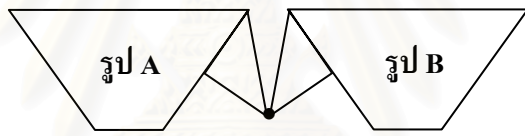
เป็นภาพที่ได้จากการหมุน

- 2)



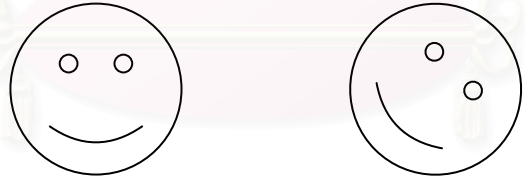
เป็นภาพที่ได้จากการหมุน
 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุน

- 3)



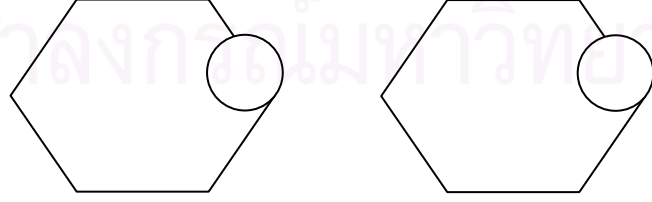
เป็นภาพที่ได้จากการหมุน
 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุน

- 4)



เป็นภาพที่ได้จากการหมุน
 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุน

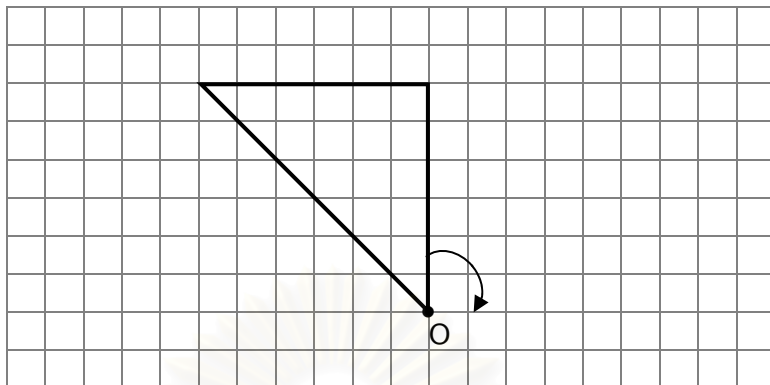
- 5)



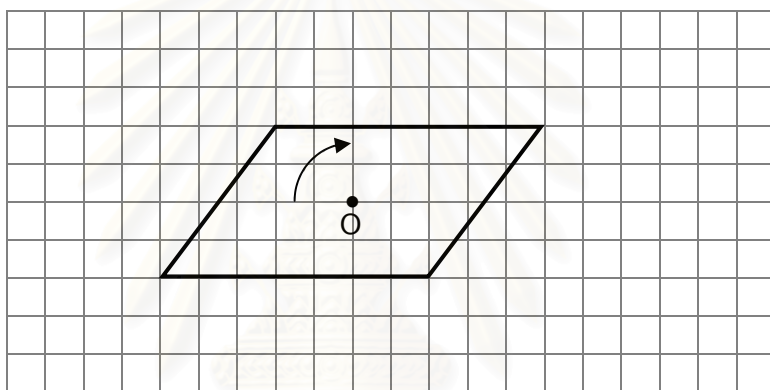
เป็นภาพที่ได้จากการหมุน
 ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุน

คำสั่ง ให้นักเรียนวาดภาพที่ได้จากการหมุนตามมุมและจุดหมุน O ที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อ

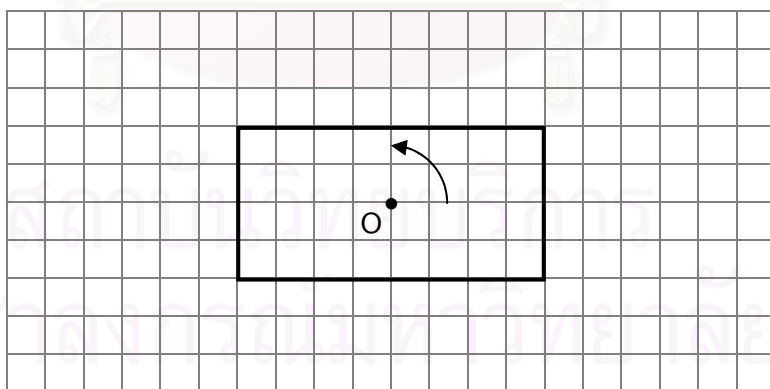
1)



2)

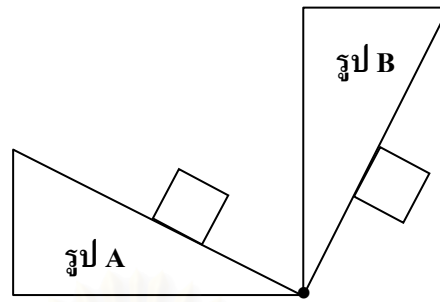


3)



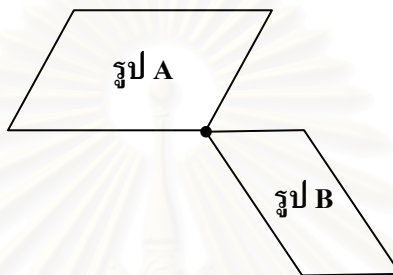
เฉลยกิจกรรมที่ 9.2

1)



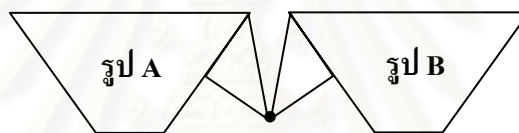
- เป็นภาพที่ได้จากการหมุน
- ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุน

2)



- เป็นภาพที่ได้จากการหมุน
- ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุน

3)



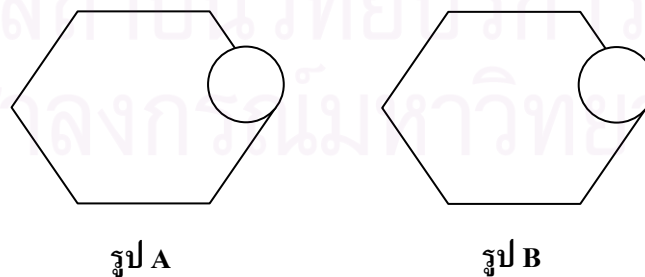
- เป็นภาพที่ได้จากการหมุน
- ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุน

4)



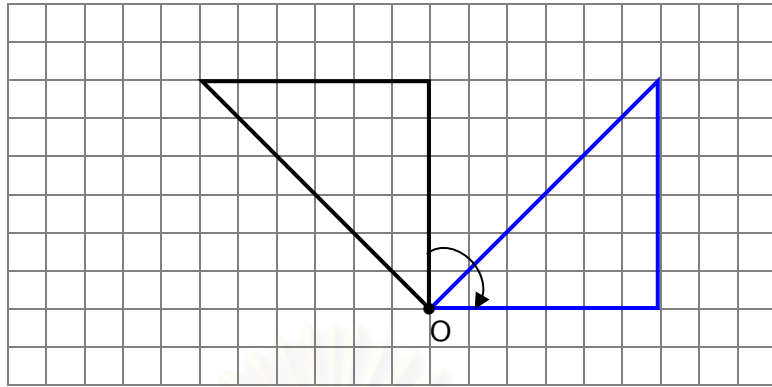
- เป็นภาพที่ได้จากการหมุน
- ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุน

5)

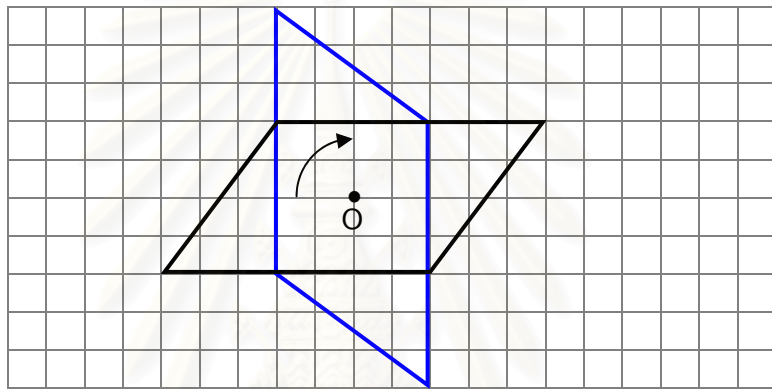


- เป็นภาพที่ได้จากการหมุน
- ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุน

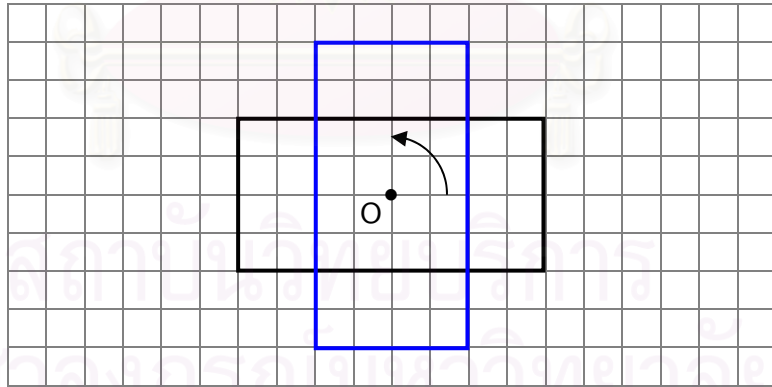
1)



2)



3)



เอกสารการเรียนรู้ เรื่อง การหมุน

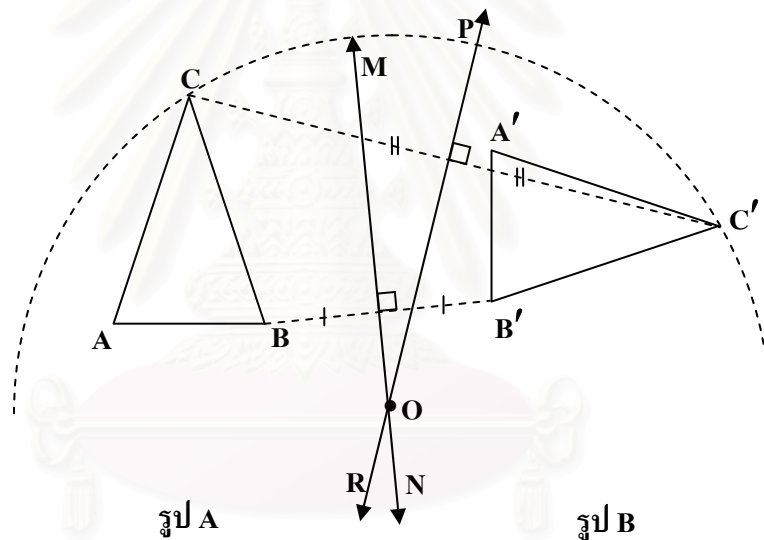
ภาพจากการหมุน

ในการวิเคราะห์ว่ารูปที่กำหนดให้รูปหนึ่งเป็นภาพที่ได้จากการแปลงแบบการหมุนของอีกรูปหนึ่งหรือไม่ ให้พิจารณาตามเงื่อนไข 2 ข้อดังนี้

- 1) สามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท โดยไม่มีการพลิกรูป
- 2) สามารถหาจุดหมุน ทิศทางของการหมุน และขนาดของมุมที่หมุนได้

ตัวอย่าง จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A หรือไม่ จงอธิบาย

1)



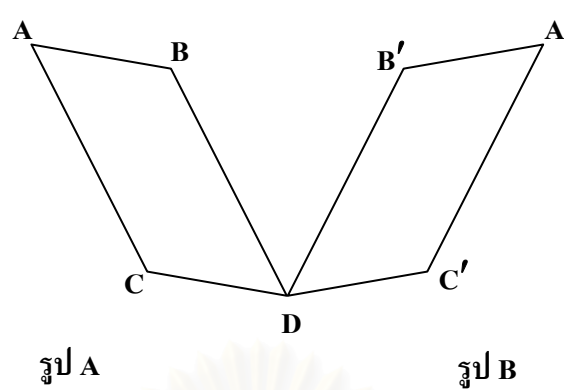
รูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า

(1) สามารถเลื่อนรูป A ไปทับรูป B ได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป A

(2) เมื่อลากเส้นตรง MN และเส้นตรง PR แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{BB'}$ และ $\overline{CC'}$

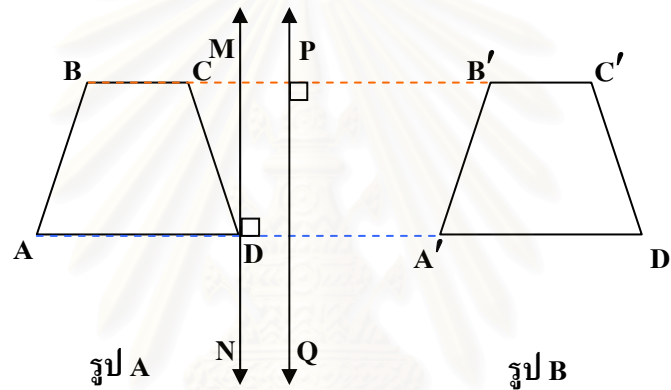
ตามลำดับ และให้เส้นตรง MN ตัดกับเส้นตรง PR ที่จุด O แล้วได้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุด C และ C' ด้วย ดังนั้น จึงได้จุด O เป็นจุดหมุน

2)



รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า จะต้องพลิกรูป A จึงจะสามารถทำให้รูป A ทับรูป B ได้สนิท

3)

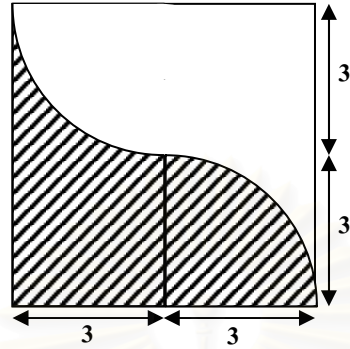


รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า จากการลากเส้นตรง MN ให้แบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{AA'}$ และลากเส้นตรง PQ ให้แบ่งครึ่งและตั้งฉาก $\overline{BB'}$ แล้วได้เส้นตรง MN ชนกับ เส้นตรง PQ จึงไม่สามารถหาจุดหมุนได้

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 9.3

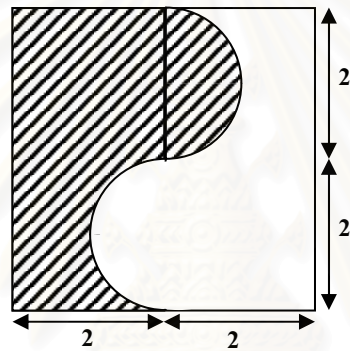
คำสั่ง จงใช้การหมุนหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณของรูปที่กำหนดให้

1)



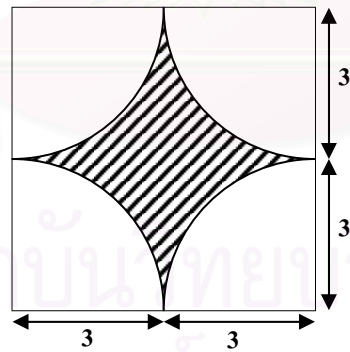
พื้นที่.....ตารางหน่วย

2)



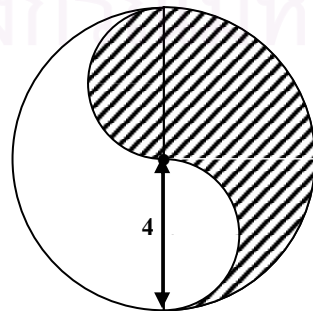
พื้นที่.....ตารางหน่วย

3)



พื้นที่.....ตารางหน่วย

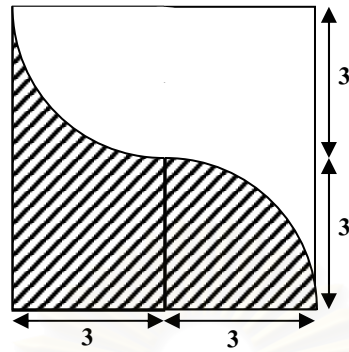
4)



พื้นที่.....ตารางหน่วย

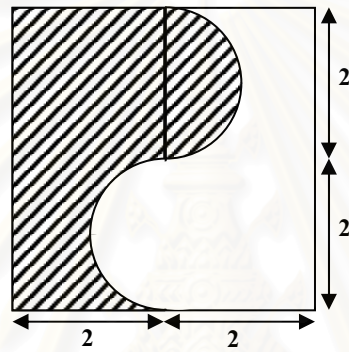
เฉลยกิจกรรมที่ 9.3

1)



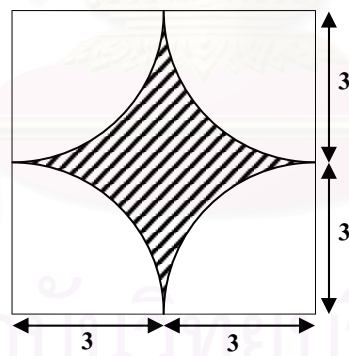
พื้นที่ 18 ตารางหน่วย

2)

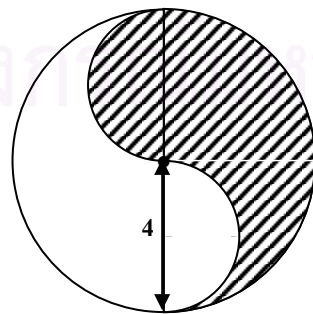


พื้นที่ 8 ตารางหน่วย

3)

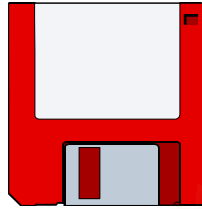
พื้นที่ $36 - 9\pi$ ตารางหน่วย

4)

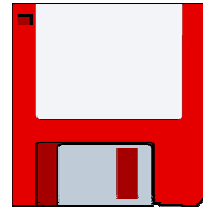
พื้นที่ 8π ตารางหน่วย

ตัวอย่างเอกสารแบบฝึกหัด

1. จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A หรือไม่ จงอธิบาย (2 คะแนน)



รูป A



รูป B

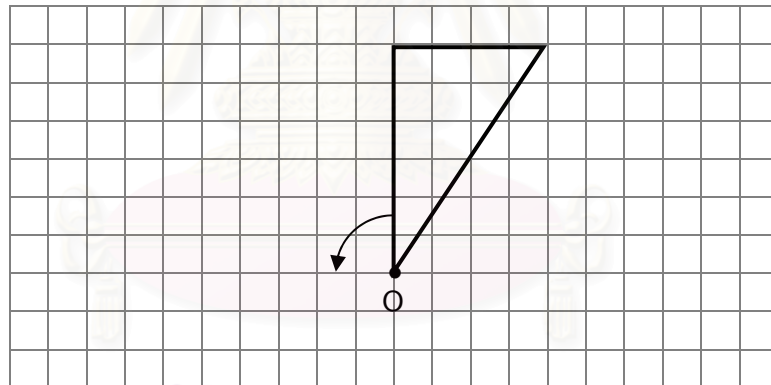
.....

.....

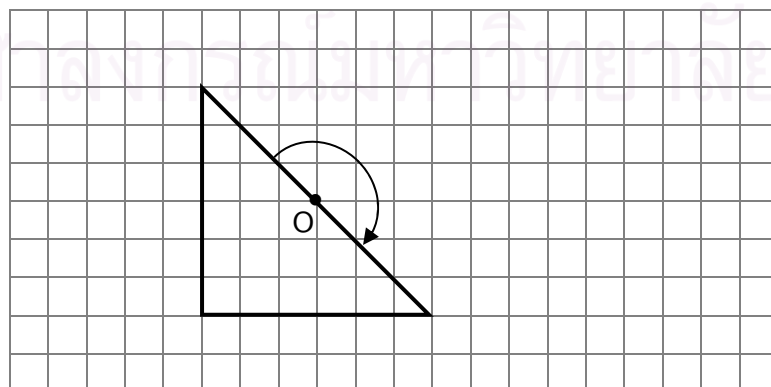
.....

2. จงวาดภาพที่ได้จากการหมุนตามมุมและจุดหมุน O ที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ (4 คะแนน)

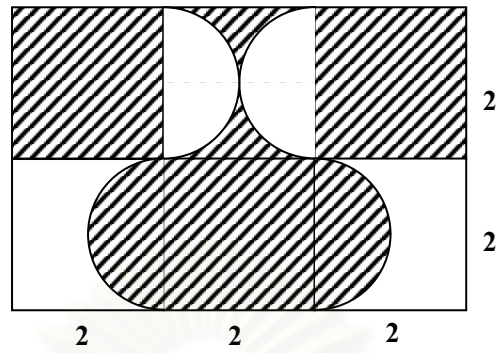
1)



2)



3. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้ (4 คะแนน)



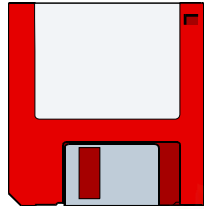
.....

.....

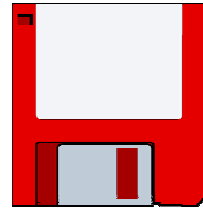
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยเอกสารแบบฝึกหัด

1. จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A หรือไม่ จงอธิบาย (2 คะแนน)



รูป A

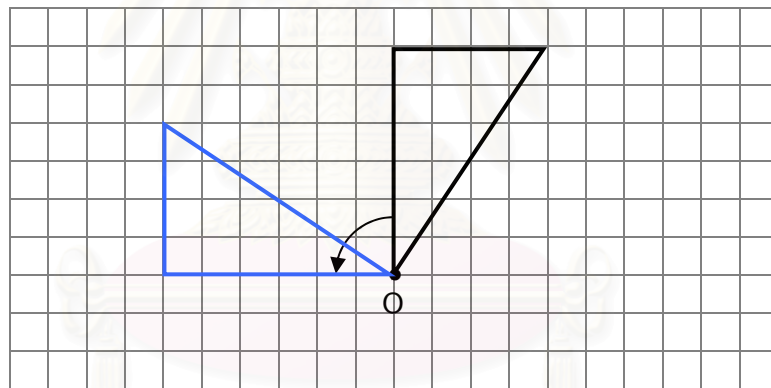


รูป B

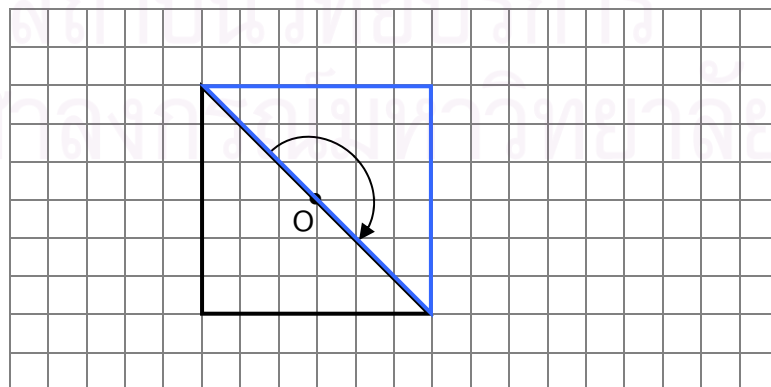
รูป B ไม่เป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูป A เพราะว่า จะต้องพลิกรูป A จึงจะสามารถทำให้รูป A ทับรูป B ได้สนิท

2. จงวาดภาพที่ได้จากการหมุนตามมุมและจุดหมุน O ที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อ (4 คะแนน)

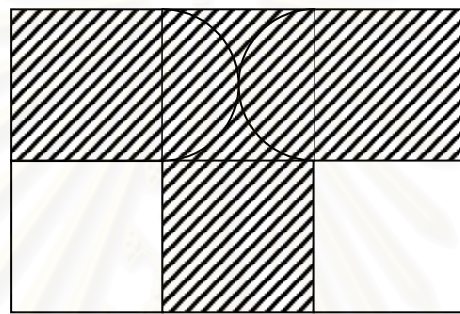
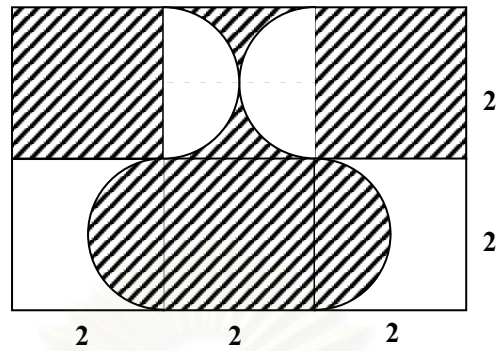
1)



2)



3. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้ (4 คะแนน)



ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ 16 ตารางหน่วย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 10

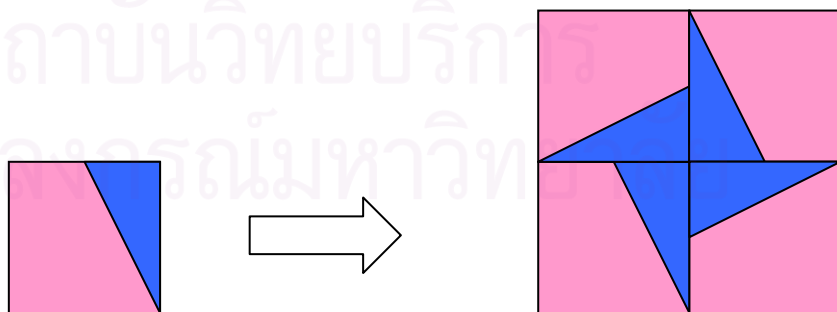
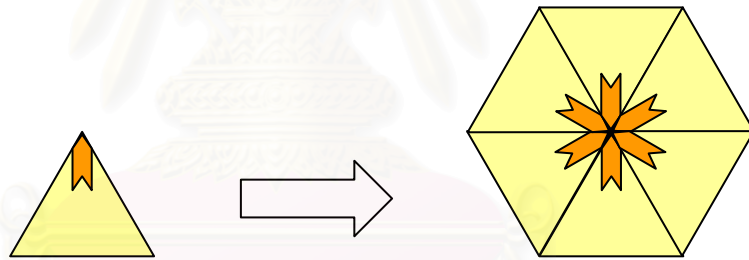
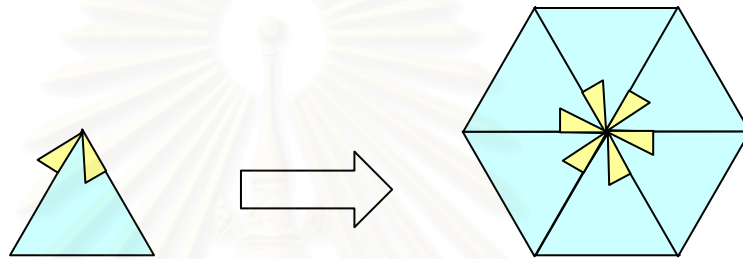
หน่วยการเรียนรู้เรื่อง การหมุน
คณิตศาสตร์ สาระศิลปะกับการหมุน

เวลาเรียน 1 ชั่วโมง
ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา

1. ครูยกตัวอย่างลวดลายต่างๆ ที่ออกแบบโดยใช้ความรู้เรื่องการหมุน เช่น



ให้นักเรียนลองพิจารณาว่าความสวยงามของลวดลายที่เกิดจากการนำความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ในส่วนของเรื่องการหมุนมาสร้างสรรค์ผลงานทางศิลปะต่างๆ รูปที่ได้นั้นมีช่องว่าง และเกิดการซ้อนทับกันของรูปเรขาคณิตและรูปอื่นๆ ที่นำมาวางเรียงกันหรือไม่ เพื่อค้นหาความหมายของภาพเทสเซลเลชัน

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป

2. ให้นักเรียนสรุปความหมายของภาพเทสเซลเลชันโดยใช้ความรู้เรื่องการหมุนที่นักเรียนทราบแล้ว จนนักเรียนได้ข้อสรุปตรงกันของภาพเทสเซลเลชัน (คำตอบที่น่าจะสรุปได้คือ ภาพเทสเซลเลชัน หมายถึง การนำรูปต่างๆ มาจัดเรียงต่อกันบนระนาบโดยไม่ให้เกิดช่องว่างและการซ้อนทับกัน)

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3 – 5 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมที่ 10.1 และกิจกรรมที่ 10.2 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้เรื่องภาพเทสเซลเลชันจากการหมุน เพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจความหมายของภาพเทสเซลเลชันที่ได้จากการแปลงแบบการหมุนอย่างชัดเจน

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิสูจน์ลักษณะของภาพเทสเซลเลชันที่ได้จากการหมุนโดยการนำรูปต่างๆ มาวางเรียงต่อกันบนระนาบไปเรื่อยๆ โดยไม่ให้เกิดช่องว่างและไม่ให้รูปซ้อนทับกัน และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

5. ครูแนะนำเพิ่มเติมเกี่ยวกับภาพเทสเซลเลชันจากการหมุน ให้นักเรียนเข้าใจ

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล

6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำโครงการที่ 3 (ศิลปะกับการหมุน) เพื่อเป็นการประเมินผล

สื่อการเรียนรู้

1. กระดาษแข็ง กระดาษลอกลาย กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ สี
2. กิจกรรมที่ 10.1 – 10.2

กิจกรรมที่ 10 ศิลปะกับการหมุน

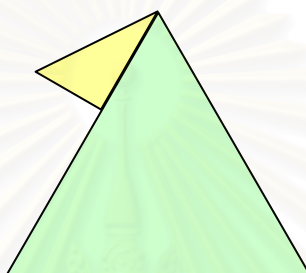
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 10.1

คำสั่ง ให้นักเรียนออกแบบลวดลายศิลปะจากรูปเรขาคณิต โดยใช้ความรู้เรื่องการหมุน

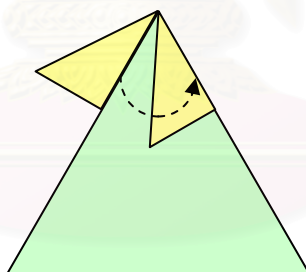
อุปกรณ์ : กระดาษแข็ง กระดาษลอกลาย กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ

ขั้นตอน :

- 1) วาดรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าและรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป



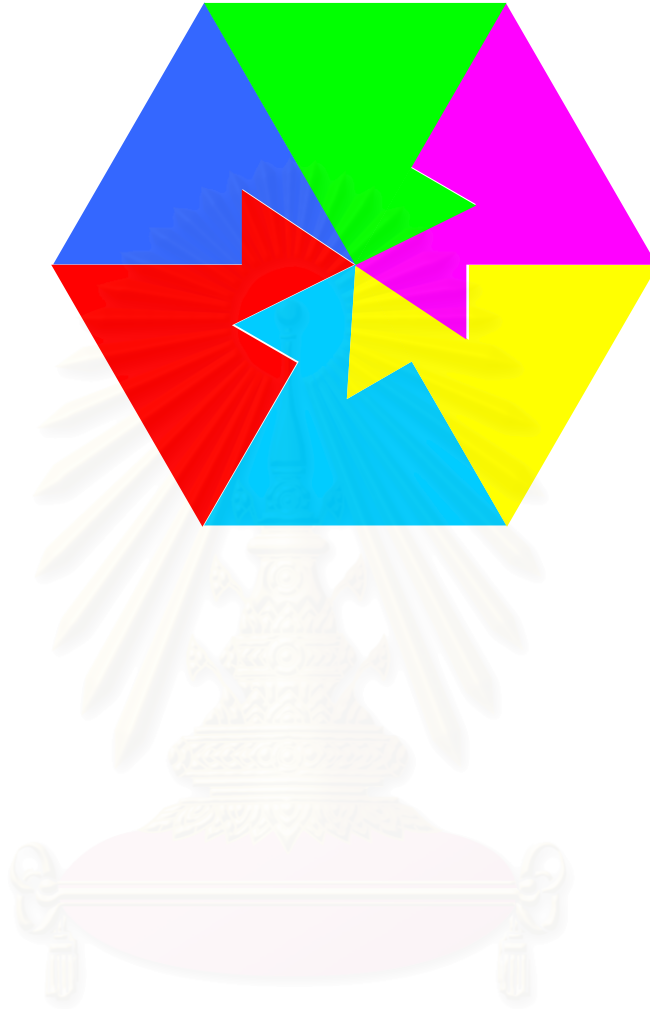
- 2) หมุนรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (รูปเล็ก) ในทิศทางเข็มนาฬิกาโดยใช้กระดาษลอกลายเพื่อลอกรูปที่เปลี่ยนไปบนด้านที่แสดงไว้ ดังรูป



- 3) ตัดแปลงรูปที่ได้ตามต้องการ แล้วตัดกระดาษเป็นแบบรูป



4) ทำแบบรูปนี้ซ้ำๆ จนได้แบบรูป 6 รูป แล้วนำแบบรูปที่ได้มาเรียงชิดกัน โดยไม่ให้เกิดช่องว่างและซ้อนทับกันดังรูป



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

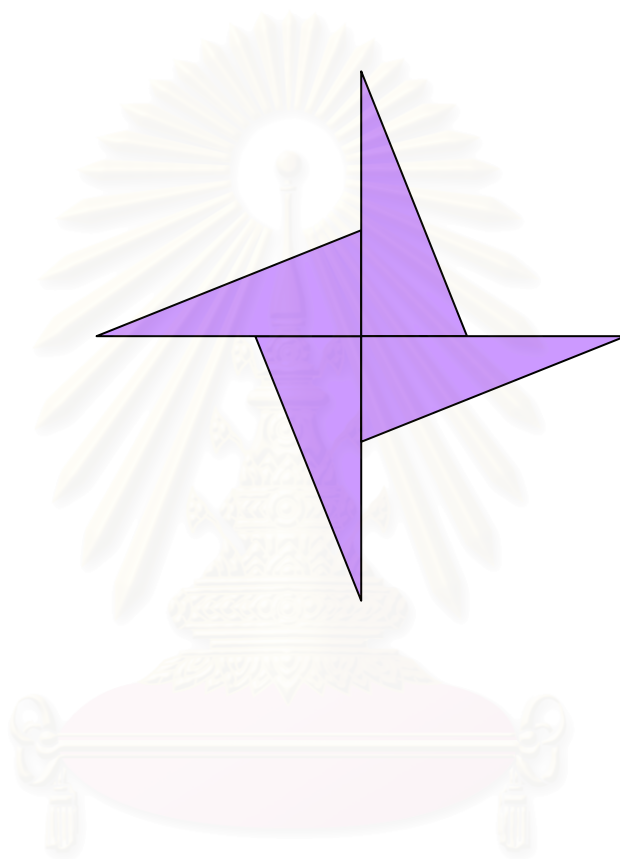
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 10.2

คำสั่ง ให้นักเรียนออกแบบโลโก้และตกแต่งภาพที่ได้ตามต้องการ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับ

การหมุนมา 1 แบบ

อุปกรณ์ : กระดาษ ดินสอ สี

ตัวอย่างโลโก้



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างโครงการที่ 3 ศิลปะกับการหมูน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องการหมูน ไปใช้ในการออกแบบลวดลายต่างๆ ได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ให้นักเรียนออกแบบลวดลายศิลปะจากรูปเรขาคณิตหรือรูปทั่วไป โดยใช้ความรู้เรื่องการหมูน

อุปกรณ์ : กระดาษ กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ

ขั้นตอน :

- 1) ออกแบบ แบบรูปจากรูปเรขาคณิตหรือรูปทั่วไปโดยใช้ความรู้เรื่องการหมูนตามต้องการ
- 2) ตัดแปลงแบบรูปที่ได้ตามต้องการ แล้วตัดกระดาษเป็นแบบรูป
- 3) นำแบบรูปที่ได้มาทาบบนกระดาษแล้ววาดเส้นตามขอบของแม่แบบ วาดต่อๆ กันจนได้เทสเซลเลชัน
- 4) แต่งลวดลายให้สวยงาม

การประเมินผล

- 1) สังเกตจากความสนใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม 5 คะแนน
- 2) พิจารณาจากผลงาน (ความคิดสร้างสรรค์และความสวยงาม) 5 คะแนน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง เทสเซลเลชัน
คณิตศาสตร์ สาระพื้นฐาน แปลงแบบใด

เวลาเรียน 1 ชั่วโมง
ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา

1. ครูยกตัวอย่างการแปลงทางเรขาคณิตที่เป็นการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน

ตัวอย่างที่ 1 “เมื่อเลื่อนแอปเปิ้ลขนานกับแนวราบไปทางขวา”



รูป A



รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของรูป A

ตัวอย่างที่ 2 “เมื่อพลิกใบไม้ตามแนวตั้ง”



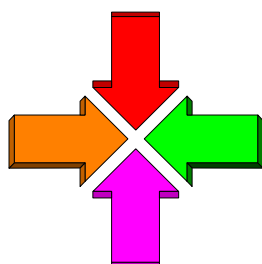
รูป A



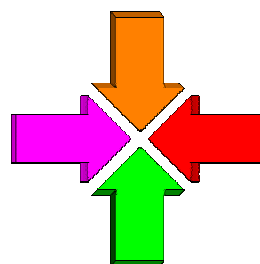
รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนของรูป A

ตัวอย่างที่ 3 “เมื่อหมุนรูปในทิศตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา”



รูป A



รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนของรูป A

ให้นักเรียนลองพิจารณาว่ารูปสองรูปนั้นเป็นผลของการแปลงแบบใด เมื่อมีรูปเรขาคณิตสองรูปที่เท่ากันทุกประการและเกิดจากการแปลงทางเรขาคณิตที่เป็นการเลื่อนขนาน การสะท้อน หรือการหมุนแบบใดแบบหนึ่ง แล้วให้นักเรียนลองพิจารณาว่าถ้าต้องมีการพลิกรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท การแปลงนั้นเป็นการสะท้อนหรือไม่ และถ้าสามารถเลือกรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปแล้ว การแปลงนั้นเป็นการเลื่อนขนานหรือไม่ ถ้าไม่ใช่การเลื่อนขนาน การแปลงนั้นก็เป็นการหมุนหรือไม่ เพื่อค้นหาว่าภาพที่ได้เป็นผลจากการแปลงแบบใด โดยการทำกิจกรรมที่ 11.1

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป

2. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมที่ 11.1 แล้วให้นักเรียนสรุปว่าภาพที่ได้เป็นผลจากการแปลงแบบใด โดยให้นักเรียนวิเคราะห์จากสมบัติของการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนที่นักเรียนทราบแล้ว จนนักเรียนได้ข้อสรุปตรงกันว่าภาพที่ได้เป็นผลจากการแปลงแบบใด (คำตอบที่น่าจะสรุปได้ คือ ถ้าต้องการจะหาว่ารูปสองรูปนั้นเป็นผลของการแปลงแบบใด ให้พิจารณาดังนี้

- 1) ถ้าต้องมีการพลิกรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท การแปลงนั้นเป็นการสะท้อน
- 2) ถ้าสามารถเลือกรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปแล้ว การแปลงนั้นเป็นการเลื่อนขนานหรือไม่ ถ้าไม่ใช่การเลื่อนขนาน การแปลงนั้นก็เป็นการหมุน)

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3 – 5 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ในกิจกรรมที่ 11.2 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้เรื่องภาพที่ได้เป็นผลจากการแปลงแบบใดเพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจว่าภาพที่ได้นั้นเป็นผลจากการแปลงแบบใดอย่างชัดเจน

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิสูจน์ว่ารูปสองรูปนั้นเป็นผลของการแปลงแบบใด โดยพิจารณาจากถ้าต้องมีการพลิกรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท การแปลงนั้นเป็นการสะท้อน และถ้าสามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปแล้ว การแปลงนั้นเป็นการเลื่อนขนานหรือไม่ ถ้าไม่ใช้การเลื่อนขนาน การแปลงนั้นก็เป็นการหมุน และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

5. ครูเพิ่มเติมให้นักเรียนได้ความรู้ตามสาระในเอกสารการเรียนรู้

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล

6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำกิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมที่ 11.3 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้ที่ได้รับ แล้วสุ่มตัวแทนมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

7. ครูใช้การถามตอบให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับภาพที่ได้จากการแปลงอีกครั้งหนึ่ง

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น แล้วครูเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมทั้งสรุปคะแนนเพื่อเป็นการประเมินผล

สื่อการเรียนรู้

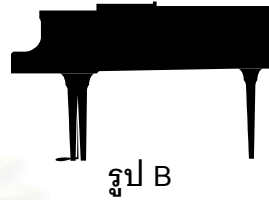
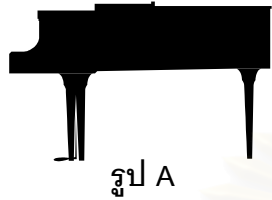
1. กระดาษลอกลาย ดินสอ
2. เอกสารการเรียนรู้
3. กิจกรรมที่ 11.1 – 11.3
4. เอกสารแบบฝึกหัด

กิจกรรมที่ 11 แปลงแบบใด

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 11.1

คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้ จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน การสะท้อนหรือการหมุนของรูป A

1)



2)



3)



4)



เฉลยกิจกรรมที่ 11.1

1)



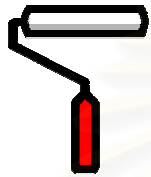
รูป A



รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของรูป A

2)



รูป A



รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนของรูป A

3)



รูป A



รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนของรูป A

4)



รูป A

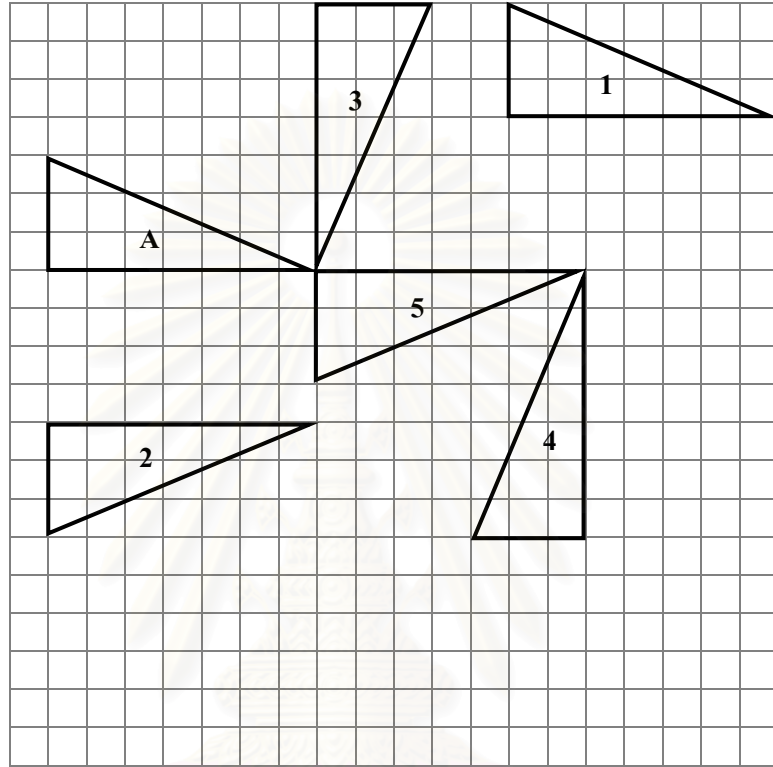


รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของรูป A

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 11.2

คำสั่ง จงพิจารณาว่าแต่ละรูปเป็นภาพที่เกิดจากการแปลงโดยการเลื่อนขนาน การสะท้อน หรือการหมุนของรูป A อย่างไรบ้าง



รูปที่ 1 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางขวา 12 หน่วย และเลื่อนขึ้น 4 หน่วย

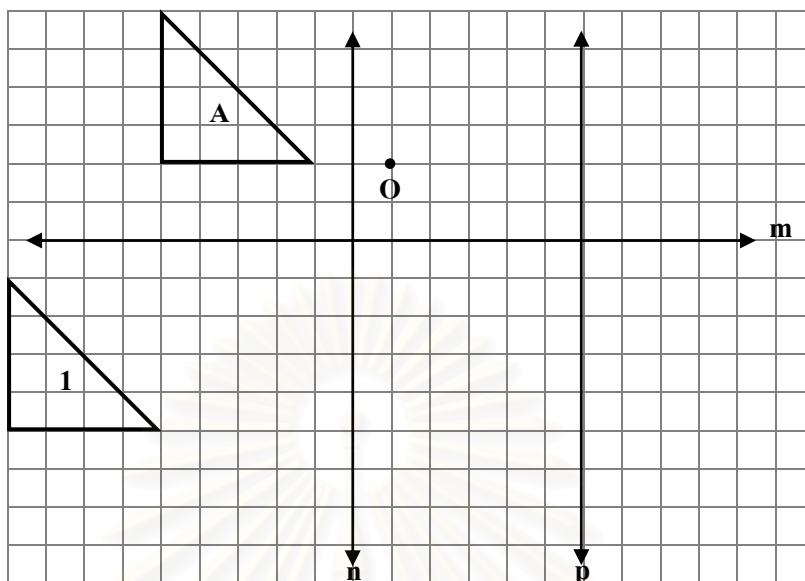
รูปที่ 2 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A เลื่อนลง.....หน่วย และสะท้อนพลิกรูป A

รูปที่ 3.....

รูปที่ 4.....

รูปที่ 5.....

คำสั่ง ให้นักเรียนเขียนภาพที่ได้จากการแปลงของอีกรูปหนึ่ง ตามที่กำหนดในแต่ละข้อ



รูปที่ 1 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางซ้าย 4 หน่วย และเลื่อนลง 7 หน่วย

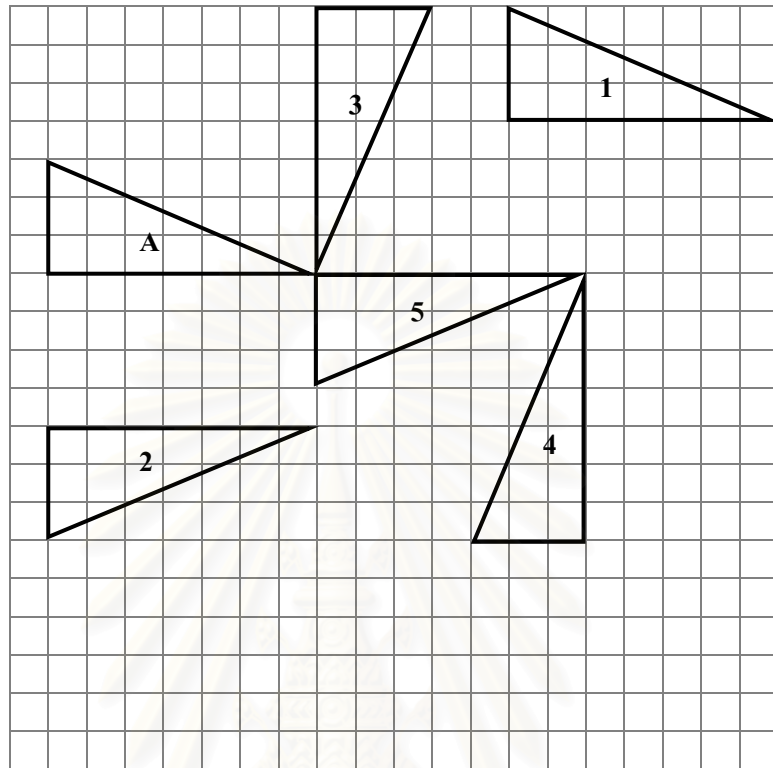
รูปที่ 2 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางขวา 6 หน่วย และสะท้อนบนเส้น m

รูปที่ 3 เกิดจากการสะท้อนรูป A บนเส้น m

รูปที่ 4 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางขวา 2 หน่วย และหมุนตามเข็มนาฬิกาการอบจุด O ด้วยมุม 90 องศา

รูปที่ 5 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางขวา 1 หน่วย และสะท้อนบนเส้น n และเส้น p ตามลำดับ

เฉลยกิจกรรมที่ 11.2



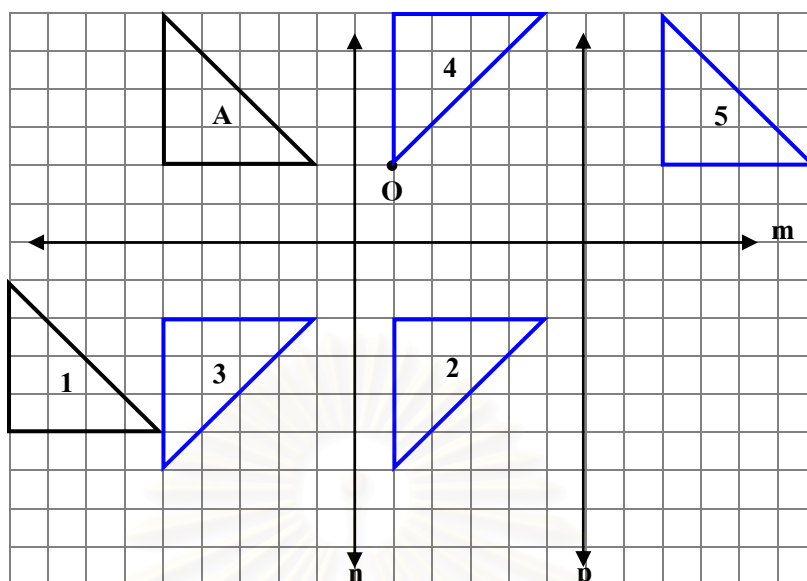
รูปที่ 1 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางขวา 12 หน่วย และเลื่อนขึ้น 4 หน่วย

รูปที่ 2 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A เลื่อนลง 4 หน่วย และสะท้อนพลิกรูป A

รูปที่ 3 เกิดจากการหมุนรูป A ในทิศตามเข็มนาฬิกาด้วยมุม 90 องศา

รูปที่ 4 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางขวา 7 หน่วย และหมุนรูป A ในทิศทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุม 90 องศา

รูปที่ 5 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางขวา 7 หน่วย และสะท้อนพลิกรูป A



รูปที่ 1 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางซ้าย 4 หน่วย และเลื่อนลง 7 หน่วย

รูปที่ 2 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางขวา 6 หน่วย และสะท้อนบนเส้น m

รูปที่ 3 เกิดจากการสะท้อนรูป A บนเส้น m

รูปที่ 4 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางขวา 2 หน่วย และหมุนตามเข็มนาฬิกาการอบจุด O ด้วยมุม 90 องศา

รูปที่ 5 เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางขวา 1 หน่วย และสะท้อนบนเส้น n และเส้น p ตามลำดับ

เอกสารการเรียนรู้ เรื่อง เทสเซลเลชัน

แปลงแบบใด

เมื่อมีรูปเรขาคณิตสองรูปที่เท่ากันทุกประการและเกิดจากการแปลงทางเรขาคณิต ที่เป็นการเลื่อนขนาน การสะท้อน หรือการหมุนแบบใดแบบหนึ่ง ถ้าต้องการจะหาว่ารูปสองรูป นั้นเป็นผลของการแปลงแบบใด ให้พิจารณาดังนี้

- 1) ถ้าต้องมีการพลิกรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท การแปลงนั้นเป็นการสะท้อน
- 2) ถ้าสามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปแล้ว การแปลงนั้น เป็นการเลื่อนขนานหรือไม่ ถ้าไม่ใช้การเลื่อนขนาน การแปลงนั้นก็เป็นการหมุน

ในกรณีที่รูปเรขาคณิตแต่ละรูปเป็นเพียงจุดจุดเดียว จะสามารถกล่าวได้ว่าเป็นผลจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน หรือการหมุน แบบใดแบบหนึ่งก็ได้

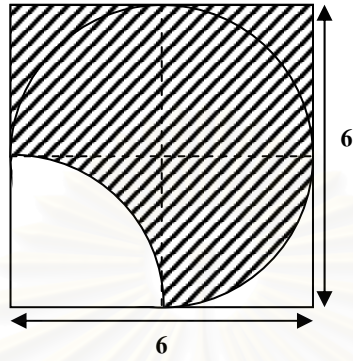


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 11.3

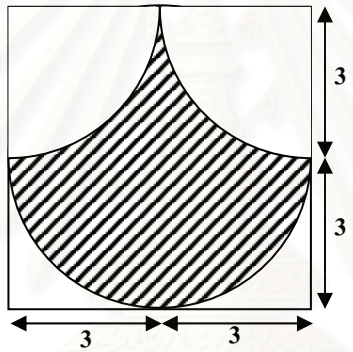
คำสั่ง จงใช้การแปลงทางเรขาคณิตโดยการเลื่อนขนาน การสะท้อน หรือการหมุนหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณของรูปที่กำหนดให้

1)



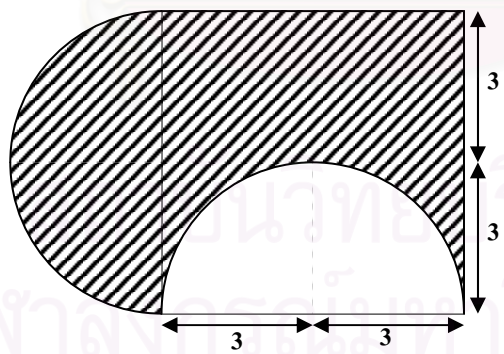
พื้นที่.....ตารางหน่วย

2)



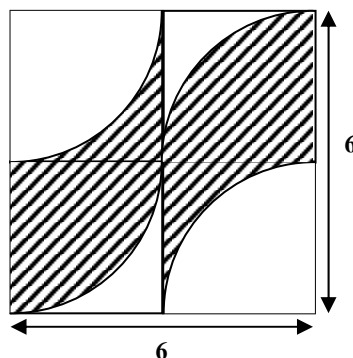
พื้นที่.....ตารางหน่วย

3)



พื้นที่.....ตารางหน่วย

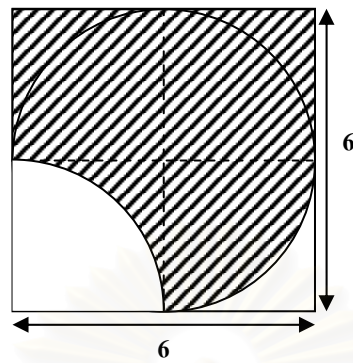
4)



พื้นที่.....ตารางหน่วย

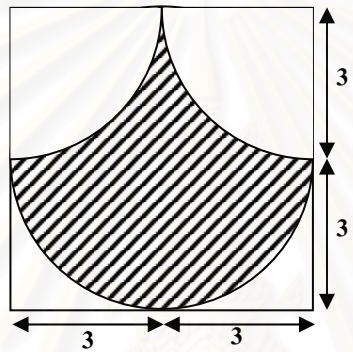
เฉลยกิจกรรมที่ 11.3

1)



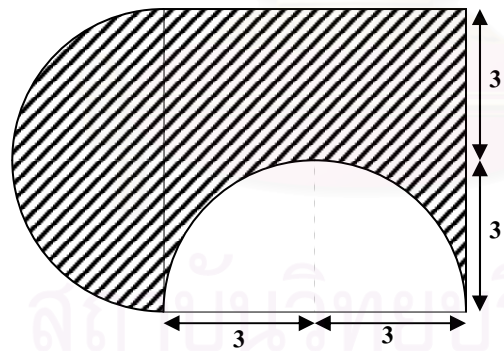
พื้นที่ 27 ตารางหน่วย

2)



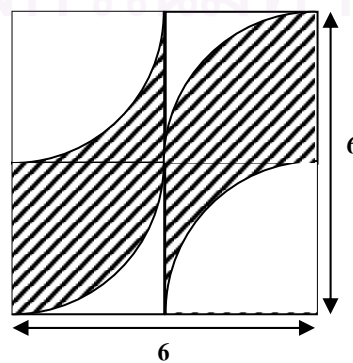
พื้นที่ 18 ตารางหน่วย

3)



พื้นที่ 36 ตารางหน่วย

4)

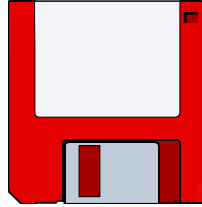


พื้นที่ 18 ตารางหน่วย

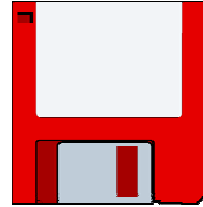
ตัวอย่างเอกสารแบบฝึกหัด

1. จงพิจารณาว่ารูป B เป็นภาพที่ได้จากการแปลงแบบใดของรูป A (3 คะแนน)

1)



รูป A

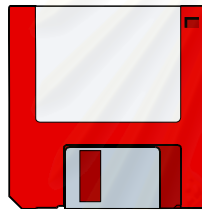


รูป B

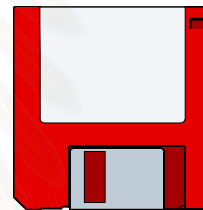
.....

.....

2)



รูป A

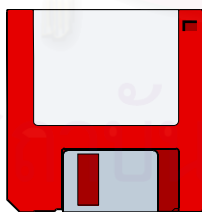


รูป B

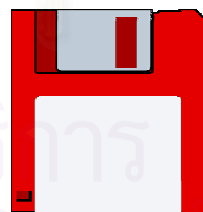
.....

.....

3)



รูป A

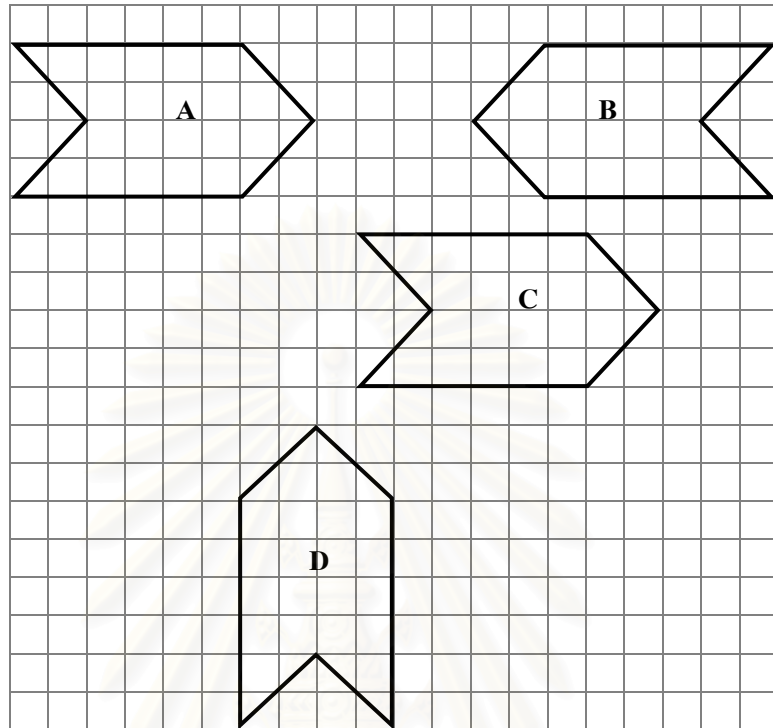


รูป B

.....

.....

2. จงสังเกตความสัมพันธ์ของรูปแต่ละคู่ต่อไปนี้ แล้วบอกว่ารูปหนึ่งเป็นภาพที่ได้จากการแปลงทางเรขาคณิตของอีกรูปหนึ่งอย่างไร (3 คะแนน)



1) รูป A กับรูป B เกิดจาก.....

.....

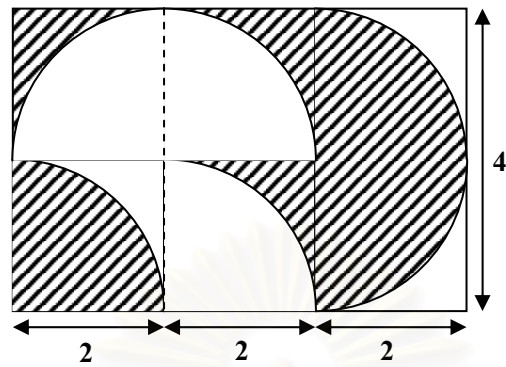
2) รูป A กับรูป C เกิดจาก.....

.....

3) รูป A กับรูป D เกิดจาก.....

.....

3. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้ (4 คะแนน)



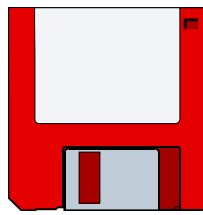
.....

.....

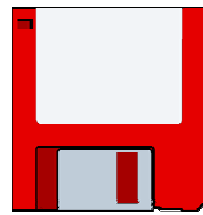
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยเอกสารแบบฝึกหัด

1. 1)



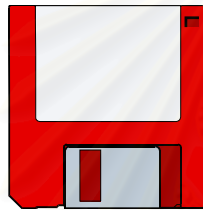
รูป A



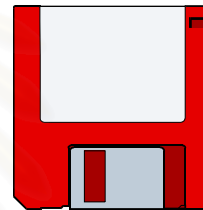
รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนของรูป A

2)



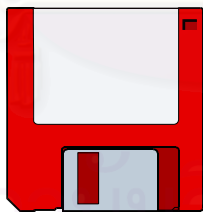
รูป A



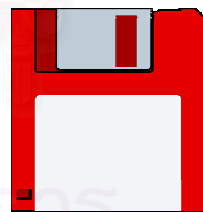
รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของรูป A

3)



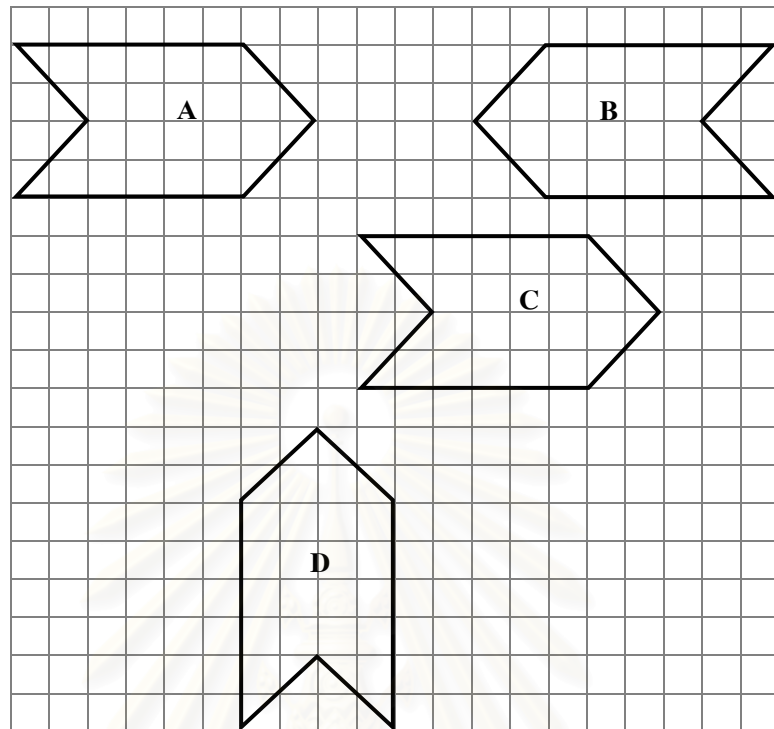
รูป A



รูป B

รูป B เป็นภาพที่ได้จากการหมุนของรูป A

2.

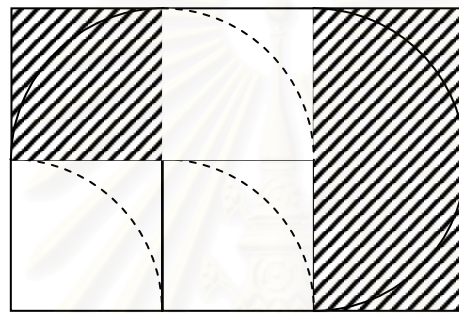
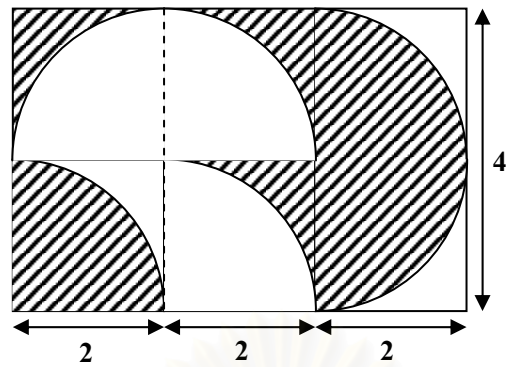


1) รูป A กับรูป B เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A มาทางขวา 4 หน่วย แล้วใช้การสะท้อนพลิกรูป A จะได้ภาพการแปลงทางเรขาคณิตเป็นรูป B

2) รูป A กับรูป C เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A เลื่อนลงด้านล่าง 5 หน่วย แล้วเลื่อนขนานไปทางขวา 9 หน่วย จะได้ภาพการแปลงทางเรขาคณิตเป็นรูป C

3) รูป A กับรูป D เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A เลื่อนลงด้านล่าง 8 หน่วย แล้วใช้การหมุน หมุนรูป A ในทิศทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุม 90 องศา จะได้ภาพการแปลงทางเรขาคณิตเป็นรูป D

3.



ดังนั้น ส่วนที่แฉงมีพื้นที่ $4 + 8 = 12$ ตารางหน่วย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 12

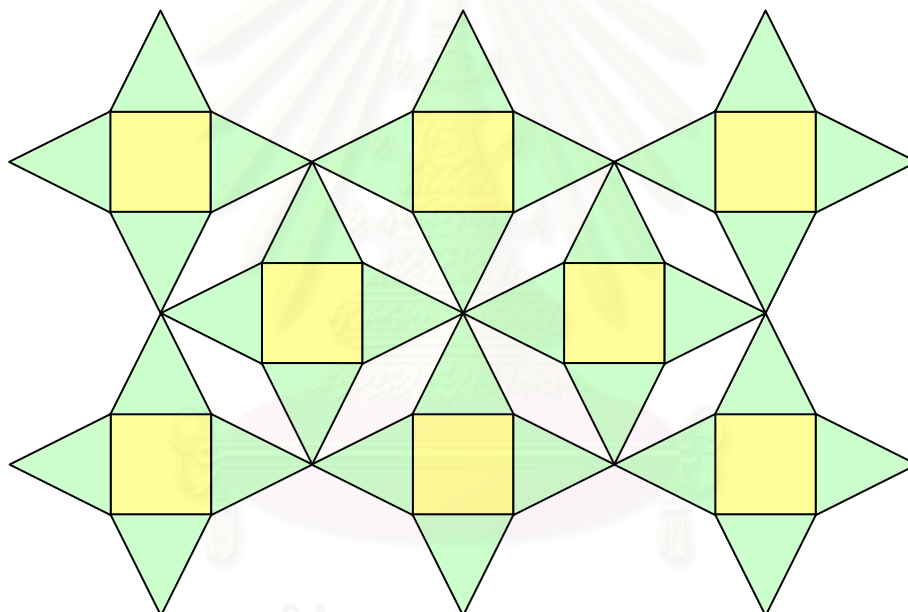
หน่วยการเรียนรู้เรื่อง เทสเซลเลชัน
คณิตศาสตร์ สาระการออกแบบเทสเซลเลชัน

เวลาเรียน 1 ชั่วโมง
ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา

1. ครูยกตัวอย่างลวดลายต่างๆ ที่ออกแบบโดยใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน เช่น



ให้นักเรียนลองพิจารณาว่าความสวยงามของลวดลายที่เกิดจากการนำความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนมาสร้างสรรค์ผลงานทางศิลปะต่างๆ รูปที่ได้นั้นมีช่องว่าง และเกิดการซ้อนทับกันของรูปเรขาคณิตและรูปอื่นๆ ที่นำมาวางเรียงกันหรือไม่ เพื่อค้นหาความหมายของภาพเทสเซลเลชัน

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป

2. ให้นักเรียนสรุปความหมายของภาพเทสเซลเลชันโดยใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนที่นักเรียนทราบแล้ว จนนักเรียนได้ข้อสรุปตรงกันของภาพเทสเซลเลชัน (คำตอบที่น่าจะสรุปได้ คือ ภาพเทสเซลเลชัน หมายถึง การนำรูปต่างๆ มาจัดเรียงต่อกันบนระนาบโดยไม่ให้เกิดช่องว่างและการซ้อนทับกัน)

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3 – 5 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ในกิจกรรมที่ 12.1 และกิจกรรมที่ 12.2 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้เรื่องภาพเทสเซลเลชันจากการแปลงทางเรขาคณิต การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน เพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจความหมายของภาพเทสเซลเลชันที่ได้จากการแปลงทางเรขาคณิตอย่างชัดเจน

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิสูจน์ลักษณะของภาพเทสเซลเลชันที่ได้จากการแปลงทางเรขาคณิต โดยการนำรูปต่างๆ มาวางเรียงต่อกันบนระนาบไปเรื่อยๆ โดยไม่ให้เกิดช่องว่างและไม่ให้รูปซ้อนทับกัน และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

5. ครูแนะนำเพิ่มเติมเกี่ยวกับภาพเทสเซลเลชันจากการแปลงทางเรขาคณิต ให้นักเรียนเข้าใจ

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล

6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำโครงการที่ 4 (การออกแบบเทสเซลเลชัน) เพื่อเป็นการประเมินผล

สื่อการเรียนรู้

1. กระดาษแข็ง กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ เทปใส
2. กิจกรรมที่ 12.1 – 12.2

กิจกรรมที่ 12 การออกแบบเทสเซลเลชัน

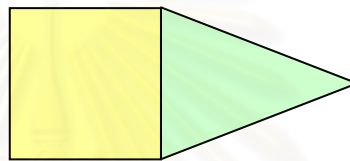
ตัวอย่างกิจกรรมที่ 12.1

คำสั่ง ให้นักเรียนออกแบบลวดลายศิลปะจากรูปเรขาคณิต โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน

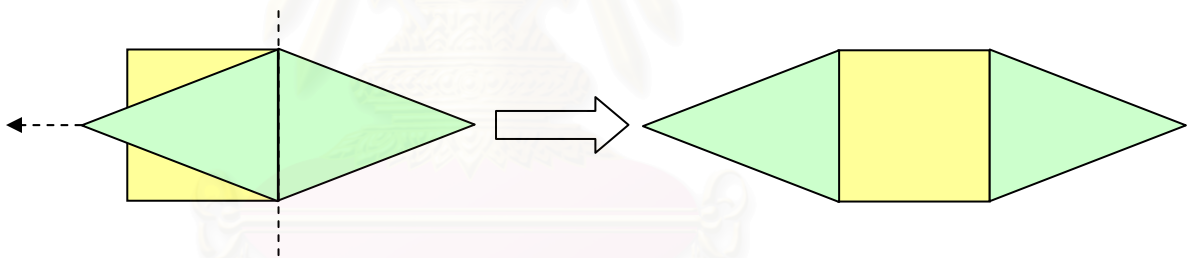
อุปกรณ์ : กระดาษแข็ง กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ เทปใส

ขั้นตอน :

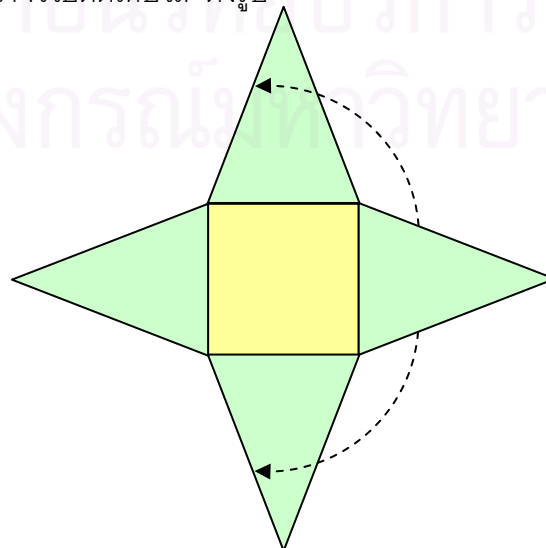
1) ตัดกระดาษแข็งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แล้วนำรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วไปติดเทปใส ดังรูป



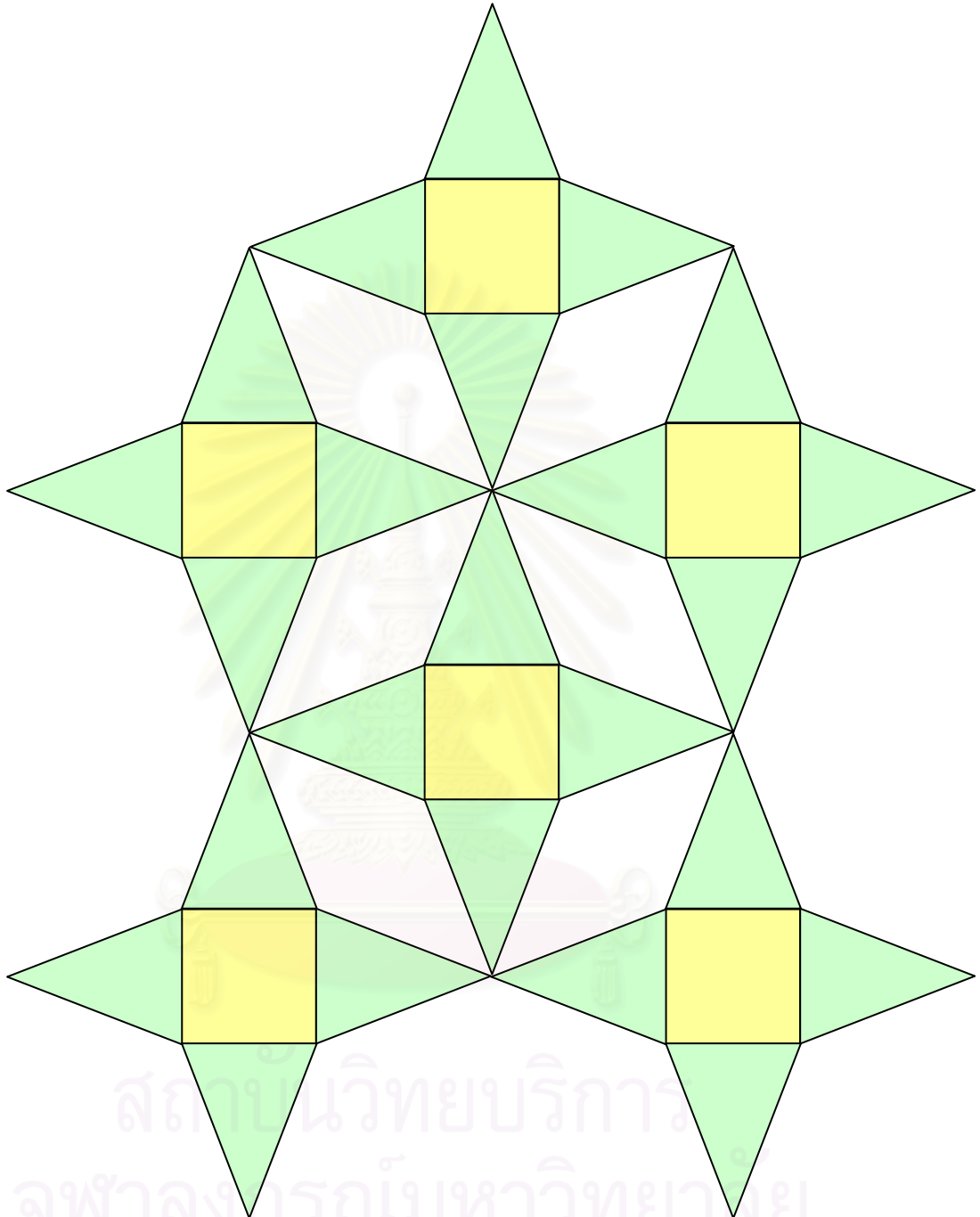
2) ตัดกระดาษให้ได้รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว 1 รูป และพลีกรุปที่ได้ตามแนวตั้ง แล้วเลื่อนขนานไปติดเทปใส ดังรูป



3) ตัดกระดาษให้ได้รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วอีก 2 รูป และหมุนรูปที่ได้รูปที่ 1 ตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา และหมุนรูปที่ 2 ทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศาตามลำดับ แล้วนำรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วไปติดเทปใส ดังรูป



4) นำแบบรูปที่ได้มาวาดลงบนกระดาษ ดังรูป



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 12.2

คำสั่ง ให้นักเรียนออกแบบลวดลายศิลปะจากรูปทั่วไป โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน

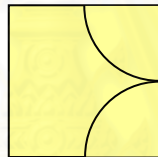
อุปกรณ์ : กระดาษ กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ เทปใส

ขั้นตอน :

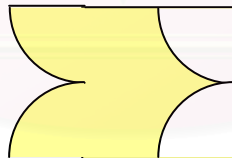
- 1) ตัดกระดาษแข็งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



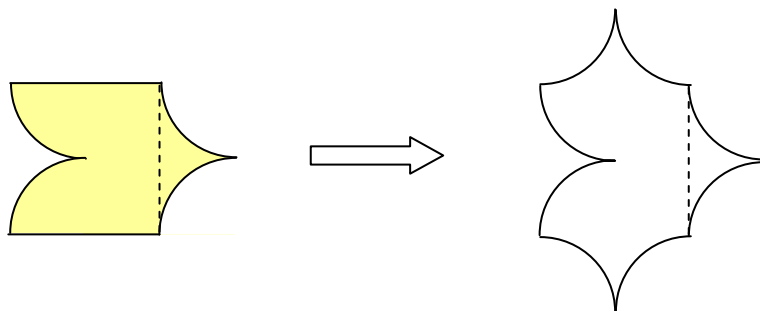
- 2) วาดลวดลายลงบนกระดาษ



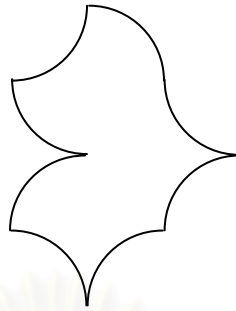
3) ตัดส่วนที่เป็นลวดลายออก แล้วใช้การเลื่อนขนาน เลื่อนส่วนที่ตัดออกไปยังด้านตรงข้ามติดเทปใส ดังรูป



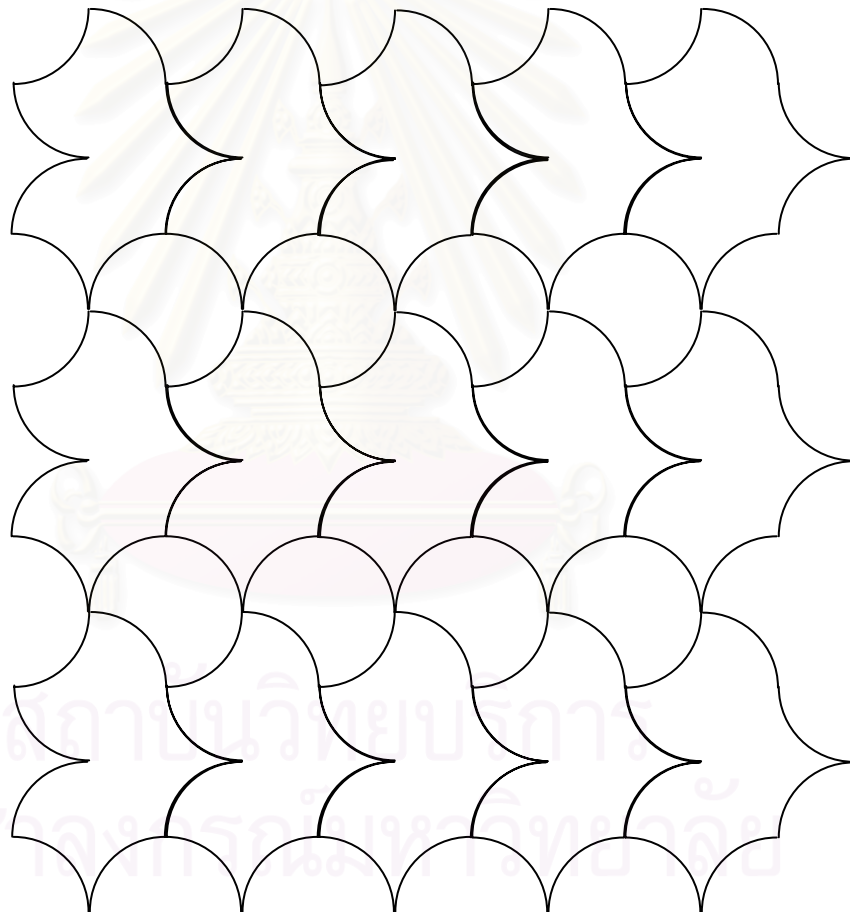
4) ตัดกระดาษตามส่วนที่เป็นเส้นประให้ได้รูปอีก 2 รูป แล้วใช้การหมุน หมุนส่วนที่ตัดออกตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศา และหมุนทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 90 องศาตามลำดับ แล้วนำรูปที่ได้ไปติดเทปใส ดังรูป



5) ดัดแปลงแบบรูปที่ได้ตามต้องการ



6) นำแบบรูปที่ได้มาวางดลงบนกระดาษ ดังรูป



ตัวอย่างโครงการที่ 4 การออกแบบเทสเซลเลชัน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน ไปใช้ในการออกแบบลวดลายต่างๆ ได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ให้นักเรียนออกแบบลวดลายศิลปะจากรูปเรขาคณิตหรือรูปทั่วไป โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน

อุปกรณ์ : กระดาษ กรรไกรหรือคัตเตอร์ ดินสอ เทปใส

ขั้นตอน :

- 1) ออกแบบ แบบรูปจากรูปเรขาคณิตหรือรูปทั่วไปโดยใช้ความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตตามต้องการ
- 2) ดัดแปลงแบบรูปที่ได้ตามต้องการ แล้วตัดกระดาษเป็นแบบรูป
- 3) นำแบบรูปที่ได้มาทาบบนกระดาษแล้ววาดเส้นตามขอบของแม่แบบ วาดต่อๆ กันจนได้เทสเซลเลชัน
- 4) แต่งลวดลายให้สวยงาม

การประเมินผล

- 1) สังเกตจากความสนใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม 10 คะแนน
- 2) พิจารณาจากผลงาน (ความคิดสร้างสรรค์และความสวยงาม) 10 คะแนน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 2 คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

1. หลักการและเหตุผล

การแปลงทางเรขาคณิตเป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีความสำคัญและเป็นพื้นฐานในการเรียน
วิชาเรขาคณิตในระดับสูง เช่น เรขาคณิตวิเคราะห์ นอกจากนี้การเรียนเรื่องการแปลง
ทางเรขาคณิตยังเป็นการฝึกฝนทำให้ผู้เรียนมีการพัฒนาด้านความรู้ลึกเชิงปริภูมิซึ่งเป็นพื้นฐาน
สำคัญที่เกี่ยวข้องกับการปฏิบัติงานทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเป็นอย่างมาก
โดยเฉพาะการปฏิบัติงานที่ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์
ศิลปะ และวิศวกรรมศาสตร์

ปัจจุบันการแปลงทางเรขาคณิตเป็นมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเนื้อหาใหม่ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3) ตามหลักสูตร
การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ผู้วิจัยจึงมีความสนใจในการนำเสนอกิจกรรม
การเรียนรู้ โดยมุ่งเน้นในการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ
Thomas Cooney (สุวัฒนา อุทัยรัตน์, 2545: 43-48) เพื่อนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้
เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ตอนต้น ที่หลากหลายและเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2. วัตถุประสงค์

เพื่อนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

3. มาตรฐานการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

การแปลงทางเรขาคณิต เป็นสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ใหม่ที่บรรจุอยู่ในหลักสูตร
การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยมีมาตรฐานการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2544) ดังนี้

มาตรฐานการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. เข้าใจเกี่ยวกับการแปลง (transformation) ทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้
2. บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนรูปต้นแบบ และสามารถอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้
3. อธิบายลักษณะของรูปที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนบนระบบพิกัดฉากได้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างรูปต้นแบบและรูปที่ได้จากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนได้
2. นำสมบัติเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนไปใช้ได้
3. บอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน บนระนาบพิกัดฉากได้

4. เนื้อหาของกิจกรรมการเรียนรู้

การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วยเนื้อหาดังนี้

1. การแปลงทางเรขาคณิตเบื้องต้น
2. การเลื่อนขนาน
3. การสะท้อน
4. การหมุน
5. เทสเซลเลชัน (Tessellation)

5. แนวทางการใช้กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วย คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ เอกสารการเรียนรู้ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต เอกสารเฉลยกิจกรรมและแบบฝึกหัด ในการใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ปฏิบัติตามคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ กิจกรรมต่างๆ ให้ปฏิบัติตามกิจกรรมการเรียนรู้ และครูต้องเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องในการนำเสนอผลงานของนักเรียนและฝึกทักษะด้วยแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น

6. ลักษณะของกิจกรรมที่ใช้ในการเรียนการสอน

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ประกอบด้วยกิจกรรม

3 ลักษณะ คือ

1. กิจกรรมการเรียนรู้เป็นกิจกรรมที่ครูผู้สอนจัดขึ้นในชั้นเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ครอบคลุมเนื้อหา และสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ครอบคลุมหัวข้อกิจกรรมการเรียนรู้ และสื่อการเรียนรู้ โดยมุ่งเน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ Thomas Cooney (สุวัฒน์ อุทัยรัตน์, 2545: 43-48) เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ขั้นค้นหา (Explore) เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนสำรวจ ค้นหาข้อความรู้ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้กำหนดสถานการณ์ และให้ผู้เรียนหาข้อสรุปที่ได้
 - 2) ขั้นได้ข้อสรุป (Generalization) เป็นขั้นที่นำข้อสรุปที่ได้จากการค้นพบในขั้นที่ 1 มาพิจารณาว่าเป็นจริงหรือไม่ในสถานการณ์ที่กำหนดให้ เพื่อจะได้ข้อสรุปที่เป็นข้อความทั่วไป (generalization)
 - 3) ขั้นทำให้สมบูรณ์ (Refine) เป็นขั้นที่นำข้อสรุปที่ได้มาทำให้สมบูรณ์ โดยพิจารณาว่าข้อสรุปที่ได้นั้นมีความสมบูรณ์หรือไม่ ถ้าข้อสรุปยังไม่สมบูรณ์จะต้องนำข้อความรู้ที่ได้มาพิจารณาและทำให้สมบูรณ์
 - 4) ขั้นพิสูจน์ (Proof) เป็นขั้นยืนยันข้อสรุปที่ได้ว่าเป็นจริง
 - 5) ขั้นขยายผล (Expand) เป็นขั้นที่จะส่งผลให้ผู้เรียนรู้จักคิด เป็นการคิดต่อเพิ่มเติมออกไปเพื่อให้ได้ข้อความรู้ที่เป็นพื้นฐานของความรู้ใหม่และนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน
2. กิจกรรมที่นักเรียนร่วมกันปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อยเพื่อร่วมกันอภิปราย และเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนจะต้องลงมือปฏิบัติและสร้างความรู้ด้วยตนเอง

3. กิจกรรมการเรียนรู้มีทั้งแบบรายบุคคลและแบบกลุ่มสัมพันธ์ ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบฝึกทักษะเพื่อใช้ในการประเมินผล

7. ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตนี้ ครูผู้สอนควรศึกษาความรู้พื้นฐานเรื่องความเท่ากันทุกประการและการสมมาตร และควรที่จะศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกขั้นตอนก่อนที่จะนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นอกจากนี้ครูผู้สอนควรที่จะจัดเตรียมสื่อการเรียนรู้ในแต่ละครั้งให้พร้อม ซึ่งสื่อการเรียนรู้มีส่วนสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพราะจะทำให้ให้นักเรียนมองเห็นภาพที่เป็นรูปธรรมที่เกิดจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนได้ชัดเจน นอกจากนี้ในขณะดำเนินการสอนครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันแสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลต่างๆ

คำชี้แจง ขอให้ครูผู้สอนทำความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ดังต่อไปนี้

1. ส่วนประกอบของกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย
 - 1.1 กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 – 12
 - 1.2 เอกสารการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต
 - 1.3 เอกสารเฉลยกิจกรรมและแบบฝึกหัด
2. วิธีการใช้กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต
 - 2.1 ศึกษากิจกรรมการเรียนรู้อย่างละเอียด
 - 2.2 ก่อนให้นักเรียนทำกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆ ต้องชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจ
 - 2.3 ในขณะที่นักเรียนทำแบบฝึกหัด ครูเป็นเพียงผู้ให้คำปรึกษาเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยเท่านั้น
 - 2.4 เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จ ให้ครูตรวจเพื่อประเมินผลการเรียนรู้
 - 2.5 การประเมินผลโครงการ ครูจะเป็นผู้พิจารณาและประเมินผลในแต่ละโครงการโดยสังเกตจากความสนใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม และจากผลงานในการทำกิจกรรม

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ในช่วงชั้นที่ 3 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยโดยมี 2 ขั้นตอน คือ การสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ และการตรวจสอบคุณภาพกิจกรรมการเรียนรู้

ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

1. วิเคราะห์โครงสร้างของสาระ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต อยู่ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานมีจำนวน 12 ชั่วโมง และศึกษารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Thomas Cooney และสื่อการเรียนรู้
2. ผู้วิจัยได้แบ่งกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ 5 หน่วยการเรียนรู้ โดยจำแนกเป็นชั่วโมงได้ ดังนี้ การแปลงทางเรขาคณิตเบื้องต้นจำนวน 1 ชั่วโมง การเลื่อนขนานจำนวน 3 ชั่วโมง การสะท้อนจำนวน 3 ชั่วโมง การหมุนจำนวน 3 ชั่วโมง และ ทesselation จำนวน 2 ชั่วโมง
3. นอกจากนี้ผู้วิจัยได้กำหนดหน่วยการเรียนรู้ของกิจกรรมการเรียนรู้และการประเมินผลในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ดังนี้
 - 3.1) หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การแปลงทางเรขาคณิตเบื้องต้นจำนวน 1 ชั่วโมง ประกอบด้วยกิจกรรมที่ 1 รูปต้นแบบและภาพ การประเมินผลพิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด
 - 3.2) หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การเลื่อนขนานจำนวน 3 ชั่วโมง ประกอบด้วยกิจกรรมที่ 2 สรุปรวการเลื่อนขนาน การประเมินผลพิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด กิจกรรมที่ 3 ภาพจากการเลื่อนขนานและการแก้ปัญหา การประเมินผลพิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด และกิจกรรมที่ 4 ศิลปะกับการเลื่อนขนาน การประเมินผลใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนานของรูปเรขาคณิต การเลื่อนขนานของรูปอื่นๆ มาสร้างทesselation จากการเลื่อนขนาน (โครงการที่ 1)
 - 3.3) หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การสะท้อนจำนวน 3 ชั่วโมง ประกอบด้วยกิจกรรมที่ 5 สรุปรวการสะท้อน การประเมินผลพิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด กิจกรรมที่ 6

ภาพจากการสะท้อนและการแก้ปัญหา การประเมินผลพิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด และกิจกรรมที่ 7 ศิลปะกับการสะท้อน การประเมินผลใช้ความรู้เรื่องการสะท้อนของรูปเรขาคณิต การสะท้อนของรูปอื่นๆ มาสร้างทฤษฎีบทจากจากการสะท้อน (โครงการที่ 2)

3.4) หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การหมุนจำนวน 3 ชั่วโมง ประกอบด้วยกิจกรรมที่ 8 สรุปรวมการหมุน การประเมินผลพิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด กิจกรรมที่ 9 ภาพจากการหมุนและการแก้ปัญหา การประเมินผลพิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด และกิจกรรมที่ 10 ศิลปะกับการหมุน การประเมินผลใช้ความรู้เรื่องการหมุนของรูปเรขาคณิต การหมุนของรูปอื่นๆ มาสร้างทฤษฎีบทจากจากการหมุน (โครงการที่ 3)

3.5) หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ทฤษฎีบททแยง (Tessellation) จำนวน 2 ชั่วโมง ประกอบด้วยกิจกรรมที่ 11 แปลงแบบใด การประเมินผลพิจารณาจากการทำแบบฝึกหัด และกิจกรรมที่ 12 การออกแบบทฤษฎีบททแยง การประเมินผลใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน ของรูปเรขาคณิตและของรูปอื่นๆ มาสร้างทฤษฎีบททแยง (โครงการที่ 4)

หลังจากที่ทำกิจกรรมการเรียนรู้แล้วมีการประเมินผล โดยกิจกรรมที่ 1 – 11 มีการประเมินผลจากการทำแบบฝึกหัด มีคะแนนเต็มกิจกรรมละ 10 คะแนน และกิจกรรมที่ 12 มีคะแนนเต็ม 20 คะแนน

4. ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ซึ่งมีทั้งหมด 5 หน่วยการเรียนรู้ ผู้วิจัยสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ Thomas Cooney (สุวัฒนา อุทัยรัตน์, 2545: 43-48) ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ขั้นค้นหา (Explore)
- 2) ขั้นได้ข้อสรุป (Generalization)
- 3) ขั้นทำให้สมบูรณ์ (Refine)
- 4) ขั้นพิสูจน์ (Proof)
- 5) ขั้นขยายผล (Expand)

5. สร้างคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการตรวจสอบคุณภาพกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

1. ผู้วิจัยนำกิจกรรมการเรียนรู้ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 15 ท่าน ประเมินกิจกรรมการเรียนรู้ โดยมีผู้ทรงคุณวุฒิ 3 กลุ่มคือ

- 1.1 ผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านคณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์ในการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในระดับอุดมศึกษา จำนวน 3 ท่าน
- 1.2 ผู้ทรงคุณวุฒิทางการศึกษาในระดับอุดมศึกษา จำนวน 3 ท่าน

- 1.3 ผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
จำนวน 9 ท่าน
2. ผู้วิจัยปรับปรุง แก้ไข เพื่อพัฒนาคุณภาพกิจกรรมการเรียนรู้ตามผลการประเมิน
ของผู้ทรงคุณวุฒิทั้ง 3 กลุ่ม จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลการตรวจสอบคุณภาพกิจกรรม
การเรียนรู้
3. ผู้วิจัยนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
ของครูผู้สอน

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยนี้ได้กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น 12 กิจกรรม ได้แก่ กิจกรรมที่ 1 รูปต้นแบบและภาพ กิจกรรมที่ 2
สำรวจการเลื่อนขนาน กิจกรรมที่ 3 ภาพจากการเลื่อนขนานและการแก้ปัญหา กิจกรรมที่ 4
ศิลปะกับการเลื่อนขนาน กิจกรรมที่ 5 สำรวจการสะท้อน กิจกรรมที่ 6 ภาพจากการสะท้อน
และการแก้ปัญหา กิจกรรมที่ 7 ศิลปะกับการสะท้อน กิจกรรมที่ 8 สำรวจการหมุน
กิจกรรมที่ 9 ภาพจากการหมุนและการแก้ปัญหา กิจกรรมที่ 10 ศิลปะกับการหมุน
กิจกรรมที่ 11 แปลงแบบใด และกิจกรรมที่ 12 การออกแบบเทสเซลเลชัน โดยผ่าน
การประเมินจากผู้ทรงคุณวุฒิ 15 ท่านและทั้ง 15 ท่านมีความคิดเห็นว่างิจกรรมการเรียนรู้
ทั้ง 12 กิจกรรมมีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้
และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน

อภิปรายผล

จากการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า การนำเสนอกิจกรรม
การเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ทั้ง 12 กิจกรรม
มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อ
การเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะกิจกรรมการเรียนรู้
เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
ประกอบด้วย กิจกรรมการเรียนรู้ เอกสารการเรียนรู้ เอกสารแบบฝึกหัด เอกสารเฉลยกิจกรรม
และแบบฝึกหัด และสื่อประสมต่างๆ ที่ใช้ในการทำกิจกรรม ซึ่งมีลักษณะของกิจกรรมการเรียนรู้
ในด้านต่างๆ ดังนี้

1. ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ มีการนำเสนอเนื้อหาที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง มีการเรียงลำดับเนื้อหาการสอนเป็นขั้นตอนและมีเอกสารการเรียนรู้ประกอบให้นักเรียนได้ความรู้ตามสาระในเอกสารการเรียนรู้ และเนื้อหามุ่งเน้นการคิดวิเคราะห์ และเชื่อมโยงความรู้ เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตกับชีวิตจริง

2. ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหา และความรู้พื้นฐานเดิมของผู้เรียน เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยเสริมสร้างความรอบรู้และความเข้าใจให้แก่ผู้เรียนในเรื่องของการแปลงทางเรขาคณิต เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีการจัดกิจกรรมที่หลากหลาย ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคอง (2546: คำนำ) ที่กล่าวไว้ว่า “การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ควรมีความหลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้ดีที่สุดไม่ว่าในบริบทใด” เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการให้ผู้เรียนสามารถสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยในแต่ละกิจกรรมให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ซึ่งสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 (2542: 13 -14) หมวด 4 แนวการจัดการศึกษา มาตรา 24 ข้อที่ 3 ที่กล่าวไว้ว่า “จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติ ให้ทำได้ คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่านและเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง” นอกจากนี้ยังเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนมีการแลกเปลี่ยนความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ และเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่เชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตกับสิ่งต่างๆ ในชีวิตจริง และสามารถนำไปสู่การบูรณาการกับงานศิลปะได้ ซึ่งสอดคล้องกับหลักการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของ สอนง อินละคร (2544: 5) ที่ว่า “การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน แลกเปลี่ยนความรู้และประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ให้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการและมีผลงานจากการเรียนรู้ และเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน” และเป็นกิจกรรมที่นำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้ได้ตามขั้นตอนแนวคิดของ Thomas Cooney

3. ด้านสื่อการเรียนรู้ มีสื่อการเรียนรู้ที่หลากหลายและส่งเสริมการฝึกปฏิบัติตามกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสม มีสื่อการเรียนรู้ที่ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้จริง และสื่อที่ใช้มีความสอดคล้องและเหมาะสมกับกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งสอดคล้องกับ ณัฐวุฒิกิจรุ่งเรือง (2545: 68) ที่กล่าวไว้ว่า “สื่อการเรียนรู้เป็นตัวกลางที่ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพจะต้องสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้” และดังที่ ยุพิน พิพิธกุล (2545: 45) ที่กล่าวไว้ว่า “การเลือกใช้สื่อให้เหมาะสมเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการที่จะช่วยให้การเรียนการสอนดำเนินไปด้วยดี”

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะจากผลการวิจัย

1. จากผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ของการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า กิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 12 กิจกรรม มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้ โดยมีค่าดัชนี IOC สูงกว่า 0.50 ทุกด้าน ดังนั้น ผลการตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ที่น่าจะเป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอน ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นได้

2. ครูผู้สอนอาจจะนำไปใช้เป็นแนวทางในการเขียนแผนการเรียนรู้ซึ่งประกอบด้วย ขั้นตอนที่สำคัญ คือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยผู้สอนจะต้องเขียนแผนการเรียนรู้ ให้สอดคล้องกับขั้นตอน หรือจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นขั้นตอนที่ชัดเจนและมีความสอดคล้องกัน ในขั้นตอนของการเรียนรู้ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ มากขึ้น

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรนำกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3 ที่ผู้วิจัย สร้างขึ้นไปปรับปรุงแก้ไข และนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างจริง

2. ควรทำการวิจัยแนวการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ในช่วงชั้นที่ 3 ตามแนวคิดอื่นๆ เพื่อหาแนวทางการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้ที่มี ประสิทธิภาพมากขึ้น

3. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น หรือในบริบท อื่นต่อไป

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- กนกวลี อุษณกรกุล, ปาจารย์ วัชชวัลคุ และ สุเทพ บุญซ้อน. (2547). **สื่อการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 1**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์อักษรเจริญทัศน์.
- กฤษณะ ไสขุมา. (2543). **กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3**. ปรินูญานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์). กรุงเทพมหานคร: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. 2542. **พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542**. กรุงเทพมหานคร: พรินูญานิพนธ์การศึกษาแห่งชาติ.
- จารุวรรณ แสงทอง และคณะ. (2545). **การแปลงทางเรขาคณิต**. เอกสารอัดสำเนา.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ และคณะ. (2545). **ชุดปฏิรูปการเรียนรู้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-3)**. กรุงเทพมหานคร: ประสานมิตร.
- ชนาธิป พรกุล. (2543). **แคตส์ รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชิวรา ลำดวนหอม. (2546). **กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6**. ปรินูญานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์). กรุงเทพมหานคร: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- โชคชัย ศักดิ์ศรี. (2516). **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย**. ปรินูญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต (การประถมศึกษา). กรุงเทพมหานคร: วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร.
- ณัฐวุฒิ กิจรุ่งเรือง, วชิรินทร์ เสถียรยานนท์ และวชิณีย์ เชาว์ดำรงค์. (2545). **ผู้เรียนเป็นสำคัญและการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ของครูมืออาชีพ**. กรุงเทพมหานคร: สถาพรบุ๊คส์.

- ทรงชัย อักษรคิด. (2546). **กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้ การเรียนแบบร่วมมือสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. ปรินญาณีพนธ์ปรินญา การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์). กรุงเทพมหานคร: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ.
- ทีศนา แชนมณี. (2547). **ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มี ประสิทธิภาพ**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เทอดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์. (2547). **กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถ ในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3**. ปรินญาณีพนธ์ปรินญาการศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์). กรุงเทพมหานคร: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- นวนน้อย เจริญผล. (2546, สิงหาคม – ตุลาคม). “การแปลงทางเรขาคณิต”. **คณิตศาสตร์**. 47(539 - 541): 21 – 33.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, มกราคม – มีนาคม). “ความเคลื่อนไหว...เกี่ยวกับ NCTM: Principle and Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000”. **สสวท**. 28(108): 15.
- พรศรี บุญรอด. (2545). **การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญเรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. สารนิพนธ์ปรินญาการศึกษามหาบัณฑิต (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เพ็ญประภา แสนลี. (2542). **การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการเรื่องพหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. ปรินญาณีพนธ์ปรินญาการศึกษามหาบัณฑิต (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2539). **การเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์บพิธ การพิมพ์.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2545). **การเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ยุคปฏิรูปการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์บพิธการพิมพ์.
- วงเดือน อินทนิเวศน์. (2544). **การพัฒนาชุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ภายใต้วงแวดล้อมในชีวิตประจำวันด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. ปรินญาณีพนธ์ปรินญาการศึกษามหาบัณฑิต (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วรรณ ขุนศรี. (2546, มีนาคม). “การจัดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์”. **วิชาการ**. 6(3): 73 – 75.

- วิชาการ, กรม. (2545). เอกสารการพัฒนาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 การวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- วิชาการ, กรม. (2545). แนวทางการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- วิชาการ, กรม. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- วิทยา รุ่งอรุณพิศาล. (2517). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ (Transformatio Geometry) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินญา นินพนธ์ปรินญาการศึกษามหาบัณฑิต (การประถมศึกษา). กรุงเทพมหานคร: วิทยาลัย วิชาการศึกษา ประสานมิตร.
- ศิริชัย กาญจนวาสี. (2544). ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2547). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้ พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สนอง อินละคร. (2544). เทคนิควิธีการและนวัตกรรมที่ใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง. อุบลราชธานี: อุบลกิจออฟเซทการพิมพ์.
- สมควร ปานโม. (2545). การสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ เชิงเนื้อหาเกี่ยวกับวิชาชีพ เรื่อง "เซต" ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 (ปวส.) ประเภทวิชาเกษตรกรรม. สวารนินพนธ์ปรินญาการศึกษามหาบัณฑิต (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุกัญญา ยีกา. (2545). การสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องเรขาคณิตการแปลงสำหรับ นักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6. ปรินญานิพนธ์ปรินญาการศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุวัฒนา เขี่ยมอรพวรรณ. (2541). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. ภาควิชามัธยมศึกษา. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์. (2546). วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิด. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒนา เขี่ยมอรรถพร และ ชยุตม์ ภิรมย์สมบัติ. (2546). **ปฏิรูปกลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์: การแปลงทางเรขาคณิต**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคอง. (2546). **คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Agrawal, C. Piyush. (1995). **Mathematics Applications and Connections** Glencoe/
McGraw – Hill: Ohio.

Bassarear, Tom. (2001). **Mathematics for elementary school teachers**. New York:
Houghton Mifflin Company.

Escher, M. C. M. C. (1995). **Escher: The Graphic Work**. New York: Barnes & Noble
Books.

Gary L. Musser, William F. Burger. (1988). **Mathematics for Elementary Teacher:
A Contemporary Approach**. USA: Macmillan Publishing Company.

Granger, Tim. (2000, September). "Math Is Art". **Teaching Children Mathematics**. 7(1):
10 – 13.

Hatfield M. Mary. et.al. (2002). **Mathematics Methods for Elementary and Middle School
Teacher**. 4th ed. New York: John Wiley & Sons.

Martin, L. J. (1995). **Mathematics for Teacher Training**. London and Basingstoke:
Macmillan Education.

Musser, Gary L. (1997). **Mathematics for Elementary Teachers: a contemporary
approach**. Upper Saddle River, NJ.: Prentice Hall.

O' Daffer, Phares G. and Clemens, Stanley R. (1992). **Geometry: An Investigative
Approach**. 2nd ed. California: Addison Wesley.

Phillips, Jo Mckeeby and Zwoyer, Russell E.. (1970). **Motion Geometry**. California:
California State Department of Education.

Schattschneider, Doris. M. C. (1990). **Escher, Visions of Symmetry**. New York: W. H.
Freeman & Co.

- Schattschneider, Doris. M. C. (1990). **Escher, Visions of Symmetry**. New York: W. H. Freeman & Co.
- Sellke, H. Donald. (1999, July). "Geometric Flips". **Teaching Children Mathematics**. 379 – 383.
- Sheffield J. Linda. and Cruikshank E. Douglas. (2000). **Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics**. New York: John Wiley & Sons.
- Sobel, Max A.. (1986). **Geometry**. New York: Scribner Education Publishers.
- Sobel, Max A. and Maletsky, Evan M.. (1999). **Teaching Mathematics: a source book of aids, activities and strategies**. 3rd ed. Boston: Llyn and Bacon.
- Solheim, J. Harold. (1971, December). "The effect of the Study of Transformations of the Plane on the Attitudes of Secondary School Geometry Students". **Dissertation Abstracts International**. 32(6): 3165 – A.
- Susan K. Eddins, Evelyn Osman Maxwell, and Floramma Stanislaus. (1994, March). "Activities Geometric Transformations". **Mathematics Teacher**. 87(3): 177 - 180.
- Thompson, M. F. (1994). Hand - On Math! Ready – to – Use Games & Activities for Grades 4 – 8. **Geometry and Spatial Sense**. New York: The Center for Applied Research in Education, Professional Publishing.
- Williford, H. Johnson. (1971, June). "A Study of Transformation Geometry Instruction in the Primary Grades". **Dissertation Abstracts International**. 31(12): 6462 – A.



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก.
หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ศธ.0512.6(2700.0603)/3000

งานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330.

3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านคณิตศาสตร์

เรียน ดร.สมเดช บุญประจักษ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการศึกษาวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงวันที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวิธนา เขียมอรพรรณ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอพระคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นรุตม์ สุทธิจิตต์)

รองคณบดี

งานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ งานหลักสูตรและการสอน (บัณฑิตศึกษา) คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.82680

ที่ ศธ.0512.6(2770.0603)/3003

วันที่ 3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการศึกษา

เรียน อาจารย์จنگล ทำสวน

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการศึกษา ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอพบพระคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)

รองคณบดีด้านหลักสูตรและการสอน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ศธ.0512.6(2700.0603)/3002

งานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์-
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330. ____

3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านคณิตศาสตร์

เรียน อาจารย์ปรารณา มณีฉาย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรม การเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เขี่ยมมอรพรรณ เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานใน รายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)

รองคณบดี

งานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2216-2680



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ งานหลักสูตรและการสอน (บัณฑิตศึกษา) คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์ฯ โทร.82680

ที่ ศธ.0512.6(2770.0603)/3003

วันที่ 3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านการศึกษา

เรียน อาจารย์ไพโรจน์ น่วมน่วม

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒน์ เข็มมอพรรณ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านการศึกษา ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ ลุทธิจิตต์)

รองคณบดีด้านหลักสูตรและการสอน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ศธ.0512.6(2700.0603)/3004

งานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330.

3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการศึกษา

เรียน อาจารย์อรรถศาสตร์ นิมิตพันธ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรม การเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เขี่ยมอรรถกร เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการศึกษา ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานใน รายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางการศึกษาต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)

รองคณบดี

งานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680



ที่ ศธ.0512.6(2700.0603)/3002

งานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330.

3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านคณิตศาสตร์

เรียน อ.วรงค์ศรี แสงบรรจง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรม การเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒน์ เขียมมอรพรรณ เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานใน รายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอบพระคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุทธ์ สุทธจิตต์)

รองคณบดี

งานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680



ที่ ศธ.0512.6(2700.0603)/3006

งานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330.

3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์บุญรื่น ปานประสงค์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรม การเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เขี่ยมอรรถพรณ เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบพระคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)

รองคณบดี

งานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680



ที่ ศธ.0512.6(2700.0603)/3007

งานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330.

3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์

เรียน อาจารย์สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรม การเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เอี่ยมมอรรถน เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสาน งานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอบพระคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)

รองคณบดี

งานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2690



ที่ ศธ.0512.6(2700.0603)/3009

งานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330.

3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์

เรียน ดร.วรรณวิภา สุทธิเกียรติ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเลนดกิจกรรม การเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสาน งานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นรุตม์ สุทธิจิตต์)

รองคณบดี

งานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218 2680



ที่ ศธ.0512.6(2700.0603)/3002

งานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330.

3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านคณิตศาสตร์

เรียน ดร.ปานทอง กุลนาถศิริ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรม การเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เขี่ยมอรรถพรณ เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานใน รายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมากในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)

รองคณบดี

งานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680



ที่ ศธ.0512.6(2700.0603)/3011

งานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330.

3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์

เรียน อาจารย์บุลลิตพร สุภธีระ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการทำนิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรม การเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวิธมา เอี่ยมอรพรรณ เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสาน งานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอบพระคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)

รองคณบดี

งานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680



ที่ ศธ.0512.6(2700.0603)/3012

งานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330.

3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์

เรียน อาจารย์ประยูร อัจฉาญ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรม การเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวิธนา เข็ยมอรพรรณ เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอบพระคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวิธน์ สุทธิจิตต์)

รองคณบดี

งานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680



ที่ ศธ.0512.5(2700.0603)/3013

งานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330.

3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์

เรียน อาจารย์สุวัฒน์เพ็ญ สิริทรัพย์ไพบลูย์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เขี่ยมมอรรถน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบพระคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)

รองคณบดี

งานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2630



ที่ ศธ.0512.6(2700.0603)/3014

งานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330.

3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์

เรียน อาจารย์ทัศนีย์ ชื่นยง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรม การเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เตี่ยมอรพวรรณ เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสาน งานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางการศึกษาต่อไป และขอพระคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(Signature)

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)

รองคณบดี

งานหลักสูตรและการสอน

โทร 0-2218 7000



ที่ ศธ.0512.6(2700.0503)/3015

งานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330.

3 มีนาคม 2548

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์

เรียน อาจารย์วิชราภรณ์ เกียรติบุญญาฤทธิ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายเทพพงศ์ ทิพย์ภาติ นิติชั้นปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การนำเสนอกิจกรรม การเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวิธนา เขียมอรพรรณ เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิติชั้นผู้วิจัยจะได้ประสาน งานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)

รองคณบดี

งานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680



ภาคผนวก ข.
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพกิจกรรมการเรียนรู้

ผู้ทรงคุณวุฒิประกอบด้วย 3 กลุ่ม คือ

1. ผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านคณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์ในการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในระดับอุดมศึกษา จำนวน 3 ท่าน
 - 1) ดร.สมเดช บุญประจักษ์ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
 - 2) อ.จกกล ทำสวน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
 - 3) อ.ปรารธนา มณีฉาย มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต
2. ผู้ทรงคุณวุฒิทางการศึกษาในระดับอุดมศึกษา จำนวน 3 ท่าน
 - 1) อ.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
 - 2) อ.อรรถศาสตร์ นิमितพันธ์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต
 - 3) อ.วงค์ศรี แสงบรรจง มหาวิทยาลัยคริสเตียน
3. ผู้ทรงคุณวุฒิทางการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 9 ท่าน
 - 1) ผศ.บุญเรือน ปานประสงค์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
 - 2) อ.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
 - 3) ดร.วรรณวิภา สุทธิเกียรติ โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย
 - 4) ดร.ปานทอง กุลนาถศิริ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
 - 5) อ.ชุลีพร สุภธีระ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
 - 6) อ.ประยูร อาจหาญ โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย
 - 7) อ.สุวันเพ็ญ สิริทรัพย์ไพบูลย์ โรงเรียนอัสสัมชัญคอนแวนต์
 - 8) อ.ทัศนีย์ ชื่นยง โรงเรียนสุนารีวิทยา
 - 9) อ.วัชรภรณ์ เกียรติบุญญาฤทธิ โรงเรียนบ่อพลอยรัชดาภิเษก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- 1) ดร.สมเดช บุญประจักษ์ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
- 2) อ.อรรถศาสตร์ นิमितพันธ์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต
- 3) ดร.วรรณวิภา สุทธิเกียรติ โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย



ภาคผนวก ค.
แบบประเมินกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบประเมินกิจกรรมการเรียนรู้

เรื่อง

การนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

PROPOSED INSTRUCTIONAL ACTIVITIES ON GEOMETRIC TRANSFORMATIONS
FOR LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS

อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒน์นา เขียมมอพรพรรณ

ผู้วิจัย นายยุทธพงษ์ ทิพย์ชาติ

ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อเป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3
2. เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และเรื่องอื่นในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในเรื่องอื่น หรือในบริบทอื่นต่อไป

คำชี้แจง เพื่อให้มีความเข้าใจตรงกันในหัวข้อการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงได้กำหนดคำจำกัดความของการวิจัยดังนี้

กิจกรรมการเรียนรู้ หมายถึง กิจกรรมที่ครูผู้สอนจัดขึ้นในชั้นเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ครอบคลุมเนื้อหา และสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้ ทัศนศาสตร์ ที่ครอบคลุมหัวข้อกิจกรรมการเรียนรู้ และสื่อการเรียนรู้ โดยมุ่งเน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Thomas Cooney เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอนดังนี้

- 1) ขั้นค้นหา (Explore)
- 2) ขั้นได้ข้อสรุป (Generalization)
- 3) ขั้นทำให้สมบูรณ์ (Refine)
- 4) ขั้นพิสูจน์ (Proof)
- 5) ขั้นขยายผล (Expand)

ขั้นที่ 1 ขั้นค้นหา (Explore)

ขั้นนี้เป็นขั้นแรก เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนสำรวจ ค้นหาข้อความรู้ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้กำหนดสถานการณ์ และให้ผู้เรียนหาข้อสรุปที่ได้

ในขั้นนี้จึงเป็นการค้นหาข้อความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และเมื่อแต่ละคนได้ข้อสรุป จะได้พิจารณาข้อสรุปหรือคำตอบของตนเอง เพื่อจะได้สรุปคำตอบที่ได้จากทุกคน

ขั้นที่ 2 ขั้นได้ข้อสรุป (Generalization)

ขั้นนี้เป็นขั้นที่สอง ซึ่งจะต้องนำข้อสรุปที่ได้จากการค้นพบในขั้นที่ 1 เพื่อพิจารณาว่าเป็นจริงหรือไม่ในสถานการณ์ที่กำหนดให้ เพื่อจะได้ข้อสรุปที่เป็นข้อความทั่วไป (generalization) ซึ่งเมื่อได้ข้อสรุปตรงกันแล้ว ก็สามารถที่จะสรุปให้เป็นข้อความทั่วไปได้

ขั้นที่ 3 ขั้นทำให้สมบูรณ์ (Refine)

ขั้นนี้เป็นขั้นที่ต้องนำข้อสรุปที่ได้มาทำให้สมบูรณ์ โดยพิจารณาว่าข้อสรุปที่ได้นั้น มีความสมบูรณ์หรือยัง

ขั้นที่ 4 ขั้นพิสูจน์ (Proof)

สำหรับขั้นพิสูจน์นี้ เพื่อเป็นการยืนยันข้อสรุปที่ได้ว่าเป็นจริง ซึ่งบางเรื่องอาจคงต้องอาศัยบทนิยาม กฎ สูตร ทฤษฎีต่างๆ เพื่อนำมาใช้ในการพิสูจน์

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายผล (Expand)

ขั้นนี้เป็นขั้นที่สำคัญ เพราะเป็นขั้นที่จะส่งผลให้ผู้เรียนรู้จักคิด ไม่ใช่หยุดอยู่แค่สถานการณ์ที่กำหนด ได้ข้อสรุป พิสูจน์ได้เท่านั้น แต่เป็นการคิดต่อเพิ่มเติมออกไป เพื่อให้ได้ข้อความรู้ที่เป็นพื้นฐานของความรู้ใหม่และนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ปัจจุบันการแปลงทางเรขาคณิตเป็นมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเนื้อหาใหม่ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3) ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ผู้วิจัยจึงมีความสนใจในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยมุ่งเน้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Thomas Cooney เพื่อนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่หลากหลายและเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้จะได้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ตรวจสอบคุณภาพกิจกรรมการเรียนรู้ จากท่านซึ่งเป็นผู้ทรงคุณวุฒิประเมินความเหมาะสมของการนำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำชี้แจง

จุดมุ่งหมายของแบบประเมินนี้ เพื่อให้ท่านประเมินกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

แบบประเมินนี้แบ่งออกเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 ความคิดเห็นเกี่ยวกับความสอดคล้องกันระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้

ตอนที่ 2 ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

ตอนที่ 1 ความคิดเห็นเกี่ยวกับความสอดคล้องกันระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้

ให้พิจารณากิจกรรมการเรียนรู้แล้วโปรดเขียนเครื่องหมาย ✓ ในช่องระดับความสอดคล้องที่กำหนดให้และตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุดเพียงความคิดเห็นเดียว โดยมีระดับความสอดคล้อง ดังนี้

+1 หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่ากิจกรรมการเรียนรู้มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้หรือไม่

-1 หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้ไม่มีความสอดคล้องกันในด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านสื่อการเรียนรู้

แบบประเมินกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น		
	1	0	-1
1. ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้			
1.1 เนื้อหาสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง			
1.2 เนื้อหามีการเรียงลำดับอย่างเหมาะสม			
1.3 เนื้อหากระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างสรรค์องค์ความรู้ใหม่ได้			
1.4 เนื้อหามุ่งเน้นการคิดวิเคราะห์ และเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตกับชีวิตจริง			
1.5 เนื้อหาเหมาะสมกับระยะเวลา			
1.6 เนื้อหาเหมาะสมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง			
2. ด้านกิจกรรมการเรียนรู้			
2.1 กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหา และความรู้พื้นฐานเดิมของผู้เรียน			
2.2 มีการจัดกิจกรรมที่หลากหลาย			
2.3 กิจกรรมเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก			
2.4 กิจกรรมช่วยเสริมสร้างความรอบรู้และความเข้าใจให้แก่ผู้เรียนในเรื่องของการแปลงทางเรขาคณิต			
2.5 กิจกรรมนำไปสู่การพัฒนาความรู้เชิงปริภูมิและความคิดสร้างสรรค์			
2.6 มีกิจกรรมที่เน้นให้ผู้เรียนมีการแลกเปลี่ยนความรู้ ทักษะ และประสบการณ์			
2.7 ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการให้ผู้เรียนสามารถสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง			

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น		
	1	0	-1
2.8 กิจกรรมเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตกับสิ่งต่างๆ ในชีวิตจริง และสามารถนำไปสู่การบูรณาการกับงานศิลปะได้			
2.9 ผู้เรียนมีโอกาสแสดงบทบาทในกิจกรรมอย่างทั่วถึง			
2.10 นำเสนอกิจกรรมการเรียนรู้ได้ตามขั้นตอนแนวคิดของ Thomas Cooney			
3. ด้านสื่อการเรียนรู้			
3.1 มีสื่อที่หลากหลาย			
3.2 สื่อส่งเสริมการฝึกปฏิบัติตามกิจกรรมการเรียนรู้ อย่างเหมาะสม			
3.3 สื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้จริง			
3.4 สื่อที่ใช้สอดคล้องและเหมาะสมกับกิจกรรมการเรียนรู้			

ตอนที่ 2 ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

1. ด้านเนื้อหาสาระการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

2. ด้านกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

3. ด้านสื่อการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ เกิดวันเสาร์ที่ 26 กรกฎาคม 2523 ที่จังหวัดชัยภูมิ เข้าศึกษาในปีการศึกษา 2542 และสำเร็จการศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชา มัธยมศึกษา วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในโครงการ เจริญรัดการผลิตและพัฒนาบัณฑิตระดับปริญญาตรีสาขาวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศ (รพค.) รุ่นที่ 4 ปีการศึกษา 2545 และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2546



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย