

### บทที่ 3

#### การพัฒนาวิธีนิวตัน-ราฟสัน โดยรวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สอง

การวิเคราะห์โพลีโพลีกับระบบกำลังไฟฟ้าที่มีข้อกำหนดเริ่มต้นทางโพลีโพลีที่ไม่เหมาะสม มีความจำเป็นในการที่จะต้องรวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สองจากการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ เข้าไว้ในการคำนวณ ดังรายละเอียดที่กล่าวไว้แล้วในบทที่ 1 สำหรับในบทนี้จะกล่าวถึงการนำหลักการและ ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการปรับปรุงวิธีนิวตัน-ราฟสัน เพื่อให้มีคุณลักษณะการลู่เข้าของคำตอบที่ดี ขึ้น โดยยังคงอยู่บนพื้นฐานของการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ แต่จะรวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์ อันดับที่สองซึ่งได้ถูกละทิ้งไปในวิธีนิวตัน-ราฟสันเดิม เข้ามาไว้ในการคำนวณด้วย [1,8-10]

#### 3.1 อนุกรมเทย์เลอร์

สำหรับฟังก์ชันที่ประกอบด้วย  $n$  ตัวแปร สามารถกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) \\ &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{i!} \left( \frac{\partial}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial}{\partial x_n} \Delta x_n \right)^i f(x_1, x_2, \dots, x_n) \right\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

จากสมการที่ (3.1) ถ้า  $\Delta x_i$  มีค่าน้อยๆ ดังนั้น  $\left( \frac{\partial}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial}{\partial x_n} \Delta x_n \right)^i$  จะมีค่าน้อย จึงละทิ้งตั้งแต่  $i = 3, 4, \dots, m$  จะได้ตามสมการที่ (3.2) ดังนี้

$$\begin{aligned} & f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) \\ &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \left( \frac{\partial}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial}{\partial x_n} \Delta x_n \right) \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &+ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial}{\partial x_n} \Delta x_n \right)^2 \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (3.2)$$

ถ้าจัดรูปสมการที่ (3.2) ใหม่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\Delta f &= f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &= \left( \frac{\partial}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial}{\partial x_n} \Delta x_n \right) \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial}{\partial x_n} \Delta x_n \right)^2 \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_n)\end{aligned}$$

$$\Delta f = Jf + Sf \tag{3.3}$$

โดยที่  $\Delta f$  คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของฟังก์ชัน  $f$

$Jf$  คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของฟังก์ชัน  $f$  เนื่องจากผลของอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง

$Sf$  คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของฟังก์ชัน  $f$  เนื่องจากผลของอนุพันธ์อันดับที่สอง

สมการที่ (3.3) จะใช้ในการคำนวณโพลด์ไฟร์ตามวิธีนิวตัน-ราฟสันโดยรวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สอง

### 3.2 การพัฒนาวิธีนิวตัน-ราฟสันด้วยเทคนิคที่รวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สอง

เนื่องจากสมการที่ใช้คำนวณในวิธีนิวตัน-ราฟสัน มีพื้นฐานมาจากการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ ตามที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 3.1 สามารถนำมาประยุกต์ในการแก้ระบบสมการพีชคณิตที่ไม่เป็นเชิงเส้น  $2n$  สมการ โดยแต่ละสมการประกอบด้วยตัวแปรไม่ทราบค่า  $2n$  ตัวแปร ตามรายละเอียดในภาคผนวก ข ดังนี้

$$\left. \begin{aligned}F_1(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n) &= 0 \\ F_2(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n) &= 0 \\ &\vdots \\ F_n(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n) &= 0 \\ G_1(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n) &= 0 \\ G_2(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n) &= 0 \\ &\vdots \\ G_n(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n) &= 0\end{aligned} \right\} \tag{3.4}$$

จากวิธีนิวตัน-ราฟสันเดิม จะได้สมการความคลาดเคลื่อนของฟังก์ชัน  $F$  และ  $G$  ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \Delta F \\ \Delta G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

โดยที่สมาชิกในแต่ละจาโคเบียนเมตริกซ์ย่อย  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  และ  $J_4$  ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยอันดับที่หนึ่งของฟังก์ชัน  $F$  และ  $G$  เทียบกับตัวแปร  $x$  และ  $y$  ตามรายละเอียดในภาคผนวก ข เมื่อรวมผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สอง เข้าในสมการที่ (3.5) ด้วยแล้ว จะได้สมการความคลาดเคลื่อนของฟังก์ชัน  $F$  และ  $G$  ใหม่ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \Delta F \\ \Delta G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x' \\ \Delta y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} SF \\ SG \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

โดยที่  $SF$  และ  $SG$  เป็นผลที่ได้จากการรวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สอง ซึ่งมีรายละเอียดการคำนวณ ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} SF &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} (\Delta x)^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} (\Delta x \Delta y) + \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} (\Delta y \Delta x) + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} (\Delta y)^2 \\ SG &= \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} (\Delta x)^2 + \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} (\Delta x \Delta y) + \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial x} (\Delta y \Delta x) + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} (\Delta y)^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

ดังนั้นสมการที่ (3.6) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta F \\ \Delta G \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x' \\ \Delta y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x^2 \\ \Delta x \Delta y \\ \Delta y \Delta x \\ \Delta y^2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x' \\ \Delta y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ S_5 & S_6 & S_7 & S_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x^2 \\ \Delta x \Delta y \\ \Delta y \Delta x \\ \Delta y^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x' \\ \Delta y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x^2 \\ \Delta x \Delta y \\ \Delta y \Delta x \\ \Delta y^2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

จากสมการที่ (3.8) จะเห็นได้ว่า แต่ละสมาชิกในเมตริกซ์  $S$  ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของสมาชิกที่สอดคล้องกันในเมตริกซ์  $J$  หรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง คือ เมตริกซ์  $S$  เป็นอนุพันธ์ของเมตริกซ์  $J$  ในการแก้สมการที่(3.8)เพื่อหา  $\Delta x'$  และ  $\Delta y'$  จะใช้วิธีเทอริเรชั่นหรืออาศัยทฤษฎีซูเปอร์โพสิชัน(Superposition) โดยในขั้นแรกให้คำนวณตามวิธีนิวตัน-ราฟสันเดิมก่อน จากนั้นนำผลที่ได้ไปคิดผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สอง[1,9-10] ซึ่งมีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

3.2.1 คำนวณหา  $\Delta x$  และ  $\Delta y$  จากสมการที่ (3.5) ตามวิธีนิวตัน-ราฟสันเดิม

3.2.2 อาศัยความต่อเนื่องของฟังก์ชัน  $F$  และ  $G$  ประกอบกับความสัมพันธ์ที่เมตริกซ์  $S$  เป็นอนุพันธ์ของเมตริกซ์  $J$  แล้วสามารถนำ  $\Delta x$  และ  $\Delta y$  จากขั้นตอนที่ 3.2.1 ไปคิดผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สอง โดยการคำนวณหา  $SF$  และ  $SG$  ตามสมการที่ (3.7)

3.2.3 นำ  $[SF \ SG]^T$  ไปปรับปรุง  $[\Delta F \ \Delta G]^T$  โดยการย้าย  $[SF \ SG]^T$  ไปทางด้านซ้ายของสมการที่ (3.6) จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \Delta F \\ \Delta G \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} SF \\ SG \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x' \\ \Delta y' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta F' \\ \Delta G' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x' \\ \Delta y' \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

3.2.4 เมื่อแก้สมการที่ (3.9) แล้วจะได้ ค่าปรับแต่ง  $\Delta x'$  และ  $\Delta y'$  ของตัวแปร  $x$  และ  $y$  ที่รวมผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สองในการปรับค่าของตัวแปร  $x$  และ  $y$  ของแต่ละรอบการคำนวณ เพื่อให้มีอัตราการลู่เข้าของคำตอบที่ดีขึ้น

ในที่นี้จะเลือกใช้ทฤษฎีซูเปอร์โพสิชันมาช่วยในการแก้สมการที่(3.6) ได้เพราะว่าอนุพันธ์อันดับที่สองเป็นอนุพันธ์ต่อเนื่องจากอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง จึงคิดผลของอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งก่อน จากนั้นจึงนำผลของอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง ไปคิดผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สอง[1,9-10] แนวคิดนี้จะถูกนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางโพลดิโพลว์

### 3.3 การประยุกต์วิธีนิวตัน-ราฟสันที่รวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สอง ในการแก้ปัญหาทางโหลดโพลว์

#### 3.3.1 สมการโหลดโพลว์ในระบบพิกัดฉาก

สมการกำลังไฟฟ้าจริงและรีแอกทีฟที่บัส  $p$  ใดๆ สำหรับระบบกำลังไฟฟ้าขนาด  $n$  บัส ยังคงมีรูปแบบเหมือนกับวิธีนิวตัน-ราฟสันเดิม[2] ดังนี้

$$P_p = \sum_{q=1}^n \left\{ e_p (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) + f_p (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \right\} \quad \text{สำหรับบัส } p \text{ ใดๆ ยกเว้นบัสอ้างอิง} \quad (3.10)$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^n \left\{ f_p (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) - e_p (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \right\} \quad \text{สำหรับบัส } p \text{ ที่เป็นโหลดบัส} \quad (3.11)$$

$$|V_p|^2 = e_p^2 + f_p^2 \quad \text{สำหรับบัส } p \text{ ที่เป็นบัสควบคุมแรงดัน} \quad (3.12)$$

โดยที่  $V_p = e_p + jf_p$  สำหรับแรงดันไฟฟ้าที่บัส  $p$   
 $Y_{pq} = G_{pq} - jB_{pq}$  สำหรับสมาชิกตำแหน่งที่  $(p,q)$  ของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์

จากสมการที่ (3.6) สามารถนำมาประยุกต์ในการแก้ปัญหาทางโหลดโพลว์ และได้สมการความคลาดเคลื่อนของปริมาณทางไฟฟ้าที่บัส เมื่อรวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สองจากกฎกระจายอนุกรมเทย์เลอร์[8-9] เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta |V|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e' \\ \Delta f' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} SP \\ SQ \\ SV \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

โดยที่รายละเอียดของการคำนวณจาโคเบียนเมตริกซ์  $[J]$  ได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อ 2.7.1 สำหรับในหัวข้อนี้จะกล่าวถึง รายละเอียดของการคำนวณเวกเตอร์  $[SP \quad SQ \quad SV]^T$  ดังนี้

#### 3.3.1.1 การคำนวณผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สองทางกำลังไฟฟ้าจริงที่บัส $SP$

อาศัยการประยุกต์จากสมการที่ (3.7) จะได้ว่า

$$SP = \frac{\partial^2 P}{\partial e^2} (\Delta e)^2 + \frac{\partial^2 P}{\partial e \partial f} (\Delta e \Delta f) + \frac{\partial^2 P}{\partial f \partial e} (\Delta f \Delta e) + \frac{\partial^2 P}{\partial f^2} (\Delta f)^2 \quad (3.14)$$

สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ยกเว้นบัสอ้างอิง

$$\begin{aligned} SP_p &= \sum_{q=1}^n G_{pq} \Delta e_p \Delta e_q + \sum_{q=1}^n B_{pq} \Delta e_p \Delta f_q - \sum_{q=1}^n B_{pq} \Delta f_p \Delta e_q + \sum_{q=1}^n G_{pq} \Delta f_p \Delta f_q \\ &= (\Delta e_p) \sum_{q=1}^n \{B_{pq} \Delta f_q + G_{pq} \Delta e_q\} + (\Delta f_p) \sum_{q=1}^n \{G_{pq} \Delta f_q - B_{pq} \Delta e_q\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

โดยที่  $SP_p$  คือ ค่าความคลาดเคลื่อนทางกำลังไฟฟ้าจริงที่บัส  $p$  เมื่อรวมผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สอง

$G_{pq}$  และ  $B_{pq}$  คือ ส่วนจริงและค่าลบของส่วนจินตภาพของสมาชิกในตำแหน่งที่  $(p,q)$  ของ บัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ ตามลำดับ

$\Delta e$  และ  $\Delta f$  คือ ค่าปรับแต่งของส่วนจริงและส่วนจินตภาพของแรงดันไฟฟ้าที่บัส ตามลำดับ

### 3.3.1.2 การคำนวณผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สองทางกำลังไฟฟ้ารีแอกติฟที่บัส $SQ$

อาศัยการประยุกต์จากสมการที่ (3.7) จะได้ว่า

$$SQ = \frac{\partial^2 Q}{\partial e^2} (\Delta e)^2 + \frac{\partial^2 Q}{\partial e \partial f} (\Delta e \Delta f) + \frac{\partial^2 Q}{\partial f \partial e} (\Delta f \Delta e) + \frac{\partial^2 Q}{\partial f^2} (\Delta f)^2 \quad (3.16)$$

สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ที่เป็นโหลดบัส

$$\begin{aligned} SQ_p &= \sum_{q=1}^n B_{pq} \Delta e_p \Delta e_q - \sum_{q=1}^n G_{pq} \Delta e_p \Delta f_q + \sum_{q=1}^n G_{pq} \Delta f_p \Delta e_q + \sum_{q=1}^n B_{pq} \Delta f_p \Delta f_q \\ &= (\Delta f_p) \cdot \sum_{q=1}^n \{B_{pq} \Delta f_q + G_{pq} \Delta e_q\} + (\Delta e_p) \cdot \sum_{q=1}^n \{B_{pq} \Delta e_q - G_{pq} \Delta f_q\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

โดยที่  $SQ_p$  คือ ค่าความคลาดเคลื่อนทางกำลังไฟฟ้ารีแอกติฟที่บัส  $p$  เมื่อรวมผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สอง

$G_{pq}$  และ  $B_{pq}$  คือ ส่วนจริงและค่าลบของส่วนจินตภาพของสมาชิกในตำแหน่งที่  $(p,q)$  ของ บัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ ตามลำดับ

$\Delta e$  และ  $\Delta f$  คือ ค่าปรับแต่งของส่วนจริงและส่วนจินตภาพของแรงดันไฟฟ้าที่บัส ตามลำดับ

### 3.3.1.3 การคำนวณผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สองของขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัส $SV$

อาศัยการประยุกต์จากสมการที่ (3.7) จะได้ว่า

$$SV = \frac{\partial^2 |V|^2}{\partial e^2} (\Delta e)^2 + \frac{\partial^2 |V|^2}{\partial e \partial f} (\Delta e \Delta f) + \frac{\partial^2 |V|^2}{\partial f \partial e} (\Delta f \Delta e) + \frac{\partial^2 |V|^2}{\partial f^2} (\Delta f)^2 \quad (3.18)$$

สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ที่เป็นบัสควบคุมแรงดัน

$$SV_p = (\Delta e_p)^2 + (\Delta f_p)^2 \quad (3.19)$$

โดยที่  $SV_p$  คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัส  $p$  เมื่อรวมผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สอง

$\Delta e$  และ  $\Delta f$  คือ ค่าปรับแต่งของส่วนจริงและส่วนจินตภาพของแรงดันไฟฟ้าที่บัส ตามลำดับ

สมการที่ (3.15) , (3.17) และ (3.19) จะใช้ในการคำนวณโพลดิโพลตามวิธีนิวตัน-ราฟสัน โดยรวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สอง

### 3.3.1.4 ขั้นตอนการพัฒนาวิธีนิวตัน-ราฟสันด้วยเทคนิคที่รวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สองในระบบพิกัดฉาก

1 สร้างบัสแอดมิตแดนซ์เมตริกซ์ ตามที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.4

2 สมมติแรงดันไฟฟ้าที่บัสต่างๆ ยกเว้นที่บัสอ้างอิง

3 ให้  $k = 0$

4 คำนวณ  $P_p^{(k)}$  สำหรับบัส  $p$  ที่เป็นบัสควบคุมแรงดันหรือโพลดิโพล ตามสมการที่ (3.10)

    คำนวณ  $Q_p^{(k)}$  สำหรับบัส  $p$  ที่เป็นโพลดิโพล ตามสมการที่ (3.11)

    คำนวณ  $|V_p^{(k)}|^2$  สำหรับบัส  $p$  ที่เป็นบัสควบคุมแรงดัน ตามสมการที่ (3.12)

5 คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนของปริมาณทางไฟฟ้าที่บัส ดังนี้

-ถ้าบัส  $p$  เป็นโพลดิโพล แล้วคำนวณ  $\Delta P_p^{(k)}$  และ  $\Delta Q_p^{(k)}$  ตามสมการที่ (2.25) และ (2.26) ตามลำดับ

-ถ้าบัส  $p$  เป็นบัสควบคุมแรงดัน แล้วคำนวณ  $\Delta P_p^{(k)}$  และ  $\Delta |V_p^{(k)}|^2$  ตามสมการที่ (2.25) และ (2.27) ตามลำดับ

6 ตรวจสอบเงื่อนไข

ถ้า  $|\max \Delta P^{(k)}|$  และ  $|\max \Delta Q^{(k)}|$  และ  $|\max \Delta |V^{(k)}|^2|$  มีค่าไม่เกินค่าความคลาดเคลื่อน  $\epsilon$  ที่กำหนดแล้ว ให้ไปที่ขั้นตอนที่ 14 มิฉะนั้นให้เริ่มต้นทำขั้นตอนที่ 7

7 คำนวณจาโคเบียนแมตริกซ์  $J$  ตามวิธีนิวตัน-ราฟสันเดิม

8 คำนวณค่าปรับแต่งแรงดันไฟฟ้าที่บัส  $\Delta e_p^{(k)}$  และ  $\Delta f_p^{(k)}$  ตามสมการที่ (2.24)

9 คำนวณ  $SP_p^{(k)}$ ,  $SQ_p^{(k)}$  และ  $SV_p^{(k)}$  จากสมการที่ (3.15), (3.17) และ (3.19) ตามลำดับ โดยใช้  $\Delta e_p^{(k)}$  และ  $\Delta f_p^{(k)}$  จากขั้นตอนที่ 8

10 ทำการปรับปรุง  $\Delta P_p^{(k)}$ ,  $\Delta Q_p^{(k)}$  และ  $\Delta |V_p^{(k)}|^2$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 5 ด้วย  $SP_p^{(k)}$ ,  $SQ_p^{(k)}$  และ  $SV_p^{(k)}$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 9 ดังนี้

$$\Delta P_p'^{(k)} = \Delta P_p^{(k)} - SP_p^{(k)}$$

$$\Delta Q_p'^{(k)} = \Delta Q_p^{(k)} - SQ_p^{(k)}$$

$$\Delta |V_p^{(k)}|^2' = \Delta |V_p^{(k)}|^2 - SV_p^{(k)}$$

11 ทำการปรับปรุง  $\Delta e_p^{(k)}$  และ  $\Delta f_p^{(k)}$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 8 เป็น  $\Delta e_p'^{(k)}$  และ  $\Delta f_p'^{(k)}$  ด้วย  $\Delta P_p'^{(k)}$ ,  $\Delta Q_p'^{(k)}$  และ  $\Delta |V_p^{(k)}|^2'$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 10 โดยยังคงใช้จาโคเบียนแมตริกซ์  $J$  เดิม โดยแก้สมการหาค่า  $\Delta e_p'^{(k)}$  และ  $\Delta f_p'^{(k)}$  จาก

$$\begin{bmatrix} \Delta P_p' \\ \Delta Q_p' \\ \Delta |V_p|^2' \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} J^{(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e_p' \\ \Delta f_p' \end{bmatrix}^{(k)}$$

หมายเหตุ : เนื่องจากการคำนวณภายในรอบเดียวกัน แรงดันไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงน้อยมาก จึงประมาณให้ใช้จาโคเบียนแมตริกซ์  $J$  เดิมได้ [8-9]

12 คำนวณแรงดันไฟฟ้าที่บัสใหม่ โดยใช้  $\Delta e_p'^{(k)}$  และ  $\Delta f_p'^{(k)}$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 11 ดังนี้

$$e_p^{(k+1)} = e_p^{(k)} + \Delta e_p'^{(k)}$$

$$f_p^{(k+1)} = f_p^{(k)} + \Delta f_p'^{(k)}$$

13 ให้  $k = k + 1$  แล้วย้อนกลับไปเริ่มทำขั้นตอนที่ 4 โดยใช้แรงดันไฟฟ้าที่บัสใหม่  $e_p^{(k+1)}$  และ  $f_p^{(k+1)}$  จากขั้นตอนที่ 12

14 คำนวณกำลังไฟฟ้าที่ไหลผ่านและกำลังสูญเสียในสายส่งและหม้อแปลงต่างๆ ตามหัวข้อ 2.8 พร้อมทั้งพิมพ์ผลลัพธ์และสิ้นสุดการทำงาน



### 3.3.2 สมการโหลดโพลาร์ในระบบพิกัดเชิงขั้ว

สมการกำลังไฟฟ้าจริงและรีแอกทีฟที่บัส  $p$  ใดๆ สำหรับระบบกำลังไฟฟ้าขนาด  $n$  บัส ยังคงมีรูปแบบเหมือนกับวิธีนิวตัน-ราฟสันเดิม[2-4] ดังนี้

$$P_p = \sum_{q=1}^n \{|V_p V_q Y_{pq}| \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq})\} \quad \text{สำหรับบัส } p \text{ ใดๆ ยกเว้นบัสอ้างอิง} \quad (3.20)$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^n \{|V_p V_q Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq})\} \quad \text{สำหรับบัส } p \text{ ที่เป็นโหลดบัส} \quad (3.21)$$

โดยที่  $V_p = |V_p| e^{j\delta_p}$  สำหรับแรงดันไฟฟ้าที่บัส  $p$

$Y_{pq} = |Y_{pq}| e^{j\theta_{pq}}$  สำหรับสมาชิกตำแหน่งที่  $(p,q)$  ของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์

จากสมการที่ (3.6) สามารถนำมาประยุกต์ในการแก้ปัญหาทางโหลดโพลาร์ และจะได้สมการความคลาดเคลื่อนของปริมาณทางไฟฟ้าที่บัส เมื่อรวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สองจากการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ [10] เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta' \\ \Delta |V'| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} SP \\ SQ \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

โดยที่รายละเอียดของการคำนวณจาโคเบียนเมตริกซ์  $[J]$  ได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อ 2.7.2 สำหรับในหัวข้อนี้จะกล่าวถึง รายละเอียดของการคำนวณเวกเตอร์  $[SP \quad SQ]^T$  ดังนี้

#### 3.3.2.1 การคำนวณผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สองทางกำลังไฟฟ้าจริงที่บัส $SP$

สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ยกเว้นบัสอ้างอิง

$$\begin{aligned} SP_p = & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 P_p}{\partial V_p^2} (\Delta V_p)^2 + \sum_{q=1}^n \left\{ \frac{\partial^2 P_p}{\partial \delta_p \partial V_q} (\Delta \delta_p \Delta V_q) \right\} + \sum_{q=1}^n \left\{ \frac{\partial^2 P_p}{\partial \delta_q \partial V_q} (\Delta \delta_q \Delta V_q) \right\} \\ & + \sum_{q=1}^n \left\{ \frac{\partial^2 P_p}{\partial \delta_q \partial V_p} (\Delta \delta_q \Delta V_p) \right\} \end{aligned} \quad (3.23)$$

โดยที่แต่ละนิพจน์ในสมการที่ (3.23) มีรายละเอียดการคำนวณ ดังนี้

3.3.2.1.1 การหาอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองของ  $P_p$  เทียบกับ  $V_p$  และ  $V_p$  ตามลำดับ

$$\frac{\partial^2 P_p}{\partial V_p^2} = \frac{\partial}{\partial V_p} \left( \frac{\partial P_p}{\partial V_p} \right) \quad (3.24)$$

จากสมการที่ (2.45ข) แทนค่า  $\frac{\partial P_p}{\partial V_p}$  ลงในสมการที่ (3.24) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P_p}{\partial V_p^2} &= \frac{\partial}{\partial V_p} \left( 2|V_p Y_{pp}| \cos \theta_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n |V_q Y_{pq}| \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \right) \\ &= 2|Y_{pp}| \cos \theta_{pp} \end{aligned} \quad (3.25)$$

3.3.2.1.2 การหาอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองของ  $P_p$  เทียบกับ  $V_q$  และ  $\delta_p$  ตามลำดับ

$$\frac{\partial^2 P_p}{\partial \delta_p \partial V_q} = \frac{\partial}{\partial \delta_p} \left( \frac{\partial P_p}{\partial V_q} \right) \quad (3.26)$$

จากสมการที่ (2.45ข) แทนค่า  $\frac{\partial P_p}{\partial V_q}$  ลงในสมการที่ (3.26) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P_p}{\partial \delta_p \partial V_q} &= \frac{\partial}{\partial \delta_p} (|V_p Y_{pq}| \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq})) \\ &= -|V_p Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \end{aligned} \quad (3.27)$$

3.3.2.1.3 การหาอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองของ  $P_p$  เทียบกับ  $V_q$  และ  $\delta_q$  ตามลำดับ

$$\frac{\partial^2 P_p}{\partial \delta_q \partial V_q} = \frac{\partial}{\partial \delta_q} \left( \frac{\partial P_p}{\partial V_q} \right) \quad (3.28)$$

จากสมการที่ (2.45ข) แทนค่า  $\frac{\partial P_p}{\partial V_q}$  ลงในสมการที่ (3.28) จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 P_p}{\partial \delta_q \partial V_q} = \frac{\partial}{\partial \delta_q} (|V_p Y_{pq}| \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}))$$

$$=|V_p Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad (3.29)$$

3.3.2.1.4 การหาอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองของ  $P_p$  เทียบกับ  $V_p$  และ  $\delta_q$  ตามลำดับ

$$\frac{\partial^2 P_p}{\partial \delta_q \partial V_p} = \frac{\partial}{\partial \delta_q} \left( \frac{\partial P_p}{\partial V_p} \right) \quad (3.30)$$

จากสมการที่ (2.45) แทนค่า  $\frac{\partial P_p}{\partial V_p}$  ลงในสมการที่ (3.30) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P_p}{\partial \delta_q \partial V_p} &= \frac{\partial}{\partial \delta_q} \left( 2|V_p Y_{pp}| \cos \theta_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n |V_q Y_{pq}| \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \right) \\ &= |V_q Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \end{aligned} \quad (3.31)$$

อาศัยสมการที่ (3.25) , (3.27) , (3.29) และ (3.31) แทนค่าลงในสมการที่ (3.23) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} SP_p &= |Y_{pp}| \cos \theta_{pp} (\Delta V_p)^2 - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \{ (|V_p Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq})) (\Delta \delta_p \Delta V_q) \} \\ &+ \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \{ (|V_p Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq})) (\Delta \delta_q \Delta V_p) \} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \{ (|V_q Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq})) (\Delta \delta_q \Delta V_p) \} \end{aligned} \quad (3.32)$$

3.3.2.2 การคำนวณผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สองทางกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟที่บัส  $SQ$

สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ที่เป็นโหนดบัส

$$\begin{aligned} SQ_p &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 Q_p}{\partial V_p^2} (\Delta V_p)^2 + \frac{1}{2} \cdot \sum_{q=1}^n \left\{ \frac{\partial^2 Q_p}{\partial \delta_q^2} (\Delta \delta_q)^2 \right\} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \left\{ \frac{\partial^2 Q_p}{\partial \delta_p \partial \delta_q} (\Delta \delta_p \Delta \delta_q) \right\} \\ &+ \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \left\{ \frac{\partial^2 Q_p}{\partial V_p \partial V_q} (\Delta V_p \Delta V_q) \right\} \end{aligned} \quad (3.33)$$

โดยที่แต่ละนิพจน์ในสมการที่ (3.33) มีรายละเอียดการคำนวณดังนี้

3.3.2.2.1 การหาอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองของ  $Q_p$  เทียบกับ  $V_p$  และ  $V_p$  ตามลำดับ

$$\frac{\partial^2 Q_p}{\partial V_p^2} = \frac{\partial}{\partial V_p} \left( \frac{\partial Q_p}{\partial V_p} \right) \quad (3.34)$$

จากสมการที่ (2.47) แทนค่า  $\frac{\partial Q_p}{\partial V_p}$  ลงในสมการที่ (3.34) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Q_p}{\partial V_p^2} &= \frac{\partial}{\partial V_p} \left( -2|V_p Y_{pp}| \sin \theta_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n |V_q Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \right) \\ &= -2|Y_{pp}| \sin \theta_{pp} \end{aligned} \quad (3.35)$$

3.3.2.2.2 การหาอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองของ  $Q_p$  เทียบกับ  $\delta_q$  และ  $\delta_q$  ตามลำดับ

$$\frac{\partial^2 Q_p}{\partial \delta_q^2} = \frac{\partial}{\partial \delta_q} \left( \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q} \right) \quad (3.36)$$

จากสมการที่ (2.46) แทนค่า  $\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q}$  ลงในสมการที่ (3.36) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Q_p}{\partial \delta_q^2} &= \frac{\partial}{\partial \delta_q} \left( -|V_p V_q Y_{pq}| \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \right) \\ &= -|V_p V_q Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \end{aligned} \quad (3.37)$$

3.3.2.2.3 การหาอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองของ  $Q_p$  เทียบกับ  $\delta_q$  และ  $\delta_p$  ตามลำดับ

$$\frac{\partial^2 Q_p}{\partial \delta_p \partial \delta_q} = \frac{\partial}{\partial \delta_p} \left( \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q} \right) \quad (3.38)$$

จากสมการที่ (2.46) แทนค่า  $\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q}$  ลงในสมการที่ (3.38) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Q_p}{\partial \delta_p \partial \delta_q} &= \frac{\partial}{\partial \delta_p} \left( -|V_p V_q Y_{pq}| \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \right) \\ &= |V_p V_q Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \end{aligned} \quad (3.39)$$

3.3.2.2.4 การหาอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองของ  $Q_p$  เทียบกับ  $V_q$  และ  $V_p$  ตามลำดับ

$$\frac{\partial^2 Q_p}{\partial V_p \partial V_q} = \frac{\partial}{\partial V_p} \left( \frac{\partial Q_p}{\partial V_q} \right) \quad (3.40)$$

จากสมการที่ (2.47ข) แทนค่า  $\frac{\partial Q_p}{\partial V_q}$  ลงในสมการที่ (3.40) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Q_p}{\partial V_p \partial V_q} &= \frac{\partial}{\partial V_p} \left( |V_p Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \right) \\ &= |Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \end{aligned} \quad (3.41)$$

อาศัยสมการที่ (3.35) , (3.37) , (3.39) และ (3.41) แทนค่าลงในสมการที่ (3.33) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} SQ_p &= -|Y_{pp}| \sin \theta_{pp} (\Delta V_p)^2 - \frac{1}{2} \cdot \sum_{q=1}^n \left\{ (|V_p V_q Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq})) (\Delta \delta_q)^2 \right\} \\ &\quad + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \left\{ (|V_p V_q Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq})) (\Delta \delta_p \Delta \delta_q) \right\} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \left\{ (|Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq})) (\Delta V_p \Delta V_q) \right\} \end{aligned} \quad (3.42)$$

สมการที่ (3.32) และ (3.42) จะใช้ในการคำนวณโพลต์ตามวิธีนิวตัน-ราฟสัน โดยรวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สอง

3.3.2.3 ขั้นตอนการพัฒนาวิธีนิวตัน-ราฟสันด้วยเทคนิคที่รวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สองในระบบพิกัดเชิงขั้ว

1 สร้างบัสแอดมิตแดนซ์เมตริกซ์ ตามที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.4

2 สมมติแรงดันไฟฟ้าที่บัสต่างๆ ยกเว้นที่บัสอ้างอิง

3 ให้  $k = 0$

4 คำนวณกำลังไฟฟ้าที่บัส ดังนี้

- คำนวณ  $P_p^{(k)}$  สำหรับบัส  $p$  ที่เป็นบัสควบคุมแรงดันหรือโพลต์บัส ตามสมการที่ (3.20)

- คำนวณ  $Q_p^{(k)}$  สำหรับบัส  $p$  ที่เป็นโพลต์บัส ตามสมการที่ (3.21)

5 คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนของกำลังไฟฟ้าที่บัส ดังนี้

- ถ้าบัส  $p$  เป็นโพลต์บัส แล้วคำนวณ  $\Delta P_p^{(k)}$  และ  $\Delta Q_p^{(k)}$  ตามสมการที่ (2.25) และ (2.26) ตามลำดับ

- ถ้าบัส  $p$  เป็นบัสควบคุมแรงดัน แล้วคำนวณ  $\Delta P_p^{(k)}$  ตามสมการที่ (2.25)

## 6 ตรวจสอบเงื่อนไข

ถ้า  $|\max \Delta P^{(k)}|$  และ  $|\max \Delta Q^{(k)}|$  มีค่าไม่เกินค่าความคลาดเคลื่อน  $\epsilon$  ที่กำหนดแล้ว ให้ไปทำขั้นตอนที่ 14 มิฉะนั้นให้เริ่มทำขั้นตอนที่ 7

7 คำนวณจาโคเบียนเมตริกซ์  $J$  ตามวิธีนิวตัน-ราฟสันเดิม

8 คำนวณค่าปรับแต่งแรงดันไฟฟ้าที่บัส  $\Delta \delta_p^{(k)}$  และ  $\Delta |V_p|^{(k)}$  ตามสมการที่ (2.42)

9 คำนวณ  $SP_p^{(k)}$  และ  $SQ_p^{(k)}$  จากสมการที่ (3.32) และ (3.42) ตามลำดับ โดยใช้  $\Delta \delta_p^{(k)}$  และ  $\Delta |V_p|^{(k)}$  จากขั้นตอนที่ 8

10 ทำการปรับปรุง  $\Delta P_p^{(k)}$  และ  $\Delta Q_p^{(k)}$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 5 ด้วย  $SP_p^{(k)}$  และ  $SQ_p^{(k)}$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 9 ดังนี้

$$\Delta P_p'^{(k)} = \Delta P_p^{(k)} - SP_p^{(k)}$$

$$\Delta Q_p'^{(k)} = \Delta Q_p^{(k)} - SQ_p^{(k)}$$

11 ทำการปรับปรุง  $\Delta \delta_p^{(k)}$  และ  $\Delta |V_p|^{(k)}$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 8 เป็น  $\Delta \delta_p'^{(k)}$  และ  $\Delta |V_p|'^{(k)}$  ด้วย  $\Delta P_p'^{(k)}$  และ  $\Delta Q_p'^{(k)}$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 10 โดยยังคงใช้จาโคเบียนเมตริกซ์  $J$  เดิม โดยแก้สมการหาค่า  $\Delta \delta_p'^{(k)}$  และ  $\Delta |V_p|'^{(k)}$  จาก

$$\begin{bmatrix} \Delta P' \\ \Delta Q' \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix}^{(k)} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta' \\ \Delta |V'| \end{bmatrix}^{(k)}$$

หมายเหตุ : เนื่องจากการคำนวณภายในรอบเดียวกัน แรงดันไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงน้อยมาก จึงประมาณให้ใช้จาโคเบียนเมตริกซ์  $J$  เดิมได้ [10]

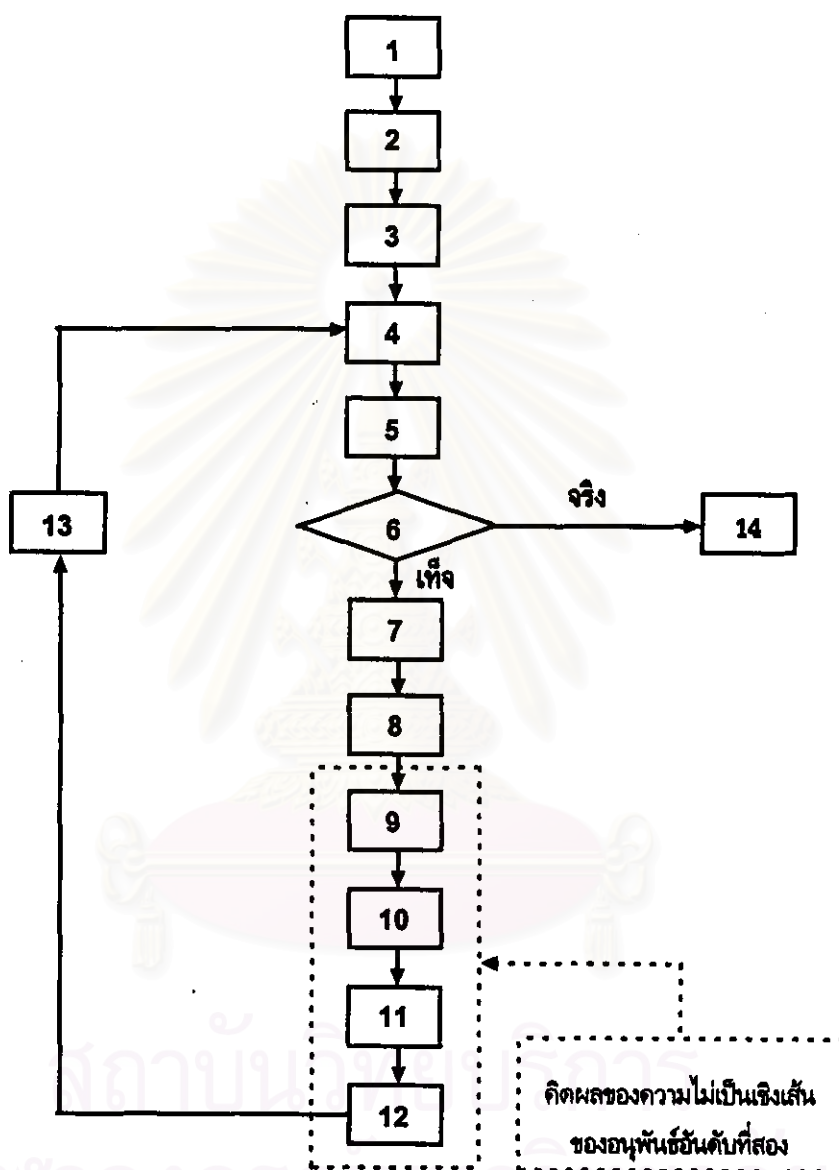
12 คำนวณแรงดันไฟฟ้าที่บัสใหม่ โดยใช้  $\Delta \delta_p'^{(k)}$  และ  $\Delta |V_p|'^{(k)}$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 11 ดังนี้

$$\begin{aligned} \delta_p^{(k+1)} &= \delta_p^{(k)} + \Delta \delta_p'^{(k)} \\ |V_p|^{(k+1)} &= |V_p|^{(k)} + \Delta |V_p|'^{(k)} \end{aligned}$$

13 ให้  $k = k + 1$  แล้วย้อนกลับไปเริ่มทำขั้นตอนที่ 4 โดยใช้แรงดันไฟฟ้าที่บัสใหม่  $\delta_p^{(k+1)}$  และ  $|V_p|^{(k+1)}$  จากขั้นตอนที่ 12

14 คำนวณกำลังไฟฟ้าที่ไหลผ่านและกำลังสูญเสียในสายส่งและหม้อแปลงต่างๆ ตามหัวข้อ 2.8 พร้อมทั้งพิมพ์ผลลัพธ์และสิ้นสุดการทำงาน

จากขั้นตอนการคำนวณที่กล่าวมา สามารถสรุปเป็นแผนภาพได้ดังนี้



รูปที่ 3.1 แผนภาพแสดงการพัฒนาวิธีนิวตัน-ราฟสัน โดยรวมความไม่เป็นเชิงเส้นของอนุพันธ์อันดับที่สอง (หมายเลขที่ระบุไว้ในแต่ละช่อง คือ ลำดับขั้นตอนการคำนวณตามที่กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 3.3.1.4 และ 3.3.2.3)