

การออกแบบโครงสร้างตามความเชื่อถือได้อย่างเหมาะสมที่สุดโดยการทำงานร่วมระหว่างการจำลอง
เซตย่อยและการเรียนรู้ที่ครอบคลุมกลุ่มอนุภาค



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2564
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Reliability-Based Structural Optimization by Combined Subset Simulation and
Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

FACULTY OF ENGINEERING

Chulalongkorn University

Academic Year 2021

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การออกแบบโครงสร้างตามความเชื่อถือได้อย่างเหมาะสมที่สุดโดยการทำงานร่วมระหว่างการทำจำลองเซตย่อยและการเรียนรู้ที่ครอบคลุมกลุ่มอนุภาค
โดย	นายอาณัติ สุธา
สาขาวิชา	วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.เสวกชัย ตั้งอร่ามวงศ์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ เตชวรสินสกุล)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิฑิต ปานสุข)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.เสวกชัย ตั้งอร่ามวงศ์)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภักดิ์วัฒน์ แสนเจริญ)

อาณัติ สุธา : การออกแบบโครงสร้างตามความเชื่อถือได้อย่างเหมาะสมที่สุดโดยการ
ทำงานร่วมระหว่างการจำลองเซตย่อยและการเรียนรู้ที่ครอบคลุมกลุ่มอนุภาค. (
Reliability-Based Structural Optimization by Combined Subset Simulation
and Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization) อ.ที่ปรึกษาหลัก :
รศ. ดร.เสวกชัย ตั้งอร่ามวงศ์

การเพิ่มประสิทธิภาพการออกแบบตามความน่าเชื่อถือ (RBDO) เพื่อจัดการกับการ
ออกแบบความสมบูรณ์ของโครงสร้างที่คุ้มค่าโดยมีพารามิเตอร์ที่ไม่มีความแน่นอน การประมวลผล
ปัญหาระดับนี้เป็นสิ่งที่ท้าทายจากภาระการคำนวณเพื่อกำหนดความน่าจะเป็นของความล้มเหลว
ของโครงสร้างที่เกิดขอบเขตฟังก์ชันสถานะจำกัด งานวิจัยนี้ได้เสนอวิธีการแยกส่วน RBDO อย่างมี
ประสิทธิภาพ โดยอัลกอริทึมการเรียนรู้ที่ครอบคลุมกลุ่มอนุภาคที่เหมาะสมที่สุด (CLPSO) ทำงาน
ร่วมกับการจำลองเซตย่อย (SS) ซึ่งเรียกว่าวิธีการ SS-CLPSO โดยพื้นฐานแล้ว วิธีการที่เสนอมุ่ง
ดำเนินการ CLPSO แบบวงวนด้วยการสมมติพารามิเตอร์ที่แน่นอน แล้วพิจารณาจุดที่น่าจะเป็นไป
ได้มากที่สุดที่สอดคล้องกับฟังก์ชันสถานะขีดจำกัดแล้วปรับปรุงภายในกระบวนการเพื่อประเมิน
ความน่าเชื่อถือ จากข้อมูลการออกแบบของ CLPSO จากนั้น SS จะประมาณสเปกตรัมของฟังก์ชัน
สถานะจำกัดภายใต้พารามิเตอร์ที่ไม่แน่นอน และใช้การจำลองมอนติคาร์โลสำหรับการทำนาย
ความน่าจะเป็นของความล้มเหลว กลุ่มตัวอย่างจาก SS จะแสดงความน่าจะเป็นของความล้มเหลว
ของกลุ่มตัวอย่างภายใต้เงื่อนไขที่สร้างขึ้นในแต่ละเหตุการณ์ตามค่ากลางที่กำหนด SS-CLPSO ที่
เสนอมุ่งช่วยในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหา RBDO โดยมีการร่วมกันทำงานแบบวง
วนจนได้ค่าความน่าจะเป็นของความล้มเหลวที่มีผลลัพธ์มาสู่เข้าใกล้เกณฑ์ที่กำหนด การ
ประยุกต์ใช้วิธีการนี้แสดงให้เห็นผ่านการออกแบบโครงสร้างเหล็กภายใต้พารามิเตอร์และข้อจำกัดที่ไม่
แน่นอนของความน่าจะเป็น

สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา
ปีการศึกษา 2564

ลายมือชื่อนิสิต
ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก

6272105521 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEYWORD: Subset Simulation, Comprehensive learning, Particle swarm optimization, Reliability-based design optimization

Arnut Sutha : Reliability-Based Structural Optimization by Combined Subset Simulation and Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization. Advisor: Assoc. Prof. SAWEKCHAI TANGARAMVONG, Ph.D.

Reliability-based design optimization (RBDO) addresses the cost-effective integrity design of structures in the presence of inherent uncertain parameters. Processing this class of problem is challenging from the computational burden to determine the failure probability of structures violating the limit-state function. This paper proposes an efficient decoupling RBDO method that advantageously couples a comprehensive learning particle swarm optimization (CLPSO) algorithm with a subset simulation (SS), termed as SS-CLPSO approach. In essence, the proposed method iteratively performs the CLPSO assuming deterministic parameters based on the most probable point underpinning limit-state functions updated within the reliability evaluation process. Based on the CLPSO design data, the SS approximates the spectrum of limit-state functions under uncertain parameters, and hence enables the significant reduction of Monte-Carlo simulations for the failure probability prediction. The SS maps out the failure probability from the conditional samples constructed at each intermediate event. The proposed SS-CLPSO terminates the optimal solution to the RBDO problem as when the resulting failure probability converges to the permissible threshold. The applications of the present approach are illustrated through the steel design under probabilistic uncertain parameters and constraints

Field of Study: Civil Engineering

Student's Signature

Academic Year: 2021

Advisor's Signature

กิตติกรรมประกาศ

ในการจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอกราบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. เสวกชัย ตั้ง อร่ามวงศ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เป็นอย่างสูง ที่ได้ให้คำแนะนำและความรู้ต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ในการทำวิจัย ขอกราบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร. วิทิต ปานสุข ที่เป็นประธานกรรมการ ตรวจสอบการแก้ไขวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ภัควิวัฒน์ แสนเจริญ เป็นกรรมการ ภายนอกตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์ จนสามารถทำให้งานวิจัยสำเร็จอย่างสมบูรณ์

ขอขอบคุณทุนอุดหนุนการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาจาก บัณฑิตวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย เพื่อเฉลิมฉลองในโอกาสที่สมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี ทรงเจริญ พระชนมายุ ๖๐ พรรษา

นอกจากนี้ข้าพเจ้าขอกราบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่กรุณาอบรมสั่งสอนทั้งในอดีตและ ปัจจุบัน และที่สำคัญขอกราบพระคุณ บิดา มารดา รวมถึงญาติพี่น้องทุกคนที่คอยให้กำลังใจ รวมทั้ง ขอขอบคุณรุ่นพี่และรุ่นน้องทุกท่านที่ให้กำลังใจและคำแนะนำที่เป็นประโยชน์ตลอดจนความช่วยเหลือใน ทุกๆ ด้านจนสำเร็จการศึกษา

อาณัติ สุธา



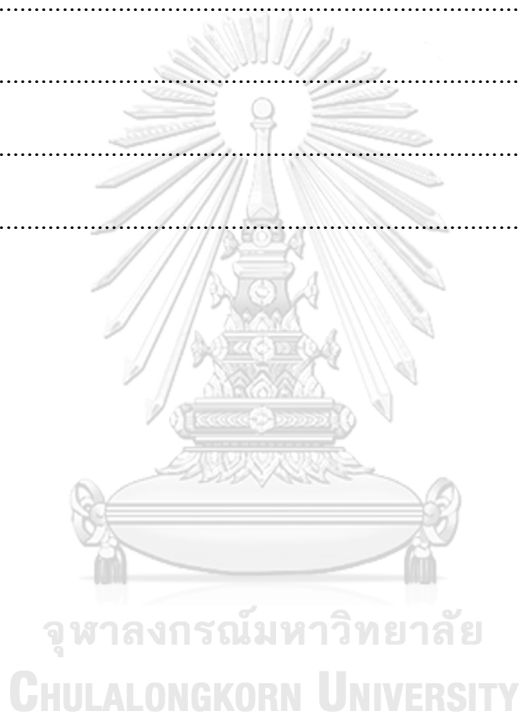
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สารบัญ

	หน้า
.....	ค
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญรูปภาพ.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 กล่าวนำ.....	1
1.2 วัตถุประสงค์.....	2
1.3 ขอบเขตการวิจัย.....	3
1.4 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย.....	3
บทที่ 2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	4
2.1 คำจำกัดความของความไม่แน่นอน.....	4
2.2 ประวัติโดยสังเขปของการสร้างแบบจำลองความไม่แน่นอน.....	4
2.3 วิศวกรรมตามหลักความน่าเชื่อถือ.....	5
2.4 รูปแบบของ RBDO.....	6
2.5 ข้อสมมติฐานในการออกแบบ.....	13
2.6 การวิเคราะห์โครงสร้าง.....	14

2.6.1	การวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีการรวมสติเฟนส์โดยตรงแบบเชิงเส้น (Linear analysis).....	14
2.6.2	การวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีการรวมสติเฟนส์โดยตรงแบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต (Geometrically nonlinear analysis).....	16
2.6.3	การพิจารณาการเกิดการโก่งงอ (Buckling constains)	17
2.6.4	หน่วยแรงดึงที่ยอมให้ F_t	18
2.6.5	หน่วยแรงอัดที่ยอมให้ F_c	18
2.7	ระดับการวิเคราะห์โครงสร้าง.....	21
2.8	อัลกอริทึมการเรียนรู้ที่ครอบคลุมฝูงอนุภาค (Comprehensive Learning Particle Swarm Algorithm) (Liang, Qin et al. 2006).....	39
2.9	แบบจำลองเซตย่อย (Subset Simulation)	41
2.10	การประมาณความล้มเหลวโดยใช้แบบจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlor)	53
บทที่ 3	การทำงานของโปรแกรม.....	55
3.1	กล่าวนำ	55
3.2	ตัวแปรที่ใช้ในการหาคำตอบที่เหมาะสม.....	55
3.3	วิธีการทำงานของโปรแกรม.....	56
บทที่ 4	ตัวอย่างการคำนวณออกแบบและกรณีศึกษา.....	58
4.1.	กล่าวนำ.....	58
4.2.	ตัวอย่างที่ 1	58
4.3.	ตัวอย่างที่ 2	60
4.4.	ตัวอย่างที่ 3	63
บทที่ 5	สรุปผลการวิจัย.....	66
5.1.	ผลที่ได้จากการวิจัยของตัวอย่างที่ 1	66
5.2.	ผลที่ได้จากการวิจัยของตัวอย่างที่ 2	70
5.3.	ผลที่ได้จากการวิจัยของตัวอย่างที่ 3	74

5.4. สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	77
ภาคผนวก ก.....	78
ภาคผนวก ข.....	80
.....	80
ภาคผนวก ค.....	81
ภาคผนวก ง.....	82
ภาคผนวก จ.....	84
ภาคผนวก ฉ.....	88
บรรณานุกรม.....	89
ประวัติผู้เขียน.....	93



สารบัญตาราง

	หน้า
Table 1 ค่าสัมประสิทธิ์สำหรับหน้าตัดต่างๆ.....	17
Table 2 ข้อมูลเริ่มต้น	55
Table 3 พารามิเตอร์สำหรับตัวแปรของความน่าจะเป็นตัวอย่างที่1.....	59
Table 4 พารามิเตอร์สำหรับตัวแปรของความน่าจะเป็นตัวอย่างที่ 2.....	61
Table 5 พารามิเตอร์สำหรับตัวแปรของความน่าจะเป็นตัวอย่างที่ 3.....	64
Table 6 การเปรียบเทียบผลการเพิ่มประสิทธิภาพสำหรับวิธีการวิเคราะห์ต่างๆของตัวอย่างที่1 ...	66
Table 7 การเปรียบเทียบผลการเพิ่มประสิทธิภาพสำหรับวิธีการวิเคราะห์ต่างๆของตัวอย่างที่2 ...	70
Table 8 การเปรียบเทียบผลการเพิ่มประสิทธิภาพสำหรับวิธีการวิเคราะห์ต่างๆของตัวอย่างที่3 ...	74

สารบัญรูปภาพ

	หน้า
Figure 1 วิวัฒนาการของแบบจำลองความไม่แน่นอน	4
Figure 2 ช่วงเวลาของเหตุการณ์สำคัญที่นำไปสู่การกำเนิดของวิศวกรรมตามหลักความน่าเชื่อถือ ..	5
Figure 3 รูปแบบของการเพิ่มประสิทธิภาพการออกแบบตามความน่าเชื่อถือ (RBDO).....	7
Figure 4 ภาพประกอบของ RIA	10
Figure 5 ภาพประกอบของ PMA.....	11
Figure 6 แกนพิกัดต่างๆ และแรงที่กระทำต่อชิ้นส่วนของโครงสร้างตามแนวแกน	15
Figure 7 กราฟแสดงกำลังของเสาเมื่อหน่วยแรงคงค้ำมีการกระจายแบบต่างๆ ที่ปลายปีก.....	18
Figure 8 ขั้นตอนการหาค่าหน่วยแรงอัดที่ยอมได้ในเสา	20
Figure 9 ระดับการวิเคราะห์โครงสร้าง.....	21
Figure 10 ค่าความความชันของฟังก์ชันตรงจุด x_i	25
Figure 11 วิเคราะห์การแก้ปัญหาโครงสร้างแบบไม่เส้นตรง	26
Figure 12 Newton-Raphson Solution-One iteration.....	26
Figure 13 Governing equations for beam-column elements.	27
Figure 14 องค์ประกอบของคาน-เสา.....	27
Figure 15 รูปร่างการกระจัด	27
Figure 16 Strain-Stress การแบ่งชั้นหน้าตัดโดยจำลองเป็นไฟเบอร์	28
Figure 17 Strain-Stress	29
Figure 18 เส้นใยของหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า	30
Figure 19 เส้นใยของหน้ารูปตัวไอ	31
Figure 20 ลักษณะความยาวที่เกิดพลาสติกใน OpenSees Analyses	34
Figure 21 แรงกระจายตัวที่กระทำด้านข้าง.....	35

Figure 22 Plastic-hinge model..... 36

Figure 23 Pushover Curve..... 37

Figure 24 การเลือกขนาดตัวอย่างสำหรับอนุภาค 40

Figure 25 Standard Metropolis-Hastings algorithm..... 44

Figure 26 Modified Metropolis-Hastings algorithm 45

Figure 27 ตัวอย่าง MCMC ที่สร้างโดย Modified Metropolis–Hasting อัลกอริทึมที่ระดับเงื่อนไขแรกของการจำลองเซตย่อย 47

Figure 28 ระดับกลางที่กำหนดรอบที่ 2 ของโดเมนความล้มเหลวของ F_2 ในพารามิเตอร์ของ $n = 10, p = 0.2$ เพื่อให้ได้ $np = 2$ ของกลุ่มตัวอย่าง MCMC ใน $F_2, s_1^{(1)}, s_1^{(2)} \in F_2$ 48

Figure 29 ผังงานของ SS ต้นฉบับสำหรับการตอบสนองด้วยการสุ่ม 51

Figure 30 ส่วนประกอบของโครงสร้างโครงถัก 55

Figure 31 วงวนแสดงการทำงานของ SS-CLPSO 57

Figure 32 โครงสร้างโครงถัก 10 ชั้นส่วน 58

Figure 33 โครงสร้างโครงถัก 120 ชั้นส่วน 60

Figure 34 โครงสร้างของเหล็กสามชั้นสามแถว 63

Figure 35 พื้นที่หน้าตัดของชั้นส่วนที่ออกแบบอย่างเหมาะสม โดยที่แถบสีน้ำเงิน สีแดง คือกำลังกดและกำลังดึง ตามลำดับ(ตัวอย่างที่ 1) 67

Figure 36 กลุ่มตัวอย่างที่สร้างโดยแบบจำลองเซตย่อย โดยที่กลุ่มตัวอย่างการกระจายสีแดงคือ MCMC ที่สร้างขึ้นตามระดับเงื่อนไขที่กำหนดแล้วลู่ออกหา P_d และเส้นสีแดงเป็นจุดที่น่าจะเป็นไปได้มากที่สุด (MPP) ในภายใต้ฟังก์ชันที่กำหนด(ตัวอย่างที่ 1) 68

Figure 37 การลู่ออกหาคำตอบโดยวิธี CLPSO (ตัวอย่างที่ 1)..... 68

Figure 38 เปรียบเทียบคำตอบของแต่ละวิธีด้วยความสัมพันธ์ของระยะการจัดกับค่าต่ำสุดของฟังก์ชันประสิทธิผล(ตัวอย่างที่ 1)..... 69

Figure 39 ผลที่ได้ของระยะการการจัดที่เคลื่อนที่ได้เสรีโดยวิธี SS-CLPSO (ตัวอย่างที่ 1)..... 69

Figure 40 ผลที่ได้ของความเค้นในแต่ละชั้นส่วนโดยวิธี SS-CLPSO (ตัวอย่างที่ 1)..... 69

Figure 41 เพื่อพิจารณาพารามิเตอร์ที่ส่งผลต่อการเกิดความล้มเหลวของโครงสร้างโดยเลือกใช้ค่าที่
 ออกแบบด้วยวิธี SS-CLPSO แล้วเพิ่มค่า COV (10%, ..., 100%) ในแต่ละพารามิเตอร์(ตัวอย่างที่1)69

Figure 42 พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนที่ออกแบบอย่างเหมาะสม โดยที่แถบสีน้ำเงิน สีแดง คือกำลังกด
 และกำลังดึง ตามลำดับและสีเขียวคือระดับการเคลื่อนตัวที่กำหนด(ตัวอย่างที่2)..... 71

Figure 43 เปรียบเทียบคำตอบของแต่ละวิธีด้วยความสัมพันธ์ของระยะกระจัดกับค่าต่ำสุดของ
 ฟังก์ชันประสิทธิผล (ตัวอย่างที่2)..... 71

Figure 44 กลุ่มตัวอย่างที่สร้างโดยแบบจำลองเซตย่อย โดยที่กลุ่มตัวอย่างการกระจายสีแดงคือ
 MCMC ที่สร้างขึ้นตามระดับเงื่อนไขที่กำหนดแล้วสุ่มเข้าหา P_d และเส้นสีแดงเป็นจุดที่น่าจะเป็นไป
 ได้มากที่สุด (MPP)ในภายใต้ฟังก์ชันที่กำหนด(ตัวอย่างที่2)..... 72

Figure 45 การสุ่มเข้าหาคำตอบโดยวิธี CLPSO (ตัวอย่างที่2)..... 72

Figure 46 ผลที่ได้ของระยะการกระจัดที่เคลื่อนที่ได้เสรีโดยวิธี SS-CLPSO (ตัวอย่างที่2)..... 73

Figure 47 ผลที่ได้ของความเค้นในแต่ละชิ้นส่วนโดยวิธี SS-CLPSO (ตัวอย่างที่2) 73

Figure 48 เพื่อพิจารณาพารามิเตอร์ที่ส่งผลต่อการเกิดความล้มเหลวของโครงสร้างโดยเลือกใช้ค่าที่
 ออกแบบด้วยวิธี SS-CLPSO แล้วเพิ่มค่า COV (10%, ..., 100%) ในแต่ละพารามิเตอร์(ตัวอย่างที่2)
 73

Figure 49 เปรียบเทียบคำตอบของแต่ละวิธีด้วยความสัมพันธ์ของระยะกระจัดกับค่าต่ำสุดของ
 ฟังก์ชันประสิทธิผล (ตัวอย่างที่3)..... 75

Figure 50 กลุ่มตัวอย่างที่สร้างโดยแบบจำลองเซตย่อย โดยที่กลุ่มตัวอย่างการกระจายสีแดงคือ
 MCMC ที่สร้างขึ้นตามระดับเงื่อนไขที่กำหนดแล้วสุ่มเข้าหา P_d และเส้นสีแดงเป็นจุดที่น่าจะเป็นไป
 ได้มากที่สุด (MPP)ในภายใต้ฟังก์ชันที่กำหนด(ตัวอย่างที่3)..... 75

Figure 51 การสุ่มเข้าหาคำตอบโดยวิธี CLPSO (ตัวอย่างที่3)..... 76

Figure 52 เพื่อพิจารณาพารามิเตอร์ที่ส่งผลต่อการเกิดความล้มเหลวของโครงสร้างโดยเลือกใช้ค่าที่
 ออกแบบด้วยวิธี SS-CLPSO แล้วเพิ่มค่า COV (10%, ..., 100%) ในแต่ละพารามิเตอร์(ตัวอย่างที่3)
 76

บทที่ 1 บทนำ

1.1 กล่าวนำ

การเพิ่มประสิทธิภาพแบบกำหนดขอบเขตได้ถูกนำมาใช้อย่างกว้างขวางในโครงสร้างทางวิศวกรรมเพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพการออกแบบเพื่อให้ใช้ทรัพยากรน้อยที่สุด โสลูชันการออกแบบที่คำนวณโดยการปรับให้เหมาะสมแบบมีความแน่นอนอาจไม่น่าเชื่อถือในบางกรณี โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่ออิทธิพลของความไม่แน่นอนที่เกี่ยวข้องกับของมิติโครงสร้าง คุณสมบัติของวัสดุ น้ำหนักบรรทุกสภาพการใช้งานก็มีความสำคัญไม่สามารถจัดออกไปได้ เมื่อกล่าวถึงประสิทธิภาพและความน่าเชื่อถือของโครงสร้างร่วมกัน การเพิ่มประสิทธิภาพการออกแบบตามความน่าเชื่อถือของโครงสร้าง (reliability-based design optimization) ถือเป็นแนวทางทางเลือกในช่วงไม่กี่ปีที่ผ่านมาชัดเจนยิ่งขึ้น ปัญหา RBDO ช่วยลดค่าฟังก์ชันต้นทุน โดยแสดงเป็น C และเป็นไปตามข้อจำกัดที่กำหนดขึ้นเองและความน่าจะเป็นบางประการ โดยสูตรทางคณิตศาสตร์ทั่วไปต่อไปนี้ (Van¹, Do et al.)

$$\begin{aligned} \min C(\mathbf{s}) \\ \text{s.t. } \mathbb{P}[G_i(\mathbf{s}, \mathbf{x}) - \bar{z} \leq 0] - P_a \leq 0 \\ \mathbf{s} \in [\mathbf{s}_L, \mathbf{s}_U] \end{aligned} \quad (1)$$

โดยที่ \mathbf{s} และ \mathbf{x} เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรการออกแบบที่กำหนดขึ้นเองและพารามิเตอร์สุ่มตามลำดับเวกเตอร์ \mathbf{x} มีลักษณะเฉพาะโดยฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (PDF) $f(x)$ ในขอบเขต Ω \mathbf{s}_L และ \mathbf{s}_U สองตัวแสดงถึงขอบเขตล่างและบนของตัวแปร \mathbf{s} ฟังก์ชัน $G(\mathbf{s}, \mathbf{x})$ ตามลำดับประสิทธิภาพและนิพจน์การออกแบบขีดจำกัดที่พิจารณา โดย \bar{z} คือกำหนดค่าคงที่ของโดเมนความล้มเหลวที่ระบุสำหรับตัวแปรการออกแบบ ($F = \{x \in \Omega | G(\mathbf{s}, \mathbf{x}) - \bar{z} \leq 0\}$) ความน่าจะเป็นของความล้มเหลวที่เกิดขึ้น

$$P_f = \mathbb{P}[G(\mathbf{s}, \mathbf{x}) - \bar{z} \leq 0] = \int_F f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2)$$

โดย P_a คือขีดจำกัดที่กำหนดของ P_f

ได้มีการพัฒนาวิธีการเพิ่มประสิทธิภาพต่างๆ เพื่อแก้ปัญหาที่ระบุไว้ในสมการ (1) ส่วนใหญ่แบ่งตามแนวทางแบบวงจรสองวงวน , วงวนเดียว และการแยกส่วน(Aoues and Chateaneuf 2010)แม้จะมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นบ้าง การแก้ปัญหา RBDO ในการประยุกต์ใช้โครงสร้างขนาดใหญ่ก็เป็นเรื่องที่ทำหายนมาก ตัวอย่างเช่น วิธีการทั่วไปที่ใช้กันอย่างแพร่หลายบางวิธี เช่น การจำลองมอนติคาร์โล (MCS) และวิธีความน่าเชื่อถืออันดับหนึ่ง (FORM) (Zhao and Qiu 2013) มีข้อเสียที่เกี่ยวข้อง

กับต้นทุนสูงและมีผลผิดพลาด การแสวงหาวิธีการเพิ่มประสิทธิภาพที่มีประสิทธิภาพเป็นสิ่งสำคัญจึงต้องมีการพัฒนาในด้านการวิจัย

จากความคิดเห็นข้างต้น บทความนี้เสนอวิธีการรวม SS-CLPSO แบบใหม่ที่ประมวลผลวิธีแก้ปัญหาที่แม่นยำของรูปแบบการแยกส่วนของปัญหาในสมการที่ (1) โดยที่ CLPSO เป็นตัวช่วยของการเรียนรู้การเพิ่มประสิทธิภาพกลุ่มอนุภาคอย่างครอบคลุม (comprehensive learning particle swarm optimization) Liang JJ, Qin.(2006) ในตอนเริ่มต้น CLPSO จะแก้สมการของสมการ (1) กำหนดโดยใช้เวกเตอร์เริ่มต้นของพารามิเตอร์สุ่ม เรียกว่าจุดที่เป็นไปได้มากที่สุด (MPP) จากผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดที่กำหนดโดย CLPSO ส่วน SS ถูกสร้างขึ้นเป็นแบบจำลองตัวแทนเพื่อประมาณค่าของฟังก์ชันสถานะขีดจำกัดภายใต้พารามิเตอร์ความไม่แน่นอนซึ่งจะช่วยให้มีต้นทุนต่ำ แล้วใช้มอดิคาริล(MCS)เพื่อประมาณความน่าจะเป็นของความล้มเหลวที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบที่เหมาะสมที่สุด เพื่อเพิ่มความแม่นยำของการประมาณความน่าจะเป็นของความล้มเหลว แบบจำลองเซตย่อย SS ได้รับการปรับปรุงอย่างมีกลยุทธ์โดยการกำหนดระดับค่ากลางเพื่อให้กลุ่มตัวอย่างเคลื่อนที่เข้าหาความน่าจะเป็นที่กำหนด P_a ให้มากที่สุด สำหรับการทำงานวงวนแบบแยกส่วนแต่ละครั้ง MPP ถูกกำหนดใหม่แล้วส่งค่าให้อัลกอริทึม CLPSO เพื่อค้นหาโซลูชันการออกแบบใหม่ที่เหมาะสมที่สุดในแต่ละรอบ อัลกอริทึมนี้จะสิ้นสุดลงเมื่อความน่าจะเป็นของความล้มเหลวที่ประมวลผลจากการออกแบบมีค่าเข้าใกล้ความน่าจะเป็นที่กำหนด P_a

1.2 วัตถุประสงค์

1. เพื่อสร้างแบบจำลองช่วยในการวิเคราะห์ความน่าเชื่อถือ และจัดการกับข้อจำกัดความน่าจะเป็นให้ได้มีประสิทธิภาพ (การแก้ปัญหา RBDO แบบแยกส่วน)
2. เพื่อเสนออัลกอริทึมในการเพิ่มประสิทธิภาพและทำให้ได้ผลลัพธ์อย่างเหมาะสมที่สุด

1.3 ขอบเขตการวิจัย

งานวิจัยนี้จะวิเคราะห์โครงสร้างในระนาบ 2 มิติและ 3 มิติ โดยใช้วิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง (direct stiffness method) เพื่อหาค่าการออกแบบขนาดชิ้นส่วนของหน้าตัด และพิจารณาอิทธิพลของความไม่แน่นอนที่เกี่ยวข้องกับของมิติโครงสร้าง คุณสมบัติของวัสดุ น้ำหนักบรรทุกตามสภาพการใช้งาน

มีการคำนึงถึงโครงถักหรือโครงข้อหมุนที่มีคุณสมบัติต่อไปนี้

1. ระดับขั้นความอิสระของโครงข้อหมุนจะพิจารณาเพียงการเคลื่อนที่ในระนาบเท่านั้น (in-plane translation) ไม่พิจารณาระดับขั้นความเสรีที่เป็นการหมุน (rotational degree of freedom) การบิดเบี้ยวของระนาบ (warping degree of freedom) และแรงภายในจะพิจารณาเพียงผลของแรงตามแนวแกนเท่านั้น
2. ไม่พิจารณาสภาวะขีดจำกัดเนื่องจากการโก่งเดาะเฉพาะที่ (local buckling)
3. ไม่พิจารณาผลของหน่วยแรงคงค้าง (residual stress) ขององค์อาคาร
4. หน้าตัดขององค์อาคารที่ใช้ในการคำนวณเป็นไปตามมาตรฐานสมาคมการทดสอบ

และวัสดุอเมริกัน (American Society for Testing and Materials (ASTM))

และมีการคำนึงถึงโครงสร้างเฟรมหรือโครงข้อแข็งที่มีคุณสมบัติต่อไปนี้

โครงสร้างของเหล็กโดยได้วิเคราะห์แบบ Displacement-based finite element ซึ่งในแต่ละชิ้นส่วนขอโครงสร้างเหล็กจะพิจารณาให้เกิดพลาสติกตลอดความยาว หน้าตัดเป็นรูปตัวไอของชิ้นส่วนจะพิจารณาเป็นแบบเส้นใยหลายๆ ชั้น ส่วนพฤติกรรมความเค้น-ความเครียดของเส้นใยเหล็กแต่ละเส้นแสดงด้วยแบบจำลองวัสดุแกนเดียว นอกจากนี้ได้พิจารณาผลของ P-Delta อีกด้วย

1.4 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง และงานวิจัย
2. ศึกษาการเขียนโปรแกรมโดย Python
3. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับปัญหาการออกแบบโครงข้อหมุนตามความน่าเชื่อถือ
4. เขียนโปรแกรม Python ตามที่วางแผนไว้
5. ทดสอบและประเมินผลการแก้ปัญหาโดยโปรแกรมที่สร้างขึ้นมา
6. สรุปผลการคำนวณและวิเคราะห์ผล

บทที่ 2

แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 คำจำกัดความของความไม่แน่นอน

ความไม่แน่นอนเป็นปรากฏการณ์ที่ได้รับการยอมรับในปัจจุบัน วิศวกรต้องเผชิญกับความไม่แน่นอนในการออกแบบอย่างต่อเนื่อง อย่างไรก็ตามยังไม่มีคำจำกัดความเฉพาะของความไม่แน่นอน ความหมายเชิงฟังก์ชันที่เป็นประโยชน์ของความไม่แน่นอน สิ่งที่สามารถทำได้คือข้อมูลที่ต้องรู้สำหรับการตัดสินใจที่เหมาะสมที่สุดและทำให้มีความเสี่ยงน้อยที่สุด (Nikolaidis, Ghiocel et al. 2004)

2.2 ประวัติโดยสังเขปของการสร้างแบบจำลองความไม่แน่นอน

ก่อนศตวรรษที่ 20 ความไม่แน่นอนและความไม่แม่นยำประเภทอื่นๆ ถือเป็นเรื่องที่ไม่ถูกต้องตามหลักวิทยาศาสตร์ และจึงไม่ได้รับการแก้ไข จนกระทั่งต้นศตวรรษที่ 20 กลศาสตร์สถิติเกิดขึ้น และได้รับการยอมรับว่าเป็นสาขาวิทยาศาสตร์ที่ถูกต้องตามกฎหมาย ถือว่ามีความไม่แน่นอนเพียงพอโดยหลักการทฤษฎีความน่าจะเป็น ใช้เวลา 60 ปีในการตระหนักว่าความไม่แน่นอนของแนวคิดนั้น ลึกซึ้งเกินไปที่จะถูกจับโดยทฤษฎีความน่าจะเป็นเพียงอย่างเดียวและเพื่อเริ่มต้นการศึกษาพฤติกรรมของความไม่แน่นอนเช่นเดียวกับการใช้งานในด้านวิศวกรรมและวิทยาศาสตร์ ในช่วงสองทศวรรษที่ผ่านมา ความก้าวหน้าที่สำคัญมีการสร้างแบบจำลองความไม่แน่นอน ระดับของความซับซ้อนเพิ่มขึ้นและระบบซอฟต์แวร์ได้มีการพัฒนาตลอดเวลา ในปัจจุบันการพัฒนาล่าสุดคือการประมวลผลข้อมูลตามการรับรู้ความเป็นจริง (Nikolaidis, Ghiocel et al. 2004)

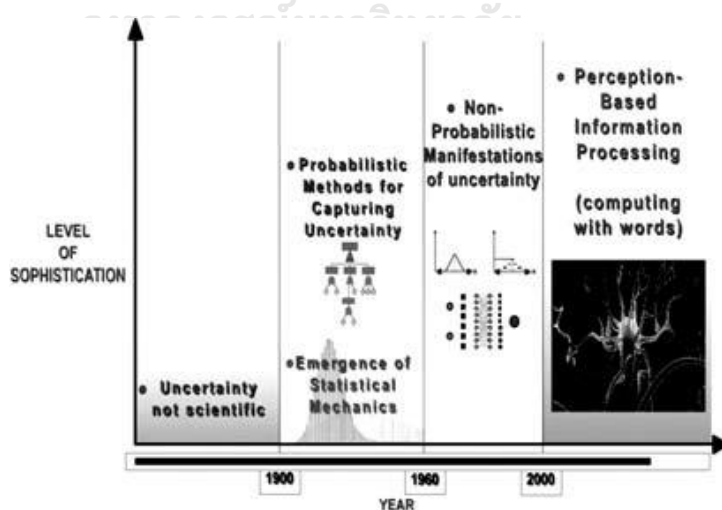


Figure 1 วิวัฒนาการของแบบจำลองความไม่แน่นอน

2.3 วิศวกรรมตามหลักความน่าเชื่อถือ

ความน่าเชื่อถือเป็นคุณลักษณะที่สำคัญของระบบวิศวกรรมสมัยใหม่ ความน่าเชื่อถือได้เติบโตขึ้นเป็นคุณลักษณะอยู่ทั่วไปทุกหนทุกแห่งที่มีบทบาทสำคัญในการดำเนินงานที่ปลอดภัยและมีประสิทธิภาพของเกือบทุกระบบวิศวกรรมที่ทันสมัย มีความสนใจกันอย่างแพร่หลายและอย่างรวดเร็ว การค้นหาคำว่า “ความน่าเชื่อถือ” กับ Google ให้ผลลัพธ์กว่า 100 ล้านรายการพบในเว็บ (Hu, Youn et al. 2019)

ในทศวรรษที่ 1960 ทศวรรษของขั้นตอนการพัฒนาขั้นแรกของวิศวกรรมความน่าเชื่อถือ

วินัยดำเนินไปตามแนวทางสองทาง (Hu, Youn et al. 2019)

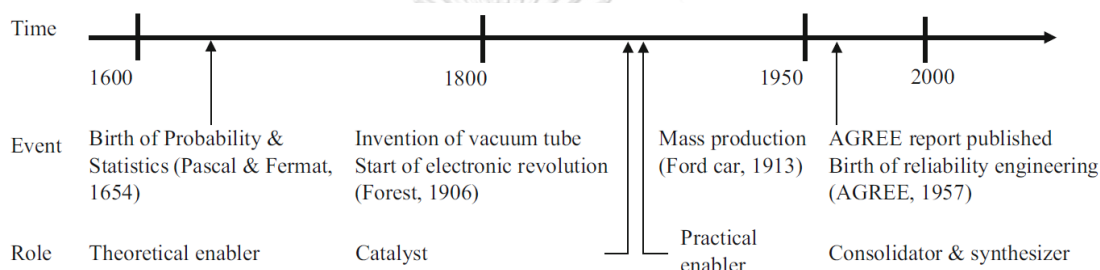


Figure 2 ช่วงเวลาของเหตุการณ์สำคัญที่นำไปสู่การกำเนิดของวิศวกรรมตามหลักความน่าเชื่อถือ

1. ความเชี่ยวชาญที่เพิ่มขึ้นประกอบด้วยความซับซ้อนที่เพิ่มขึ้นของเทคนิคทางสถิติ (เช่น การสร้างแบบจำลองความซับซ้อน สถิติแบบเบย์โซ่มาร์คอฟ) การเกิดขึ้นของฟิลิกส์ตามความน่าเชื่อถือและการจำลองสาเหตุทางกายภาพของความล้มเหลว ความเชื่อถือได้ของโครงสร้าง เพื่อประเมินความสมบูรณ์ของโครงสร้างของอาคารสะพานและการก่อสร้างอื่นๆ

2. เปลี่ยนจุดมุ่งหมายจากความน่าเชื่อถือของส่วนประกอบเป็นความน่าเชื่อถือของระบบเป็นการจัดการด้วยระบบวิศวกรรมที่ซับซ้อนมากขึ้น (เช่น กระสวยอวกาศของสหรัฐฯ)

ทศวรรษ 1970 ได้เห็นการทำงานในสามด้านกว้างๆ ที่มีลักษณะเฉพาะของการพัฒนาของวิศวกรรมความน่าเชื่อถือ

1. ความสนใจที่เพิ่มขึ้นในความน่าเชื่อถือของระบบและความปลอดภัยของระบบวิศวกรรมที่ซับซ้อน (เช่น โรงไฟฟ้านิวเคลียร์)
2. จุดเน้นใหม่เกี่ยวกับความน่าเชื่อถือของซอฟต์แวร์ เนื่องจากการพึ่งพาซอฟต์แวร์ในระบบที่มีความสำคัญต่อความปลอดภัยจำนวนมาก

3. การออกแบบโปรแกรม การรับประกันการปรับปรุงความน่าเชื่อถือ เพื่อส่งเสริมการปรับปรุงความน่าเชื่อถือ

ในช่วงสามทศวรรษครึ่งที่ผ่านมา ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1980 ถึง พ.ศ. 2015 ข้อมูลทางเทคนิคที่สำคัญความก้าวหน้าและการใช้งานจริงได้รับความสำเร็จจากสถาบันการศึกษา รัฐบาล อุตสาหกรรม หรือความร่วมมือพหุภาคีของผู้มีส่วนได้ส่วนเสียเหล่านี้ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อจัดการกับความท้าทายที่เกิดจากความซับซ้อนที่เพิ่มขึ้นของวิศวกรรมสมัยใหม่ระบบต่างๆ สิ่งพิมพ์จำนวนมากขึ้นเกี่ยวกับวิศวกรรมความน่าเชื่อถือสามารถพบในวารสารที่มีชื่อเสียง เช่น IEEE Transactions on Reliability และวิศวกรรมความน่าเชื่อถือและความปลอดภัยของระบบ (Reliability Engineering & Systems Safety) ความพยายามและการพัฒนาเหล่านี้ได้เปิดใช้งานวิศวกรรมความน่าเชื่อถือให้กลายเป็นสาขาสหสาขาวิชาชีพที่มีชื่อเสียงที่พยายามตอบคำถามท้าทายต่อไปนี้ (Hu, Youn et al. 2019)

- (1) ทำไมระบบถึงล้มเหลว คำถามนี้ศึกษาโดยวิเคราะห์สาเหตุความล้มเหลว กลไกและการระบุผลที่ตามมาของความล้มเหลว
- (2) ออกแบบระบบที่น่าเชื่อถือได้อย่างไร สิ่งนี้ถูกศึกษาโดยการดำเนินการความน่าเชื่อถือการวิเคราะห์ การทดสอบ และการเพิ่มประสิทธิภาพการออกแบบ
- (3) ความน่าเชื่อถือในการปฏิบัติงานขั้นสูงสามารถทำได้อย่างไร ตลอดอายุการใช้งาน คำถามนี้ศึกษาโดยการพัฒนาและดำเนินการตรวจสอบ วิเคราะห์ และพยากรณ์ผลลัพธ์

2.4 รูปแบบของ RBDO

ข้อจำกัดความน่าจะเป็นเป็นข้อจำกัดหลักของ RBDO เนื่องจากต้องใช้ความพยายามอย่างมากในการคำนวณและเผยให้เห็นปัญหาดังเดิมทางด้านประสิทธิภาพ ความถูกต้องและความเสถียรภาพผลงานมากมายในอดีต โดยมุ่งหวังที่จะเอาชนะปัญหาด้านการประมาณตัวเลขซึ่งยังคงเป็นอุปสรรคสำคัญสำหรับการใช้งานทางวิศวกรรมในทางปฏิบัติจากการศึกษาทบทวนที่พัฒนาขึ้นในเรื่องนี้ ส่วนสูตรรูปแบบ RBDO สามารถจำแนกได้เป็นสามประเภทคือแนวทางวงวนเดียว วงวนสองรอบและวิธีแยกส่วนตามที่แสดงในรูปที่ 2.4 (Aoues and Chateaufneuf 2010)

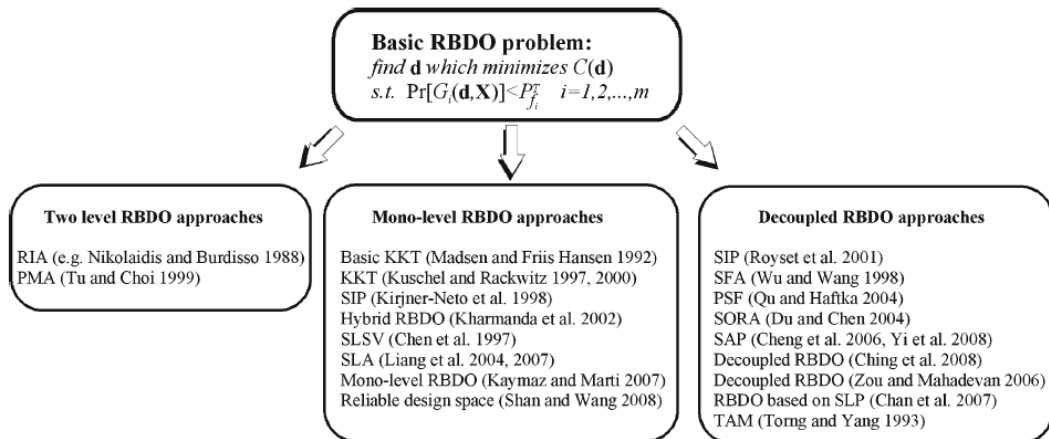


Figure 3 รูปแบบของการเพิ่มประสิทธิภาพการออกแบบตามความน่าเชื่อถือ (RBDO)

2.3.1. แบบวงวนเดียว

มีจุดมุ่งหมายในการแก้ปัญหา RBDO ในขั้นตอนวงวนเดียวที่มีการวิเคราะห์ความน่าเชื่อถือจะหลีกเลี่ยงข้อจำกัดความน่าจะเป็นแล้วถูกแทนที่ในสถานะที่เหมาะสมที่สุดหรือโดยการปรับปรุงแบบปัญหา RBDO เพื่อให้ได้วงวนเดียวที่มีเพิ่มประสิทธิภาพ

RBDO ที่อ้างอิงตาม PMA หรือ RIA ต้องใช้วงวนสองรอบและความพยายามในการคำนวณยังคงสูงมากเนื่องจากการเกี่ยวเนื่องของจำนวนการวนซ้ำและการวิเคราะห์กลไกปรับให้เหมาะสมและวงวนของความน่าจะเป็น เพื่อแก้ปัญหา Madsen และ Friis Hansen(1992) ได้เสนอแนวทาง RBDO วงวนเดียวโดยที่การวิเคราะห์ความน่าเชื่อถือถูกแทนที่ด้วย Karush-Kuhn-Tucker พิจารณาเงื่อนไขที่เหมาะสมที่สุดและต้นทุนรวมที่คาดไว้ โดยคำนึงถึงต้นทุนความล้มเหลวด้วย Kuschel และ Rackwitz (1997) ได้ทำการปรับปรุงเพิ่มเติมและปรับปรุงปัญหาในแง่ของการเพิ่มความน่าเชื่อถือสูงสุดภายใต้ข้อจำกัดด้านต้นทุน (Aoues and Chateaneuf 2010)

1.) RBDO based on Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions (KKT)

วิธีวงวนเดียวพิจารณาการลดขนาดของต้นทุนที่คาดหวังทั้งหมดภายใต้ข้อจำกัดด้วยความน่าเชื่อถือ Kuschel และ Rackwitz (1997)

$$\min_{d,u} : C_T(d,u) = C_c(d,u) + C_f(d) \cdot \phi(-\|u\|) \quad (3)$$

$$G_i(d,u) = 0$$

$$u_i^T \nabla_u G_i(d,u) + \|u_i\| \cdot \|\nabla_u G_i(d,u)\| = 0$$

$$s.t : \|u_i\| \geq \beta_i^T : i = 1, \dots, m \quad (4)$$

$$h_j(d) \leq 0 : j = m+1, \dots, m$$

$$u^L \leq u \leq u^U$$

โดยที่ C_T คือต้นทุนที่คาดหวังทั้งหมด C_c และ C_f เป็นต้นทุนเริ่มต้นและความล้มเหลวตามลำดับ u_i เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรสุ่มของสถานะลิมิต G_i และ u^L, u^U เป็นขอบเขตล่างและบนตามลำดับสำหรับตัวแปรการออกแบบ u การทำให้ต้นทุนรวมที่คาดหวังง่ายขึ้นประกอบด้วยการนำต้นทุนความล้มเหลวที่คาดไว้ ออก การทำให้เข้าใจง่ายนี้มักถูกพิจารณา เนื่องจากโดยทั่วไปแล้วผลที่ตามมาของความล้มเหลวนั้นประเมินได้ยาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อพิจารณาถึงความปลอดภัย สูตรนี้มีข้อได้เปรียบในการแก้ไข โดยอัลกอริธึมการปรับให้เหมาะสมตามสมมาตรฐาน แต่ต้องมีการดำเนินการอย่างชัดเจนของการแปลงความน่าจะเป็นเช่นเดียวกับการคำนวณอนุพันธ์อันดับสอง ข้อเสียเปรียบหลักคือจำนวนของพารามิเตอร์การปรับให้เหมาะสมเพิ่มขึ้นเมื่อมีสถานะการจำกัดหลายสถานะที่เกี่ยวข้อง

2.) Single loop approach (SLA)

แนวทางนี้ริเริ่มโดย Chen (1997) เปลี่ยนข้อจำกัดความน่าจะเป็นเป็นข้อจำกัดที่กำหนดโดยสังเขปโดยประมาณ กำหนดโดยควอนไทล์ของตัวแปรสุ่ม เช่นใน (5) แทนที่จะใช้วิธีความน่าเชื่อถือแบบผกผันเพื่อประเมินจุดเป้าหมายประสิทธิภาพขั้นต่ำ u^T SLSV และ SLA จะเข้าใกล้จุดนี้โดยพิจารณาจากความอ่อนไหวในสถานะที่จำกัดและดัชนีความน่าเชื่อถือของเป้าหมาย แนวทาง SLA ที่พัฒนาโดย Liang et al (2007) เชื่อมโยงการประมาณนี้กับเงื่อนไขความเหมาะสมของ KKT ของการประมาณแบบการผกผันของ FORM สูตร SLA แสดงเป็น

$$\min_d : C(d^k) \quad (5)$$

$$s.t. : \begin{aligned} G_i(d^k, x_i^k) &\geq 0 ; i = 1, \dots, m \\ h_j(d^k) &\leq 0 ; j = m+1, \dots, M \end{aligned} \quad (6)$$

$$where : \begin{aligned} x_i^k &= \mu_x^k - \alpha_i^k \sigma_x \beta_i^T \\ \alpha_i^k &= \sigma_x \nabla_x G_i(d^k, x_i^{k-1}) / \|\sigma_x \nabla_x G_i(d^k, x_i^{k-1})\| \end{aligned}$$

โดยที่ระบุจำนวนสถานะขีดจำกัด x_i^k คือเวกเตอร์ของ MPTP โดยประมาณสำหรับสถานะขีดจำกัดที่ i ที่การวนซ้ำครั้งที่ k ของลูการปรับให้เหมาะสมซึ่งประเมินในแง่ของเวกเตอร์ของค่าเฉลี่ย μ_x^k ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ_x ดัชนีความน่าเชื่อถือเป้าหมาย β_i^T และความไวปกติ α_i^k ในการทำซ้ำครั้งที่ k^{th} ข้อจำกัดจะถูกประเมิน MPTP ที่ x_i^k โดยประมาณ เมื่อเครื่องมือเพิ่มประสิทธิภาพเปลี่ยนตัวแปรการออกแบบ d^k ระหว่างการวนซ้ำต่อเนื่อง เวกเตอร์การไล่ระดับ α_i^k จะได้รับการอัปเดตก่อนที่จะใช้ในการคำนวณ x_i^k มิฉะนั้นเวกเตอร์การไล่ระดับ α_i^k ก่อนหน้าจะถูกใช้เพื่อคำนวณ MPTP ที่ x_i^k โดยประมาณ เมื่อตัวแปรสุ่มไม่ได้ถูกกระจายตามปกติ การแปลงความน่าจะเป็นก็สามารถนำมาใช้ได้

2.3.2. แบบสองวงวน

แนวทางสองวงวนจะพิจารณาข้อจำกัดความน่าจะเป็นภายในรูปด้วยการเพิ่มประสิทธิภาพ แนวทางนี้นำไปสู่การแก้ปัญหาการเพิ่มประสิทธิภาพที่ซ้อนกัน โดยที่วงวนแรกเกี่ยวข้องกับการประเมินความน่าเชื่อถือและวงวนสองเกี่ยวข้องกับการเพิ่มประสิทธิภาพต้นทุน

วิธีแก้ปัญหาโดยตรงของปัญหา RBDO (1) ถูกกำหนดโดย two level โดยที่วงวนนอกมีจุดมุ่งหมายเพื่อแก้ปัญหาการปรับให้เหมาะสมในแง่ของตัวแปรการออกแบบ d และวงวนในมีจุดมุ่งหมายเพื่อแก้ปัญหาความน่าเชื่อถือในแง่ของตัวแปรสุ่ม X เพื่อลดการคำนวณความพยายามสองสูตรหลักได้รับการเสนอให้จัดการด้วยข้อจำกัดความน่าจะเป็น (Aoues and Chateauneuf 2010)

1.) Reliability index approach (RIA)

สูตรคลาสสิกของ RBDO ขึ้นอยู่กับความน่าเชื่อถือแนวทางดัชนี กำหนดโดย

$$\begin{aligned} \min_d : & C(d) \\ \text{s.t.} : & \beta_i(d, X) \geq \beta_i^T; i = 1, \dots, m \\ & h_j(d) \leq 0; j = m + 1, \dots, M \end{aligned} \quad (7)$$

โดยที่ β_i และ β_i^T เป็นดัชนีโครงสร้างและดัชนีความน่าเชื่อถือเป้าหมายตามลำดับสำหรับสถานะขีดจำกัดที่ i โดยการแปลงตัวแปรสุ่ม X เป็นตัวแปรปกติที่ไม่สัมพันธ์กัน X (เช่น $u = T(x)$) ดัชนีความน่าเชื่อถือจะถูกคำนวณโดยการแก้ปัญหาการปรับให้เหมาะสมที่มีข้อจำกัด

$$\begin{aligned} \min_u : & \|u\| \\ \text{s.t.} : & G_i(u) \leq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

วิธีแก้ปัญหา u^* เรียกว่าจุดล้มเหลวที่น่าจะเป็นไปได้มากที่สุด (MPFP) และดัชนีความน่าเชื่อถือกำหนดโดย $\beta_i = \|u^*\|_i$ จากการประมาณของ FORM ความน่าจะเป็นของความล้มเหลวจะได้รับโดย: $P_{fi} = \phi(-\beta_i)$ โดยที่ $\phi(\cdot)$ เป็นการแจกแจงแบบเกาส์เซียนมาตรฐาน การศึกษาเปรียบเทียบอัลกอริธึมการปรับให้เหมาะสมที่ใช้ในความน่าเชื่อถือของโครงสร้างถูกสร้างขึ้นใน (Liu และ Der Kiureghian 1991) ซึ่งสังเกตความทนทานและประสิทธิภาพของอัลกอริธึม HL-RF และ SQP ที่ปรับปรุงแล้ว

แม้จะมีประสิทธิภาพเชิงตัวเลขต่ำ แต่สูตร RBDO นี้มีข้อดีคือง่ายต่อการนำไปใช้ในซอฟต์แวร์ปรับให้เหมาะสมสำหรับวัตถุประสงค์ทั่วไป

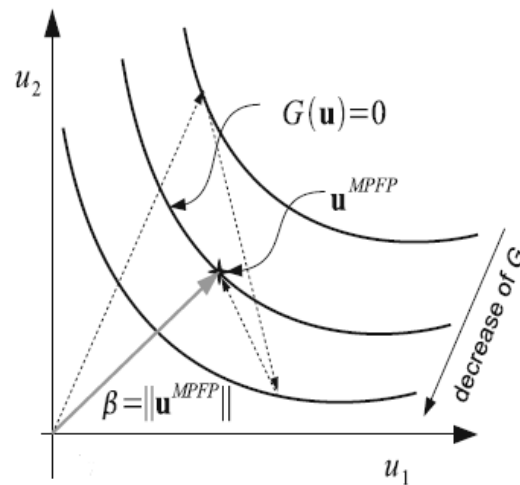


Figure 4 ภาพประกอบของ RIA

2.) Performance measure approach (PMA)

แนวทางการวัดประสิทธิภาพใช้หลักการที่ว่า การลดฟังก์ชันที่ซับซ้อนให้เหลือน้อยที่สุดภายใต้ข้อจำกัดต่างๆ จะมีประสิทธิภาพมากกว่าการลดฟังก์ชันธรรมดาให้เหลือน้อยที่สุดภายใต้ข้อจำกัดที่ซับซ้อน ดังนั้น PMA จึงถูกกำหนดโดยการวิเคราะห์ความน่าเชื่อถือแบบผกผัน

$$\min_d : C(d) \quad (9)$$

$$s.t. : \begin{aligned} G_i^p &\geq 0 ; i = 1, \dots, m \\ h_j(d) &\leq 0 ; j = m+1, \dots, M \end{aligned}$$

โดยที่ G_i^p คือการวัดประสิทธิภาพที่สอดคล้องกับความน่าเชื่อถือของเป้าหมาย β_i^T ซึ่งประเมินโดยการวิเคราะห์ความน่าเชื่อถือแบบผกผัน โดยการค้นหาจุดความล้มเหลวที่สอดคล้องกับประสิทธิภาพต่ำสุดที่ตรงกับดัชนีความน่าเชื่อถือของเป้าหมาย

$$\begin{aligned} \min_u : & \|u\| \\ s.t. : & \|u\| = \beta_i^T \end{aligned} \quad (10)$$

โซลูชันนี้เรียกว่าจุดเป้าหมายประสิทธิภาพขั้นต่ำ (MPTP) และระบุไว้ในที่นี้ $u^{*T} = T(x^{*T})$ ผลงานการวัดจะได้รับเป็น $G_i^p = G_i(d, x^{*T})$ โดยที่ x^{*T} คือ ภาพของ u^{*T} ในพื้นที่ทางกายภาพ ดังแสดงในรูปที่ 5 รูปแบบการค้นหาของ PMA ประกอบด้วยการสำรวจไฮเปอร์สเฟียร์ที่มีรัศมีเท่ากับดัชนีความน่าเชื่อถือของเป้าหมาย ซึ่งตรงกันข้ามกับ RIA โดยที่ u^* ถูกค้นหาภายใต้สภาวะขีดจำกัดสถานะติดลบหรือศูนย์ ที่จุดสารละลาย u^T พื้นผิวสถานะจำกัด G_i จะสัมผัสกับไฮเปอร์สเฟียร์ที่มีรัศมี β^T แทนที่จะใช้อัลกอริทึมทั่วไป มีอัลกอริทึมเฉพาะจำนวนมากที่พัฒนาขึ้นเพื่อแก้ปัญหาใน (10) เช่น ค่าเฉลี่ยขั้นสูง (AMV) ค่าเฉลี่ยคอนจูเกต (CMV) และไฮบริด

อัลกอริทึมของค่ากลาง (HMV) Youn et al. (2005). อัลกอริทึมเหล่านี้ไม่ต้องการขั้นตอนการค้นหาแบบเส้น เนื่องจากทิศทางการค้นหาถูกกำหนดโดยง่าย ๆ โดยการสำรวจข้อจำกัดความเท่าเทียมกันของทรงกลมในความแข็งแกร่งของ PMA ได้รับการตั้งขึ้นมาและเปรียบเทียบกับ RIA ในงานของ Lee et al. (1999)

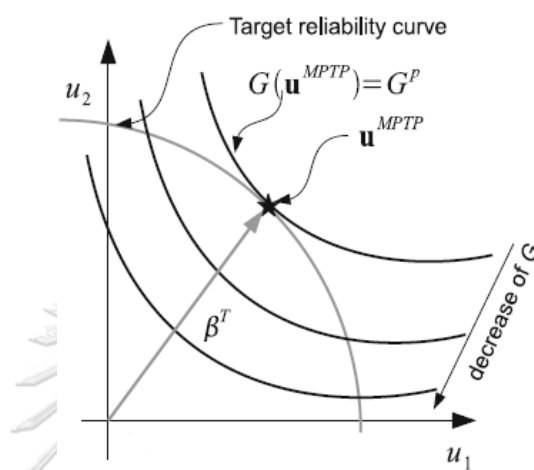


Figure 5 ภาพประกอบของ PMA

2.3.3. แบบแยกส่วน

วิธีการแยกส่วนประกอบด้วยการแยกความน่าเชื่อถือกับการวิเคราะห์ออกจากขั้นตอนการเพิ่มประสิทธิภาพการแก้ปัญหา RBDO จะถูกเปลี่ยนเป็นตัวแปรที่แน่นอนในการเพิ่มประสิทธิภาพโดยข้อกำหนดที่จำกัด กำหนดขึ้นเชื่อมโยงกับการวิเคราะห์ความน่าเชื่อถือดำเนินการหลังหรือก่อนกำหนดออกแบบอัลกอริทึม RBDO

แม้ว่าการเพิ่มประสิทธิภาพการออกแบบตามความน่าเชื่อถือจะแตกต่างจากการออกแบบโครงสร้างที่กำหนดขึ้นได้ แต่ก็เป็นไปได้ที่จะใช้ประโยชน์จากข้อดีของการเพิ่มประสิทธิภาพที่กำหนดขึ้นเพื่อแก้ปัญหา RBDO แนวคิดของ RBDO ที่แยกออกแนวทางอยู่ในการเปลี่ยน RBDO เป็นลำดับของวงจรการปรับให้เหมาะสมที่กำหนดขึ้นได้ ซึ่งรวมถึงการวิเคราะห์ความน่าเชื่อถืออิสระที่อนุญาตให้อัปเดตพื้นที่การออกแบบที่ยอมรับได้ ดังนั้น ข้อจำกัดของการเพิ่มประสิทธิภาพที่กำหนดขึ้นได้จึงเกี่ยวข้องกับวิเคราะห์ความน่าเชื่อถือที่ดำเนินการ (หรือการวิเคราะห์ที่เทียบเท่า) เพื่อหาพื้นที่ที่เชื่อถือได้ซึ่งจะต้องค้นหาการออกแบบที่เหมาะสมที่สุด ในแนวทางเหล่านี้ การออกแบบโดยทั่วไปได้รับการปรับปรุงจากวงจรหนึ่งไปอีกรวมถึงจนถึงการบรรจบกัน หลักความท้าทายอยู่ในข้อกำหนดของปัญหา RBDO ที่เทียบเท่ากันเพื่อให้เข้าถึงความแม่นยำที่เหมาะสม (Acoues and Chateaufneuf 2010)

1.) Sequential optimization and reliability assessment (SORA)

SORA ประกอบด้วยลำดับของการเพิ่มประสิทธิภาพและความน่าเชื่อถือที่กำหนดขึ้นได้ การวิเคราะห์ (Du and Chen 2004) ในแต่ละรอบ การปรับให้เหมาะสมเชิงกำหนดจะดำเนินการ ข้อจำกัดในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดจะถูกเลื่อนไปยังขอบเขตที่เป็นไปได้โดยการเปลี่ยนตำแหน่งตัวแปรการออกแบบ เช่นเดียวกับข้อจำกัดตาม MPTP u^{*T} ที่ได้รับในรอบก่อนหน้า ในรอบแรก MPTP จะถูกนำมาเท่ากับค่าเฉลี่ย ที่การบรรจบกันของวงจรการเพิ่มประสิทธิภาพที่กำหนดขึ้นแต่ละรอบ MPTP จะได้รับการประเมินและอัปเดตโดยการวิเคราะห์ความน่าเชื่อถือแบบผกผัน จากนั้น MPTP ใหม่จะใช้ในรอบการปรับให้เหมาะสมที่กำหนดขึ้นครั้งต่อไป SORA สามารถแสดงเป็น

$$\begin{aligned} \min_d : C(d^k) \\ \text{s.t.} : G_i(d^k - \xi_i^{k-1}, \hat{x}_i^{k-1}) \geq 0 ; i = 1, \dots, m \\ h_j(d^k) \leq 0 ; j = m+1, \dots, M \end{aligned} \quad (11)$$

โดยที่ k ระบุวัฏจักรปัจจุบัน \hat{x}_i^{k-1} คือเวกเตอร์ MPTP ในปริภูมิทางกายภาพที่สัมพันธ์กับสถานะการจำกัดที่ i ที่ได้รับในรอบก่อนหน้า $k-1$ และ ξ_i^{k-1} คือพารามิเตอร์ที่กำหนดเป็น

$$\begin{aligned} \hat{x}_i^{k-1} &= T(u^{*T}) \\ \xi_i^{k-1} &= d^{k-1} - \hat{x}_i^{k-1} \end{aligned} \quad (12)$$

โดยที่ d^{k-1} ตัวแปรการออกแบบที่กำหนดโดยการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม \hat{x}_i^{k-1} คือ MPTP ในพื้นที่ทางกายภาพที่กำหนดโดยการแปลงของ u^{*T} ซึ่งได้มาจากการแก้ปัญหาความน่าเชื่อถือแบบผกผันใน(12) การใช้การวิเคราะห์ความน่าเชื่อถือแบบผกผันแทนการวิเคราะห์ความน่าเชื่อถือแบบเต็มจะนำไปสู่การลดเวลาและกลยุทธ์ที่มีประสิทธิภาพ เนื่องจากการระบุขอบเขตที่เป็นไปได้ในส่วนที่เกี่ยวข้องกับ MPTP สูตร SORA มีข้อดีคือสามารถกำหนดได้อย่างสมบูรณ์ และสามารถนำไปใช้และแก้ไขได้อย่างง่ายดายด้วยอัลกอริธึมการปรับให้เหมาะสมแบบคลาสสิกใดๆ

2.) Sequential approximate programming (SAP)

การเขียนโปรแกรมโดยประมาณแบบต่อเนื่อง (Cheng et al.2006) มีพื้นฐานมาจากแนวคิดของการเขียนโปรแกรมโดยประมาณแบบต่อเนื่องซึ่งใช้กันอย่างแพร่หลายในการเพิ่มประสิทธิภาพเชิงกำหนด RBDO ถูกกำหนดให้เป็นปัญหาการเขียนโปรแกรมย่อยซึ่งมักจะใช้รูปแบบของฟังก์ชันวัตถุประสงค์โดยประมาณขึ้นอยู่กับชุด ของข้อจำกัดโดยประมาณ ในแต่ละขั้นตอนการเขียนโปรแกรมย่อย ข้อจำกัดด้านความน่าเชื่อถือใน (13) ถูกประมาณโดยการขยายลำดับแรกของเทย์เลอร์ที่จุดออกแบบปัจจุบัน ดัชนีความน่าเชื่อถือโดยประมาณได้มาจากสูตรการเกิดซ้ำตามสภาวะที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้น RBDO จะถูกแปลงเป็นลำดับของปัญหาย่อยโดยประมาณ โดยที่การออกแบบที่เหมาะสมจะดีขึ้นในแต่ละขั้นตอนการเขียนโปรแกรมย่อย แนวทาง SAP กำหนดโดย

$$\min_d : C(d^k) \quad (13)$$

$$s.t.: \begin{aligned} \tilde{\beta}_i(d^k) &\geq \beta_i^T; i = 1, \dots, m \\ h_j(d^k) &\leq 0; j = m+1, \dots, M \end{aligned}$$

โดยที่ $\tilde{\beta}_i$ คือดัชนีความน่าเชื่อถือโดยประมาณที่ได้รับจากสูตรการเกิดซ้ำ

$$\tilde{\beta}_i(d^k) = \hat{\beta}_i(d^{k-1}) + (\nabla_d \hat{\beta}_i(d^{k-1}))^T \cdot (d^k - d^{k-1}) \quad (14)$$

ค่าโดยประมาณ $\tilde{\beta}_i$ ถูกประเมินในแง่ของจุดการออกแบบปัจจุบันและก่อนหน้า d^k และ d^{k-1} ตามลำดับ โดยที่ k ระดับขั้นตอนการเขียนโปรแกรมย่อยที่ k^{th} $\hat{\beta}_i(d^{k-1})$ และอนุพันธ์ของมัน $\nabla_d \hat{\beta}_i(d^{k-1})$ ถูกคำนวณนอกปัญหาการเขียนโปรแกรมย่อยโดย

$$\hat{\beta}_i(d^{k-1}) = \lambda_i^{k-1} \left[G_i(d^{k-1}, u^{k-1}) - (u^{k-1})^T \cdot \nabla_u G_i(d^{k-1}, u^{k-1}) \right]$$

$$\nabla_d \hat{\beta}_i(d^{k-1}) = \nabla_d G_i(d^{k-1}, u^{k-1}) / \|\nabla_u G_i(d^{k-1}, u^{k-1})\|$$

กับ

$$\lambda_i^{k-1} = 1 / \|\nabla_u G_i(d^{k-1}, u^{k-1})\|$$

$$u^k = -\hat{\beta}_i(d^{k-1}) \lambda_i^{k-1} \nabla_u G_i(d^{k-1}, u^{k-1})$$

วิธีนี้ช่วยให้สามารถหลอมรวมการออกแบบที่เหมาะสมที่สุดและการคำนวณความน่าเชื่อถือได้พร้อมกัน ตามเจียงและคณะ (2006) การใช้ตัวดำเนินการความไวช่วยปรับปรุงประสิทธิภาพของแนวทาง

2.5 ข้อสมมติฐานในการออกแบบ

ในการออกแบบโครงข้อหมุนมีข้อสมมติฐานดังนี้

การถ่ายแรงของแต่ละองค์อาคารจะพิจารณาเพียงผลของแรงตามแนวแกนเท่านั้น โดยสมมติให้จุดต่อมีลักษณะเป็นข้อต่อหมุน (hinge)

น้ำหนักที่กระทำกับโครงสร้างให้กระทำที่จุดต่อเท่านั้น

ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของวัสดุมีพฤติกรรมเป็นเส้นตรง (Material linear analysis)

องค์อาคารทุกชิ้นส่วนอยู่ในแนวเส้นตรง (perfectly straight)

2.6 การวิเคราะห์โครงสร้าง

2.6.1 การวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรงแบบเชิงเส้น (Linear analysis)

การวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรงเป็นวิธีเมตริกซ์ที่นิยมใช้วิเคราะห์โครงสร้างที่ซับซ้อน โดยวิธีนี้จะพิจารณาโดยการเปลี่ยนตำแหน่งภายนอกที่ข้อต่อเป็นตัวแปรอิสระเพื่อนำไปสร้างเมตริกซ์สติฟเนส ซึ่งเป็นเมตริกซ์ที่ประกอบด้วยสติฟเนสที่ให้ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำภายนอกกับการเคลื่อนที่ภายนอก ซึ่งเขียนเป็นสมการสมดุได้ดังนี้

$$[K]\{\Delta U\} = \{\Delta F_{ext}\} \quad (15)$$

โดยที่

$[K]$ = เมตริกซ์สติฟเนสของโครงสร้าง

$\{\Delta U\}$ = เวกเตอร์ผลต่างของการกระจัด

$\{\Delta F_{ext}\}$ = เวกเตอร์ของผลต่างของแรงภายนอก

เริ่มจากการคำนวณหาเมตริกซ์สติฟเนสของแต่ละองค์อาคารตามสมการต่อไปนี้

$$[K_n] = \left(\frac{AE}{L}\right)_n \begin{bmatrix} [S] & [-S] \\ [-S] & [S] \end{bmatrix} \quad (16)$$

และ

$$[S] = \begin{bmatrix} c^2 & cs \\ cs & s^2 \end{bmatrix}, c = \cos \theta, s = \sin \theta \quad (17)$$

โดย

$[K_n]$ = เมตริกซ์สติฟเนสของชิ้นส่วน (element stiffness matrix)

L = ความยาวขององค์อาคาร

A = พื้นที่หน้าตัดขององค์อาคาร

E = ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ

θ = มุมระหว่างแกนระนาบพิกัดของโครงสร้างและแกนพิกัดขององค์อาคาร

คำนวณหาเมตริกซ์สติฟเนสของโครงสร้างจากการนำเมตริกซ์สติฟเนสขององค์อาคาร (element stiffness matrix) ทุกชิ้นส่วนมาประกอบเข้าด้วยกัน

$$[K] = A_{n=1}^{NE} [K_n] \quad (18)$$

โดย

$[K]$ = เมตริกซ์สติฟเนสของโครงสร้าง (structural stiffness matrix)

NE = จำนวนชิ้นส่วน

A = การประกอบเมตริกซ์สติเฟเนสของโครงสร้างตามตำแหน่งของ degree of freedom ตามแต่ละชิ้นส่วน

ชิ้นส่วนของโครงสร้างข้อหมุนในระนาบ 2 มิติในรูปที่ 6 แสดงพิกัดต่างๆ และแรงที่กระทำต่อชิ้นส่วน ซึ่งเกี่ยวข้องกับตัวแปรต่างๆ ดังนี้

แกนพิกัด x, y เป็นระบบพิกัดของโครงสร้างภาพรวม (global coordinate)

แกนพิกัด x', y' เป็นระบบพิกัดของชิ้นส่วนขององค์อาคาร (local coordinate)

X_1, Y_1, X_2, Y_2 คือแรงภายนอกที่มากระทำในทิศ x, y (ระบบพิกัดของโครงสร้าง) ที่ข้อต่อที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

X'_1, Y'_1, X'_2, Y'_2 คือแรงภายนอกที่มากระทำในทิศ x', y' (ระบบพิกัดขององค์อาคาร) ที่ข้อต่อที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

u, v คือ การเคลื่อนที่ของข้อต่อในทิศ x, y ระบบพิกัดของโครงสร้าง

u', v' คือ การเคลื่อนที่ของข้อต่อในทิศ x', y' ระบบพิกัดขององค์อาคาร

θ คือ มุมระหว่างแกนระนาบพิกัดของโครงสร้างและแกนพิกัดขององค์อาคาร

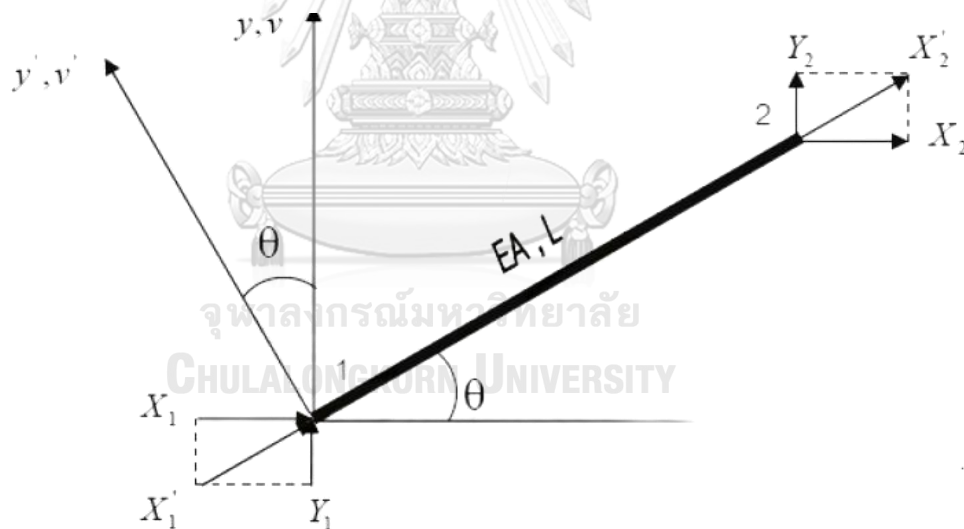


Figure 6 แกนพิกัดต่างๆ และแรงที่กระทำต่อชิ้นส่วนของโครงสร้างตามแนวแกน ชิ้นส่วนรับแรงดัดและแรงในแนวแกน

$$[k_e^m] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (18.1)$$

โดยที่

$[k_e^m]$ คือ เมทริกซ์สติฟเนสของโครงสร้างแบบเชิงเส้นในแต่ละชิ้นส่วน

$[k_e]$ คือ เมทริกซ์สติฟเนสของโครงสร้างแบบเชิงเส้นทั้งโครงสร้าง

L คือ ความยาวขององค์อาคาร

A คือ พื้นที่หน้าตัดขององค์อาคาร

E คือ ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ

I คือ โมเมนต์อินเนอร์เซีย

2.6.2 การวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรงแบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต (Geometrically nonlinear analysis)

ความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตเกิดขึ้นได้ ถึงแม้ว่าโครงสร้างจะมีความเครียดน้อยมาก (small strain) และวัสดุยังคงเป็นแบบเชิงเส้น แต่เนื่องจากผลของการหมุน (finite rotation) ซึ่งจะมีผลกระทบเมื่อพิจารณาโครงสร้างแบบเชิงเส้น ทำให้สมดุลโครงสร้างไม่แม่นยำ ดังนั้นต้องทำการคำนวณวนซ้ำเพื่อให้เกิดความสมดุลในแต่ละรอบเข้าสู่หาสมดุลที่แม่นยำให้มากที่สุด สมการสามารถเขียนได้ดังนี้ (สุนิสสา, Sunissa et al. 2010)

$$([k_e] + [k_g])\{\Delta u\} = \{\Delta F_{ext}\} \quad (18.2)$$

และ

$$[k_g^m] = \frac{F_x}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & \frac{-6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} & 0 & \frac{-L}{10} & \frac{-L^2}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-6}{5} & \frac{-L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & \frac{-L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{-L^2}{15} & 0 & \frac{-L}{10} & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \quad (18.3)$$

โดย

$[k_g^m]$ คือ เมตริกซ์สติฟเนสของโครงสร้างแบบไม่เชิงเส้นในแต่ละชั้นส่วน

$[k_g]$ คือ เมตริกซ์สติฟเนสของโครงสร้างแบบไม่เชิงเส้นทั้งโครงสร้าง

$\{\Delta u\}$ คือ ผลต่างของการเคลื่อนตัวการกระจัด

$\{\Delta F_{ea}\}$ คือ ผลต่างของแรงภายนอก

F_x คือ แรงตามแนวแกนที่เกิดขึ้น

2.6.3 การพิจารณาการเกิดการโก่งงอ (Buckling constraints)

$$r = aA^b \quad (19)$$

เมื่อ a กับ b เป็นค่าคงที่จากค่าพหุนามที่มีโรเจชันในเทอมพื้นที่หน้าตัดในแต่ละชั้นส่วนของโครงสร้าง ซึ่งมีการแนะนำตามมาตรฐาน AISC ของหน้าตัดต่างๆ ตามตารางที่ 1 โดยมีค่าต่ำสุดของพื้นที่ที่ตอบสนองข้อกำหนดการโก่งงอ(buckling) ของชั้นส่วนโครงสร้าง

Table 1 ค่าสัมประสิทธิ์สำหรับหน้าตัดต่างๆ

การออกแบบตามมาตรฐาน AISC	เหล็กฉาก (L)	ท่อกลมกลวง (O)	หน้าตัดตัวที (T)	เหล็กฉากประกบ (JL)
a	0.8338	0.4993	0.2905	0.5840
b	0.5266	0.6777	0.8042	0.5240

การออกแบบเป็นไปตามข้อกำหนด AISC-ASD (1989) สำหรับอาคารเหล็กโครงสร้าง (เทพชาตรี 1985)

2.6.4 หน่วยแรงดึงที่ยอมให้ F_t

$$F_t = 0.6F_y, KL/r < 300 \quad (20)$$

2.6.5 หน่วยแรงอัดที่ยอมให้ F_c

รูปที่ 7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงอัดกับสัดส่วนความชะลุดของเสา เมื่อหน่วยแรงคงค้ำมีการกระจายเป็นเส้นตรงและเส้นโค้งพาราโบลา โดยมีค่า $fr=0.3F_y$

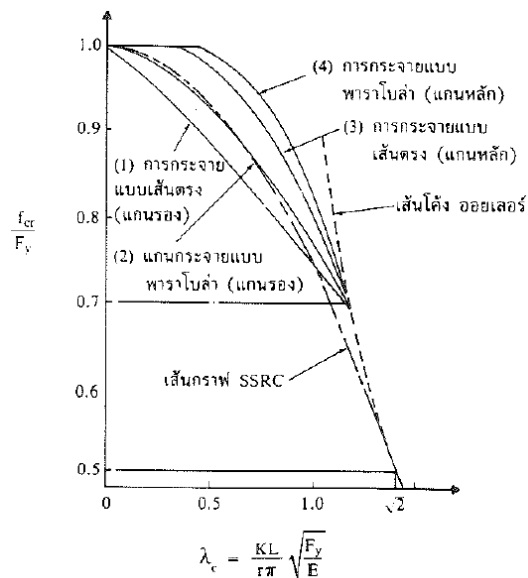


Figure 7 กราฟแสดงกำลังของเสาเมื่อหน่วยแรงคงค้ำมีการกระจายแบบต่างๆ ที่ปลายปีก

จากความสัมพันธ์ของเส้นกราฟดังกล่าว Bleich ได้เสนอให้กำลังของเสาในช่วงอินอีลาสติกแทนด้วยเส้นโค้งพาราโบลา ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$f_{cr} = F_y - \frac{F_p}{\pi^2 E} (F_y - F_p) (KL/r)^2 \quad (21)$$

$$f_r = F_y - F_p \quad (22)$$

$$f_{cr} = F_y \left[1 - \frac{f_r}{F_y} (F_y - f_r) \frac{(KL/r)^2}{\pi^2 E} \right] \quad (23)$$

เพื่อให้เส้นกราฟจากสมการที่ 21 สามารถใช้ได้อย่างประมาณทั้งในกรณีของการโก่งเดาะรอบแกนหลักและแกนรอง อีกทั้งเพื่อให้เส้นกราฟมีความต่อเนื่องอย่างราบเรียบจากเส้นกราฟออยเลอร์ SSRC (Structural Stability research Council) จึงกำหนดให้ $fr=0.5F_y$ เมื่อแทนค่าลงในสมการที่ 23 จะได้

$$f_{cr} = F_y \left[1 - \frac{F_y (KL/r)^2}{4\pi^2 E} \right] \quad (24)$$

สมการที่ 24 เรียกว่าสมการเส้นโค้ง SSRC เป็นเกณฑ์ในการกำหนดหน่วยแรงอัดที่ยอมให้ ดังมีขั้น
ต่อไปนี

การกำหนดค่า C_c

C_c เป็นค่าสัดส่วนของวัสดุของเสาตรงตำแหน่งที่เสามีพฤติกรรมเปลี่ยนจากอีลาสติกเป็นอินอีลาสติก
โดยกำหนดให้ $f_{cr} = F_y/2$ ดังนั้นจากสมการที่ 24 ได้

$$f_{cr} = \frac{F_y}{2} = F_y \left[1 - \frac{F_y C_c^2}{4\pi^2 E} \right], C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} \quad (25)$$

2.6.5.1 หน่วยแรงอัดที่ยอมให้ในช่วงอีลาสติก

เมื่อ $KL/r \geq C_c$ เสาจะมีพฤติกรรมการโก่งเดาะในช่วงอีลาสติก ซึ่งหน่วยแรงอัดสามารถหาได้จาก
สมการออยเลอร์ จากสมการที่ 26 ได้

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad (26)$$

$$\text{และ } F_a = F_e' = \frac{\pi^2 E}{F.S. (KL/r)^2} \quad (27)$$

โดยที่ F_a = หน่วยแรงอัดที่ยอมให้

F_e' = หน่วยแรงอัดออยเลอร์ที่ยอมให้

F.S. = ตัวคูณความปลอดภัย

= 1.92 หรือ 23/12

แทนค่าในสมการที่ 27 ได้

$$F_a = F_e' = \frac{12}{23} \cdot \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad (28)$$

2.6.5.2 หน่วยแรงอัดที่ยอมให้ในช่วงอินอีลาสติก

เมื่อ $KL/r < C_c$ เสาจะมีพฤติกรรมการโก่งเดาะในช่วงอินอีลาสติก ซึ่งหน่วยแรงอัดสามารถหาได้
จากสมการเส้นโค้ง SSRC จากสมการที่ 24 ได้

$$f_{cr} = F_y \left[1 - \frac{F_y (KL/r)^2}{4\pi^2 E} \right]$$

$$\text{และ } F_a = \frac{F_y}{F.S.} \left[1 - \frac{F_y (KL/r)^2}{4\pi^2 E} \right] \quad (29)$$

$$\text{หรือ } F_a = \frac{F_y}{F.S.} \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2} \right] \tag{30}$$

โดยที่ F.S. = ตัวคูณความปลอดภัย มีสมการในรูปคิวบิก (cubic)

$$= \frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{3(KL/r)^3}{8C_c^3} \tag{31}$$

กำลังอัดที่ยอมให้

$$\sum Q_i \leq R_s \tag{32}$$

เมื่อกำหนดให้ $P = \sum Q_i$ และ $R_s = AF_a$ จะได้

$$P = AF_a \tag{33}$$

P=กำลังแรงอัดใช้งานในเสา

A=พื้นที่หน้าตัด

Fa= หน่วยแรงอัดที่ยอมให้

สัดส่วนความชะลุดสูงสุด

ในองค์อาคารรับแรงอัด ได้กำหนดให้สัดส่วนความชะลุดสูงสุดของเสามีค่าเท่ากับ 200

$$\left[(k_i l_i / r_i)_{\max} = 200 \right]$$

2.6.5.3 แผนภูมิแสดงขั้นตอนการหาค่าหน่วยแรงอัดที่ยอมให้ในเสา

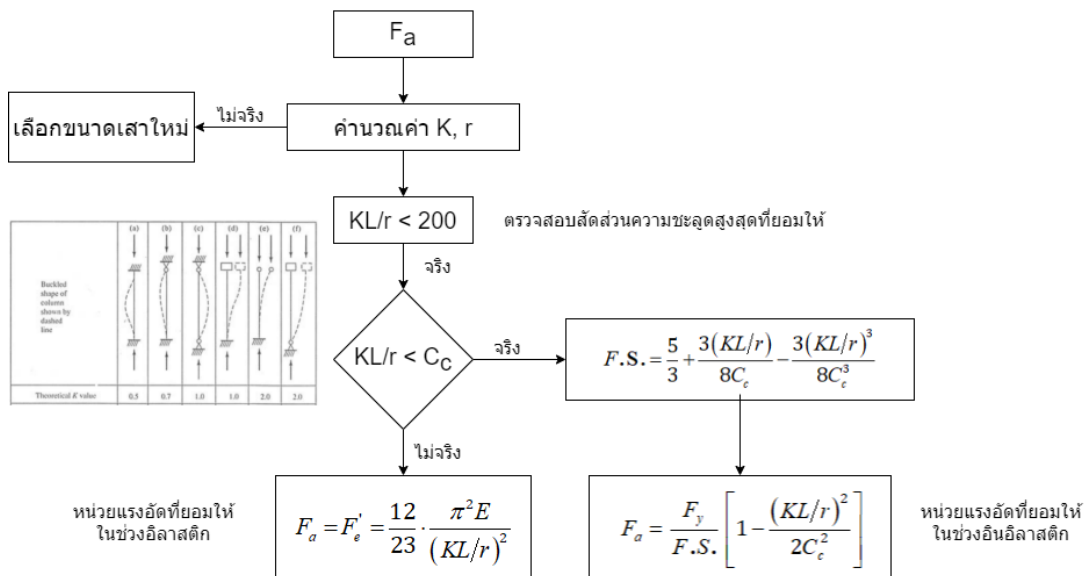


Figure 8 ขั้นตอนการหาค่าหน่วยแรงอัดที่ยอมให้ในเสา

2.7 ระดับการวิเคราะห์โครงสร้าง

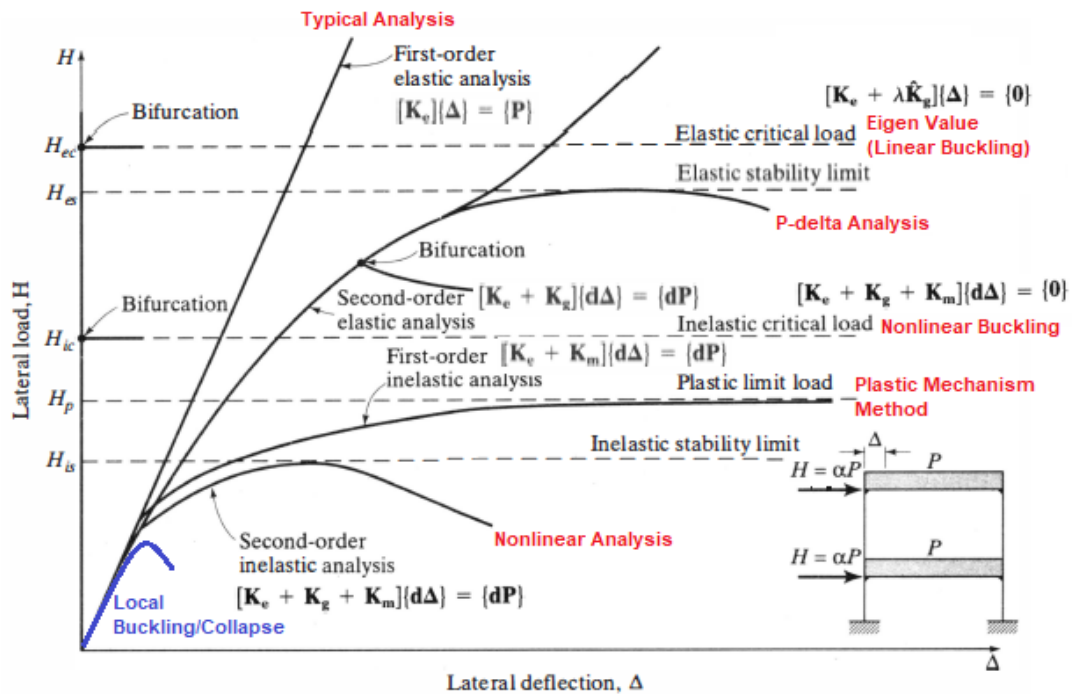


Figure 9 ระดับการวิเคราะห์โครงสร้าง

การวิเคราะห์โครงสร้างต้องเข้าใจก่อนว่าความไม่เชิงเส้น (Nonlinearity) ในระบบโครงสร้างนั้นแบ่งออกได้เป็นสองส่วนคือ Geometrical Nonlinearity และ Material Nonlinearity

Geometrical Nonlinearity แทนด้วย Matrix $[K_g]$ ซึ่งคือความไม่เชิงเส้นจากผลของการเปลี่ยนตำแหน่งของโครงสร้าง คือ เมื่อโครงสร้างเคลื่อนตัวแล้วทำให้เกิดผลของ Moment เพิ่มขึ้นมา หรือที่เรามักพูดถึงกันในชื่อของ P-Delta Effect

Material Nonlinearity แทนด้วย Matrix $[K_m]$ คือความไม่เชิงเส้นจากผลของกำลังวัสดุที่ใช้ทำโครงสร้าง คือ เมื่อรับแรงแล้วไม่เป็นไปตามกฎของ Hook Law หรือ อาจจะเป็นจริงแค่ช่วงการเคลื่อนที่ต่ำๆ เท่านั้น จากนั้นจะเกิดการ Yield หรือ Plastic Deformation ขึ้น

ในการเรียกชื่อในทางวิศวกรรมโครงสร้าง จะใช้ Order ในการระบุถึงระดับของการพิจารณาผลของ Geometrical Nonlinearity และใช้คำว่า Elastic/Inelastic ในการระบุถึงระดับของการพิจารณาผลของ Material Nonlinearity อย่างไรก็ตาม มันก็เรียกได้อีกหลายชื่อ ซึ่งถ้าไม่สากล ก็ต้องไปทำความเข้าใจความหมายกันก่อนว่า พิจารณาถึงผลของ Nonlinearity ส่วนใดบ้าง

1) 1st Order Elastic Analysis

รูปแบบแรกเรียกว่า 1st Order Elastic Analysis หรือชื่อ Linear Elastic Analysis เป็นวิธีที่เรียกกันเป็นหลักในระดับปริญญาตรี และเป็นวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างกันอยู่ในปัจจุบัน รวมถึงเป็นวิธีหลักที่โปรแกรมคอมพิวเตอร์พื้นฐานทุกโปรแกรมใช้

โดยวิธีนี้แสดงอยู่ในเส้นทางซ้ายสุดที่เป็นเส้นตรงเอียงขึ้นไป วิธีนี้จะอยู่บนพื้นฐานที่การเคลื่อนตัวของโครงสร้างจะต้องน้อยมาก จนเราสามารถจะใช้สมมติฐานว่ายังคงใช้ Hook's Law โดยความแข็งแรงของโครงสร้างแทนด้วย Matrix [Ke] หรือความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการเคลื่อนตัวจะเป็นเส้นตรง $[Ke] [D] = [P]$

วิธีนี้จะเริ่มให้ผลคลาดเคลื่อนเมื่อโครงสร้างมีการเคลื่อนตัวมากขึ้น รวมไปถึงเมื่อวัสดุมีคุณสมบัติความไม่เชิงเส้นสูงมาก โดยจะให้ผลที่ไม่ปลอดภัย เช่น ให้กำลังของโครงสร้างสูงเกินไป หรือให้การเคลื่อนตัวของโครงสร้างต่ำเกินไปและตามชื่อ คือ เมื่อไม่พิจารณาผลของ Geometrical Nonlinearity จึงมีชื่อว่า 1st Order และไม่พิจารณาผลของ Material Nonlinearity จึงมีชื่อว่า Elastic เมื่อรวมกันจึงเป็น 1st Order Elastic Analysis

สำหรับปัญหาเสถียรภาพของการวิเคราะห์โครงสร้างในระดับนี้จะเรียกว่า Eigen Value Analysis หรือในทางโครงสร้างจะเรียกว่า Linear Buckling Analysis ผลลัพธ์ที่ได้จะคือ Eigen Vector ซึ่งคือรูปร่างของการโก่งเดาะในแต่ละโหมด และ Eigen Value ซึ่งคือจำนวนเท่าของแรงอ้างอิงที่ใส่เข้าไป เมื่อจับคูณกันจะได้ค่า Elastic Critical Load ($P_{cr,linear}$) ซึ่งจะเทียบเท่ากับค่าที่ได้จาก Euler Buckling Load และในทำนองเดียวกันค่าจะสูงเกินจริงเมื่อระบบโครงสร้างมีความไม่เชิงเส้นสูงขึ้นเรื่อยๆ เช่น เสาสั้น ดังนั้นค่าที่ได้จากวิธีนี้จึงเป็น Upper Bound Buckling Capacity

2) 2nd Order Elastic Analysis

รูปแบบที่สองแสดงในเส้นโค้งลำดับถัดมา เรียกว่า 2nd Order Elastic Analysis ซึ่งก็ตามชื่อคือเมื่อพิจารณาผลของ Geometrical Nonlinearity [Kg] จึงมีชื่อว่า 2nd Order และไม่พิจารณาผลของ Material Nonlinearity [Km] จึงมีชื่อว่า Elastic เมื่อรวมกันจึงเป็น 2nd Order Elastic Analysis ซึ่งเราจะรู้จักกันในชื่อของ P-Delta Analysis คือการพิจารณาผลของการเคลื่อนตัวของโครงสร้าง ทำให้ Structural Stiffness นั้นไม่ได้เป็นค่าคงที่ [Ke] แต่จะมี [Kg] เข้ามาเพิ่มด้วย ซึ่ง [Kg] นั้นจะมีผลของ Axial Force เข้ามาด้วย จึงอาจจะทำให้ Structural Stiffness โดยรวมสูงหรือแข็งแรงขึ้นเมื่อมีแรงดึงเกินขึ้นในโครงสร้าง และเมื่อมีแรงอัดเกิดขึ้นในโครงสร้างจะทำให้ Structural Stiffness โดยรวมลดลง

เนื่องจาก Structural Stiffness มันขึ้นกับแรงแนวแกนในโครงสร้าง มันจึงมีค่าไม่คงที่ เมื่อแรงแนวแกนเปลี่ยน Structural Stiffness ก็เปลี่ยนแปลงด้วย มันจึงมีวิธีประมาณแยกย่อยอีกหลายวิธี

โดยเมื่อเราคำนวณ Structural Stiffness ด้วยการใช้แรงแนวแกนที่มาจาก 1st Order Elastic Analysis หรือ Linear Elastic นั้น วิธีนี้จะเรียกว่า P-Delta Analysis

แต่ถ้าคำนวณ Structural Stiffness ด้วยการใช้แรงแนวแกนเปลี่ยนไปเรื่อยๆ ด้วยการทำ Iteration จนกว่าจะลู่เข้าหาคำตอบ จะเรียกว่า Large Deflection Analysis

และในทำนองเดียวกัน เมื่อเราวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพด้วยวิธีการนี้ จะได้ค่าน้อยกว่า Eigen Value Analysis เสมอ เนื่องจากมันมีความไม่เชิงเส้นสูงกว่า และค่าที่ได้จะเรียกว่า Elastic Stability Limit

3) 1st Order Inelastic Analysis

รูปแบบที่สามคือเส้นโค้งที่ถดถอยมาอีก เรียกว่า 1st Order Inelastic Analysis ก็จะมาตามชื่อ คือ 1st Order จึงไม่มีการพิจารณา Geometrical Nonlinearity [Kg] แต่พิจารณาผลของ Material Nonlinearity [Km] จึงมีชื่อว่า Inelastic เมื่อรวมกันจึงเรียกว่า 1st Order Inelastic Analysis วิธีนี้จะไม่นับถึงผลของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างที่ทำให้เกิดแรงดัดที่เพิ่มขึ้น แต่จะนับถึงผลของความไม่เชิงเส้นของวัสดุที่ทำให้เกิด Plastic Hinge ในระบบโครงสร้างค่ากำลังของระบบโครงสร้างที่ได้จะเรียกว่า Plastic Limit Load

4) 2nd Order Inelastic Analysis

รูปแบบสุดท้ายคือเส้นโค้งสีดำที่อยู่ล่างสุด เรียกว่า 2nd Order Inelastic Analysis ซึ่งถือเป็นวิธีที่ดีและน่าเชื่อถือที่สุด คือ พิจารณาทั้ง Geometrical Nonlinearity [Kg] (2nd Order) และ Material Nonlinearity [Km] (Inelastic) จึงมีชื่อรวมกันว่า 2nd Order Inelastic Analysis โดยส่วนใหญ่ มักจะรู้จักวิธีนี้ในชื่อ Nonlinear Structural Analysis ซึ่งจริงๆ แล้ววิธี 2nd Order Elastic Analysis หรือ 1st Order Inelastic Analysis ก็เรียกว่า Nonlinear Structural Analysis ได้เหมือนกัน แต่เมื่อพูดถึง Nonlinear Structural Analysis คนส่วนใหญ่มักจะเข้าใจว่าพิจารณาทั้ง [Kg] และ [Km] รวมเป็น $[K_e + K_g + K_m] [D] = [P]$

ดังนั้นในการเลือกใช้โปรแกรมจะต้องทำความเข้าใจให้ดีกว่านั้นว่า ความสามารถในการวิเคราะห์แบบ Nonlinear Structural Analysis นั้นคือระดับไหน และ เหมาะสมกับลักษณะงานหรือไม่

วิธีนั้น Structural Stiffness จะต้องถูก Updated ตลอดทุกระดับของแรงกระทำ ดังนั้นการวิเคราะห์โครงสร้างที่มีความไม่เชิงเส้นสูงๆ จึงไม่สามารถให้แรงกระทำสูงๆ ได้ในครั้งเดียว แต่ต้องแบ่งแรงกระทำทีละน้อยไปเรื่อยๆ เพื่อที่จะ Track Load Path ให้ถูกต้อง หรืออีกนัยหนึ่งคือผลลัพธ์ที่ได้จะเป็น Load Path Dependent คือ ถ้าให้แรงกระทำมากเกินไปก็ได้คำตอบเหมือนกันแต่อาจจะไม่ใช่ค่าที่ถูกต้อง เหมือนการขับรถแล้วแหกโค้งออกไป โดยเฉพาะแถวจุดหักมุมที่มีคำตอบหลายค่าอย่างจุด Bifurcation

วิศวกรส่วนใหญ่มักจะไม่คุ้นกับวิธีนี้ และใช้พื้นฐานความคิดจากวิธี Linear Analysis มาทำ Nonlinear Structural Analysis แล้วให้แรงกระทำสูงๆ เพื่อที่จะให้ได้คำตอบเร็วๆ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ผิดอย่างมาก โดยเฉพาะการให้ลำดับของแรงกระทำนั้นก็มีความสำคัญ และที่สำคัญที่ต้องเน้นคือ วิธี Superposition นั้นเอามาใช้ไม่ได้กับปัญหาไม่เชิงเส้น

เนื่องจากมันเป็นปัญหาไม่เชิงเส้น จึงต้องมีเทคนิคทางคณิตศาสตร์มากมายในการที่จะ Track Correct Load Path ให้ได้ เช่นวิธี Pure Incremental Method, Newton-Raphson หรือ Arc-Length

การวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพของระบบไม่เชิงเส้นนี้ จะเรียกว่า Nonlinear Buckling Analysis ผลที่ได้จะเรียกว่า Inelastic Critical Load (P_{cr} , nonlinear) โดยค่าที่ได้จะต่ำกว่าค่าจาก Eigen Value Analysis หรือ Linear Buckling Analysis เสมอ โดยวิธีนี้จะนำเชื้อถืดที่สุด และ Buckling Capacity ที่ได้นั้นเป็นคำตอบได้ทันที ไม่ว่าจะเสาสั้นหรือเสายาว ไม่เหมือนวิธี Linear Buckling Analysis ที่ Buckling Capacity นั้นถูกเฉพาะเสายาว ส่วนเสาสั้นจะให้ค่าสูงไป

5) Local Failure / Buckling

และสุดท้ายคือเส้นสีฟ้า คือกรณีที่เกิด Local Failure หรือ Local Buckling ขึ้นก่อน ก็อาจจะทำให้ทั้งระบบเกิดการวิบัติได้ก่อนที่ระบบโครงสร้างจะเสียหาย

2.7.1 อัลกอริทึม Newton-Raphson (NR)

ระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสันเป็นระเบียบวิธีที่ได้รับความนิยมมากที่สุด ระเบียบวิธีนี้เป็นการหารากของสมการด้วยวิธีการทำซ้ำ ซึ่งสมการที่ใช้ในการทำซ้ำได้มาจากการประมาณค่าความชันของฟังก์ชันตรงจุดที่ใกล้กับรากของสมการดังรูปที่ 10 (ปราโมทย์ and นิพนธ์ 2014)

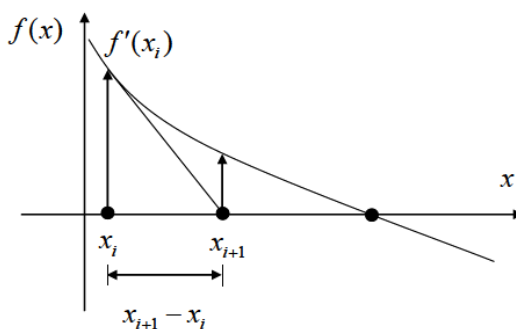


Figure 10 ค่าความชันของฟังก์ชันตรงจุด x_i

จากรูปที่ 10 จะเห็นว่าถ้าหากสามารถหาค่าความชันของฟังก์ชันตรงจุด x_i ได้ก็จะสามารถหา x_{i+1} ได้เช่นกัน ซึ่งความสัมพันธ์ของความชันตรงจุด x_i หาได้จากการสร้างสมการอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่งแบบไปข้างหน้า แบบ 2 พจน์คือ

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + (x_{i+1} - x_i) f'(x_i) = 0$$

หรือ

$$(x_{i+1} - x_i) f'(x_i) = -f(x_i)$$

ดังนั้น

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad (*)$$

ขั้นตอนในการหารากของสมการด้วยระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสันมีดังนี้

- 1) กำหนดค่าเริ่มต้นในการคำนวณของ x_i
- 2) คำนวณค่าของฟังก์ชันและค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรงตำแหน่ง x_i แล้วแทนลงในสมการที่ * เพื่อหาค่าของ x_{i+1}

- 3) ตรวจสอบค่าความผิดพลาดของตัวแปรเช่นเดียวกันกับวิธีการทำซ้ำหนึ่งจุด ได้จาก

$$|(x_{i+1} - x_i)| < tolerance$$

- 4) ถ้าไม่เป็นที่พอใจก็แทนค่า x_{i+1} ลงใน x_i แล้วทำซ้ำจนกว่าจะได้ค่าเป็นที่พอใจ

ยกตัวอย่างสำหรับการวิเคราะห์การแก้ปัญหาโครงสร้างแบบไม่เส้นตรงโดยมีแรง P กระทำ อัลกอริทึม NR มีการทำงานดังต่อไปนี้

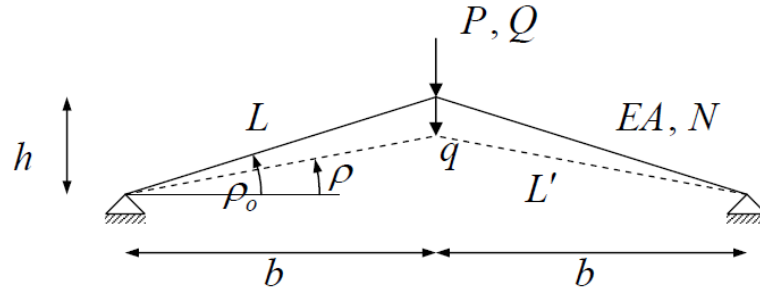


Figure 11 วิเคราะห์การแก้ปัญหาโครงสร้างแบบไม่เส้นตรง

- 1) ค่าเริ่มต้น $q_0 = 0, U_0 = P$ และ $K_0 = \frac{dQ_0}{dq}$
- 2) $i = i + 1$ ขั้นตอนถัดไปของการคำนวณขั้นสูง
- 3) $\Delta q_i = \frac{U_{i-1}}{K_{i-1}}$ ค่าการกระจัดที่เพิ่มขึ้น
- 4) $q_i = q_{i-1} + \Delta q_i$ ค่าการกระจัดในแต่ละรอบ
- 5) $Q_i = Q_i(q_i)$ แรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากการกระจัด
- 6) $K_i = \left. \frac{dQ}{dq} \right|_{q=q_i} = \frac{dQ_i}{dq}$ Tangent stiffness
- 7) $U_i = P - Q_i$ ความไม่สมดุลแรงของที่เกิดขึ้น
- 8) ตรวจสอบการลู่เข้า

if $\frac{\Delta q_i \cdot U_i}{q_i \cdot P} < \text{Tolerance} (10^{-4}, 10^{-6})$ then STOP.

นอกจากนี้ก็แทนค่าซ้ำจากขั้นตอนที่ 2 ถึง 8

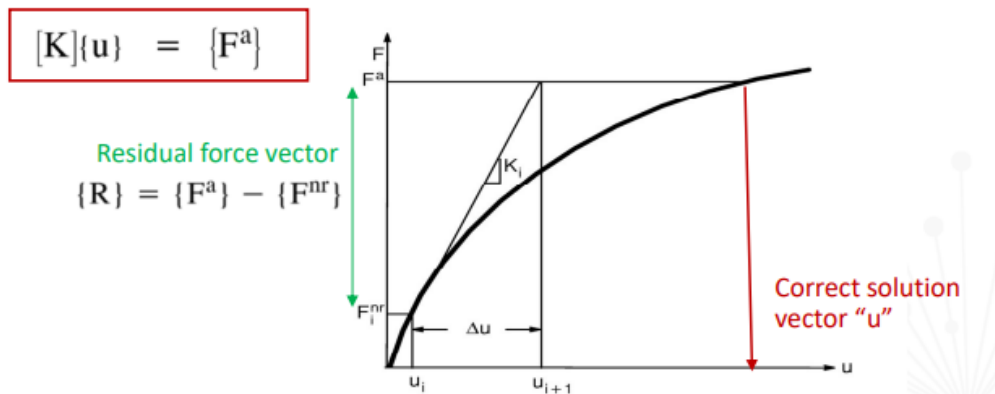


Figure 12 Newton-Raphson Solution-One iteration

2.7.2. ภาพรวมขององค์ประกอบความสมดุลและสมการจลศาสตร์

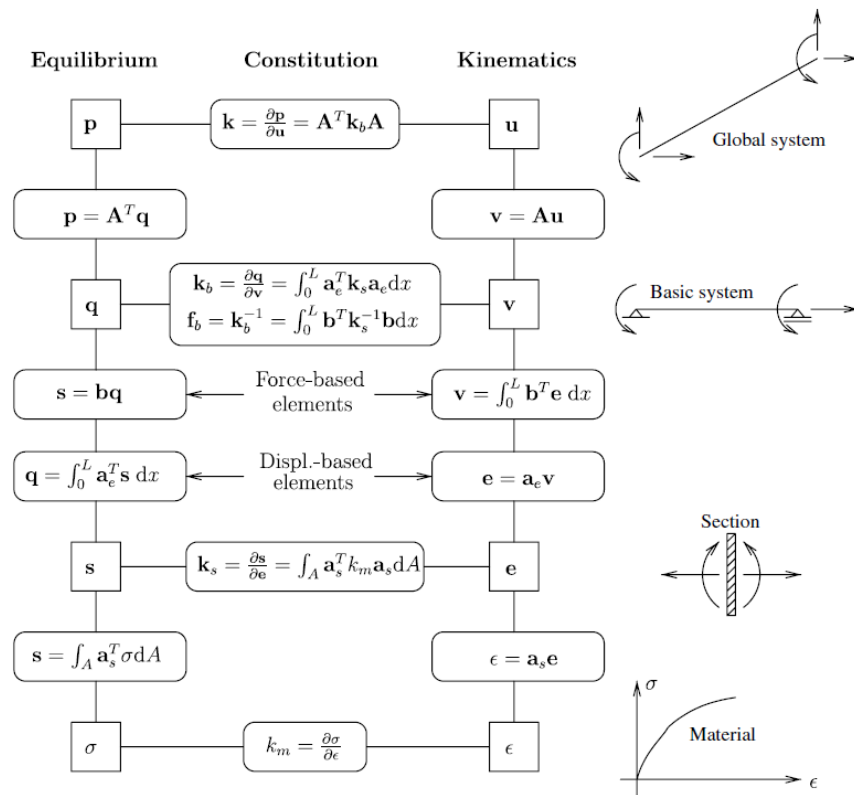


Figure 13 Governing equations for beam-column elements.

เมื่อพิจารณาระดับ Global system จะมีแรงภายนอกที่เกิดขึ้น \mathbf{p} และการกระจัดภายนอก \mathbf{u} ซึ่งสามารถแปลงเป็นการกระจัดภายในได้ $\mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{u}$, $\mathbf{p} = \mathbf{A}^T \mathbf{q}$, $\mathbf{k} = \mathbf{A}^T \mathbf{k}_b \mathbf{A}$ โดย \mathbf{v} คือการกระจัดภายใน \mathbf{q} คือแรงภายใน \mathbf{A} คือการแปลงเมตริกซ์ และ \mathbf{k}_b คือการพิจารณาผลของหน้าตัด ในการพิจารณาถัดมาคือ Basic system โดยพิจารณาเป็นเงื่อนไขของ คาน-เสา คือมีแรงกระทำตามแนวแกน และแรงดัดเกิดขึ้นที่ข้อต่อ

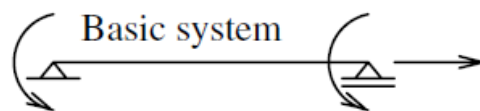


Figure 14 องค์ประกอบของคาน-เสา

รูปร่างการกระจัดที่เกิดขึ้นมีดังนี้

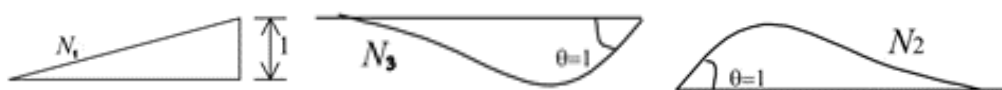


Figure 15 รูปร่างการกระจัด

$$\begin{aligned}
 N_1 &= x/L & N_3 &= (x^3L - x^2L^2)/L^3 & N_2 &= (x^3L - 2x^2L^2 + xL^3)/L^3 \\
 \partial N_1/\partial x &= 1/L & \partial^2 N_3/\partial^2 x &= (6x/L - 2)/L & \partial^2 N_2/\partial^2 x &= (6x/L - 4)/L
 \end{aligned}$$

จากความสัมพันธ์ Strain-displacement relationship อยู่ในรูปของ displacement field

$$\begin{aligned}
 e(x) &= \begin{bmatrix} \varepsilon_a(x) \\ \kappa(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial N_1/\partial x \\ \partial^2 N_{2,3}/\partial^2 x \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6x/L - 4 & 6x/L - 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \\
 &= a_e(x)v
 \end{aligned} \tag{34}$$

ในการพิจารณาถัดมาคือ Section โดยจะพิจารณาหน้าตัดเป็นไฟเบอร์ที่แบ่งเป็นชั้น หลายๆ ชั้น สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

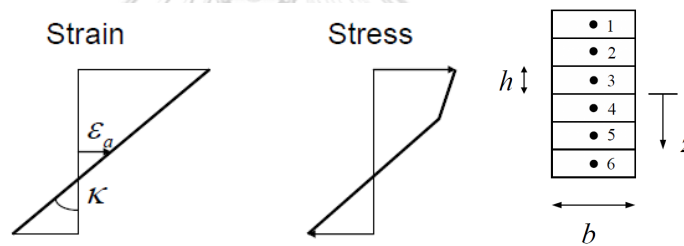


Figure 16 Strain-Stress การแบ่งชั้นหน้าตัดโดยจำลองเป็นไฟเบอร์

$$\varepsilon_i = \varepsilon_a - z_i \kappa = \begin{bmatrix} 1 & -z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_a \\ \kappa \end{bmatrix} = a_{si} d \tag{35}$$

โดยคือระดับชั้นที่มีการแบ่งตั้งแต่ชั้นที่ i ถึง N_{fiber} เมื่อทราบความสัมพันธ์ Strain ก็จะสามารถทราบค่า Stress ที่เกิดขึ้นได้จากกราฟ Stress-Strain relationship ดังนี้

$\sigma_i = \sigma(\varepsilon_i)$ ถ้าดับถัดไปก็จะได้ค่า Forces field

$$\sigma(x_i) = \begin{bmatrix} N(x_i) \\ M(x_i) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{N_{\text{fibers}}} a_{si}^T \sigma_i A_i \tag{36}$$

ซึ่งสามารถหาแรงภายในเนื่องจากผลของ Nonlinear Material ได้ดังนี้

$$q = \int_L a_e^T(x) s(x) dx \approx \sum_{i=1}^{N_p} a_e^T(x_i) s(x_i) w_i \tag{37}$$

ได้มีการแสดงการคำนวณอย่างละเอียดในหัวข้อถัดไป

2.7.3. Nonlinear Beam-Column Element

แนวคิดที่สำคัญ: คานของเบอร์นูลลี (ความสัมพันธ์จลนศาสตร์)

การกระจายความเคื่อยังคงเป็นเส้นตรง แต่การกระจายความเค้นคือไม่เชิงเส้น

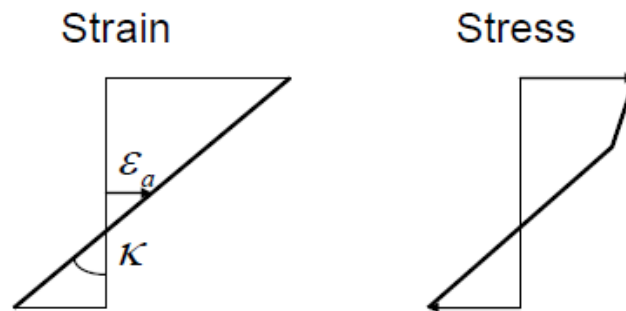


Figure 17 Strain-Stress

เป้าหมายเพื่อหาความสัมพันธ์ $q(v)$

$$e(x) = \begin{bmatrix} \varepsilon_a(x) \\ \kappa(x) \end{bmatrix}, s(x) = \begin{bmatrix} N(x) \\ M(x) \end{bmatrix}, k_b(v) = \frac{\partial q}{\partial v} \quad (38)$$

$$q(v) = q[s(v)] = q\left\{ \begin{matrix} \nearrow \\ \uparrow \\ \nwarrow \end{matrix} \varepsilon(v) \right\} \quad (39)$$

Equilibrium by PVD , Constitutive Relation, Kinematics

โดยหลักการของ Virtual Displacement และ Gauss Quadrature

$$q = \int_L a_e^T(x) s(x) dx \quad (40)$$

$$\begin{aligned} k_b &= \frac{\partial q}{\partial v} = \int_L a_e^T(x) \frac{\partial s(x)}{\partial v} dx = \int_L a_e^T(x) \frac{\partial s(x)}{\partial e} \frac{\partial e(x)}{\partial v} dx \\ &= \int_L a_e^T(x) k_s(x) a_e(x) dx \approx \sum_{i=1}^n a_e^T(x_i) k_s(x_i) a_e(x_i) w_i \end{aligned} \quad (41)$$

ขั้นตอนในการค้นหา q และ k_s (การกำหนดสถานะองค์ประกอบ)

1) กำหนดความเคียด $\varepsilon(x)$ จาก v โดย

$$e(x) = a_e(x) v \quad (42)$$

2) กำหนดแรงของหน้าตัด(section force) $S(x)$ จาก $\varepsilon(x)$ และ

$$\frac{\partial s(x)}{\partial e(x)} = k_s(x) \quad (\text{การกำหนดสถานะของหน้าตัด}) \quad (43)$$

3) กำหนด q จาก $S(x)$ และ k_b จาก $k_s(x)$ โดย PVD

ในขั้นตอนที่ 2 ต้องทำให้มีความสัมพันธ์กัน

$$s(x) = \begin{bmatrix} N(\varepsilon_a, \kappa) \\ M(\varepsilon_a, \kappa) \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial s}{\partial e} = k_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \varepsilon_a} & \frac{\partial N}{\partial \kappa} \\ \frac{\partial M}{\partial \varepsilon_a} & \frac{\partial M}{\partial \kappa} \end{bmatrix} \quad (44)$$

ซึ่งเป็นไปไม่ได้ที่จะได้ $S(x)$ และ k_s ในการวิเคราะห์ ได้มีการแสดงการคำนวณอย่างละเอียดในหัวข้อถัดไป

2.7.4. แบบจำลองเส้นใยบนพื้นที่หน้าตัด (Fiber Model)

เป็นแบบจำลองตัวเลขทั่วไป ซึ่งเราแบ่งส่วนตัดขวางออกเป็นพื้นที่เล็ก ๆ (เส้นใย) และรวมความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียดเชิงตัวเลขจากเส้นใยทั้งหมดเพื่อให้ได้มาแรงลัพธ์ D และความแข็งขององค์ประกอบ k

ยกตัวอย่างหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า

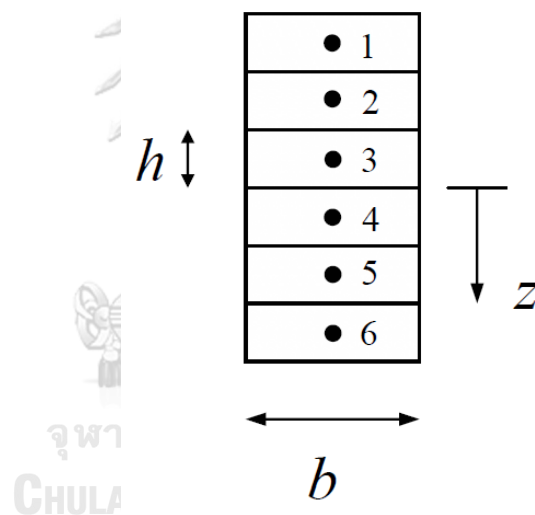


Figure 18 เส้นใยของหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$N = \int \sigma dA \approx \sum_{i=1}^n \sigma_i A_i, \quad A_i = b_i \cdot h_i \quad (45)$$

$$M = \int \sigma \cdot z dA \approx \sum_{i=1}^n \sigma_i z_i A_i$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}\sigma_i &= \sigma(\varepsilon_i) = \sigma(\varepsilon_a + z_i \kappa) & \varepsilon_i &= \varepsilon_a + z_i \kappa \\ \frac{\partial N}{\partial \varepsilon_a} &= \int \frac{d\sigma}{d\varepsilon_a} dA \approx \sum_{i=1}^n \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} \frac{d\varepsilon_i}{d\varepsilon_a} A_i = \sum_{i=1}^n E_i A_i & E_i &= \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} = k_m \\ \frac{\partial N}{\partial \kappa} &= \int \frac{d\sigma}{d\kappa} dA \approx \sum_{i=1}^n \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} \frac{d\varepsilon_i}{d\kappa} A_i = \sum_{i=1}^n E_i A_i z_i & & \\ \frac{\partial M}{\partial \varepsilon_a} &= \int \frac{d\sigma}{d\varepsilon_a} z dA \approx \sum_{i=1}^n \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} \frac{d\varepsilon_i}{d\varepsilon_a} z_i A_i = \sum_{i=1}^n E_i A_i z_i \\ \frac{\partial M}{\partial \kappa} &= \int \frac{d\sigma}{d\kappa} z dA \approx \sum_{i=1}^n \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} \frac{d\varepsilon_i}{d\kappa} z_i A_i = \sum_{i=1}^n E_i A_i z_i^2\end{aligned}\quad (46)$$

สำหรับงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้หน้าตัดรูปตัวไอ (Haukaas and Scott 2006)

สมการความไวของรูปร่างส่วนหน้าแปลนกว้าง (Wide flange)

ตามสสารที่ (30) จำเป็นต้องคำนวณค่าอนุพันธ์ $\partial a_s / \partial \theta$ และ $\partial A_i / \partial \theta$ ในแต่ละตำแหน่งของไฟเบอร์ เพื่อพิจารณาความผันแปรในพารามิเตอร์ทางเรขาคณิตที่กำหนดหน้าตัดแยกไฟเบอร์อนุพันธ์ของเมทริกซ์หน้าตัดความเข้ากันได้ของส่วนที่ตำแหน่งไฟเบอร์ i คือ $\partial a_s / \partial \theta = [0 \quad -\partial y_i / \partial \theta]$

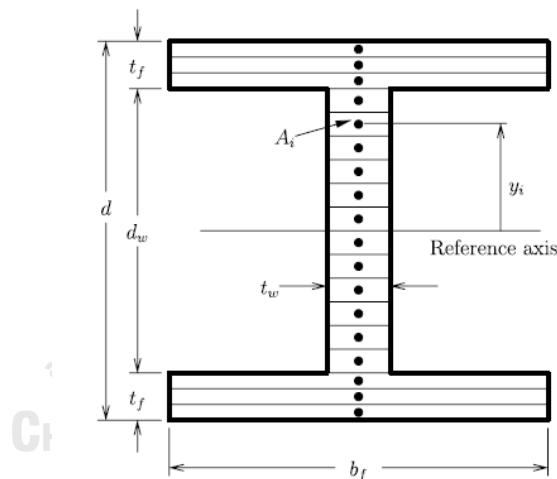


Figure 19 เส้นใยของหน้ารูปตัวไอ

ส่วนนี้กำหนดโดยพารามิเตอร์ทางเรขาคณิตต่อไปนี้ดังแสดงในรูปที่ 17 ความลึกของส่วนโดยรวม d ความหนาของเอว t_w ความกว้างของหน้าแปลน b_f และความหนาของหน้าแปลน t_f จำนวนเส้นใยผ่านความลึกของเอว คือ N_{fw} และ N_{ff} คือจำนวนเส้นใยที่ผ่านความหนาของแต่ละหน้าแปลน อนุพันธ์แต่ละตัว $\partial d / \partial \theta$, $\partial t_w / \partial \theta$, $\partial b_f / \partial \theta$ และ $\partial t_f / \partial \theta$ เท่ากับหนึ่งหรือศูนย์ขึ้นอยู่กับบนคุณสมบัติ θ แสดงในรูปแบบโครงสร้าง ทั้งคู่ N_{fw} และ N_{ff} เป็นพารามิเตอร์ที่กำหนดเส้นใยของเหล็กแผ่นตั้งหรือเส้นใยของเอว

จากขนาดหน้าตัดและจำนวนเส้นใยพื้นที่ของแต่ละเส้นใยในเว็บเป็นพื้นที่เอวที่แบ่งออกตามจำนวนเส้นใยเอว

$$A_w = \frac{d_w t_w}{N_{fw}} \quad (47)$$

$$\text{เมื่อ ความหนาเอว } d_w = d - 2t_f \quad (48)$$

ระยะห่างจากแกนอ้างอิงถึงเซนทรอยด์ของใยเอวคือ

$$y_i = \left(\frac{d}{2} - t_f \right) - \left(i - \frac{1}{2} \right) \frac{d_w}{N_{fw}}, \quad i=1, \dots, N_{fw} \quad (49)$$

ความแตกต่างของสมการ (50) เกี่ยวกับ θ ให้ความไวของขนาดของเส้นใยเอวต่อพารามิเตอร์

$$\frac{\partial A_w}{\partial \theta} = \frac{1}{N_{fw}} \left(d_w \frac{\partial t_w}{\partial \theta} + \frac{\partial d_w}{\partial \theta} t_w \right) \quad (50)$$

โดยที่ความตอบสนองของความลึกของเอวคือ

$$\frac{\partial d_w}{\partial \theta} = \frac{\partial d}{\partial \theta} - 2 \frac{\partial t_f}{\partial \theta} \quad (51)$$

ในทำนองเดียวกัน ความแตกต่างของสมการ (52) ให้ความตอบสนองของเอวไฟเบอร์เซนทรอยด์ตำแหน่ง

$$\frac{\partial y_i}{\partial \theta} = \left(\frac{1}{2} \frac{\partial d}{\partial \theta} - \frac{\partial t_f}{\partial \theta} \right) - \left(i - \frac{1}{2} \right) \frac{1}{N_{fw}} \frac{\partial d_w}{\partial \theta}, \quad i=1, \dots, N_{fw} \quad (52)$$

เส้นใยในบริเวณหน้าแปลน

สำหรับเส้นใยในบริเวณหน้าแปลน ขนาดของเส้นใยแต่ละเส้นเท่ากับ

$$A_f = \frac{b_f t_f}{N_{ff}} \quad (53)$$

และตำแหน่งเซนทรอยด์ของเส้นใย i คือ

$$y_i = \frac{d}{2} - \left(i - \frac{1}{2} \right) \frac{t_f}{N_{ff}}, \quad i=1, \dots, N_{ff} \quad (54)$$

ความไวของขนาดของหน้าแปลนแต่ละไฟเบอร์ต่อ θ คือ

$$\frac{\partial A_f}{\partial \theta} = \frac{1}{N_{ff}} \left(b_f \frac{\partial t_f}{\partial \theta} + \frac{\partial b_f}{\partial \theta} t_f \right) \quad (55)$$

ในขณะที่ความไวของตำแหน่ง i เซนทรอยด์ของไฟเบอร์หน้าแปลนคือ

$$\frac{\partial y_i}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \frac{\partial d}{\partial \theta} - \left(i - \frac{1}{2} \right) \frac{1}{N_{ff}} \frac{\partial t_f}{\partial \theta}, \quad i=1, \dots, N_{ff} \quad (56)$$

2.7.5 แบบจำลองพลาสติกแบบกระจาย

วิธีการแบบกระจายนั้นมีความแม่นยำมากกว่าวิธีการแบบเป็นก้อน (lumped) เนื่องจากสมมติฐานขององค์ประกอบที่เป็นก้อน (พฤติกรรมที่ไม่ยืดหยุ่นทั้งหมดถูกจับเป็นก้อนที่ปลาย) เป็นไปไม่ได้ทางกายภาพ (Spacone และ El-Tawil 2004) ในพฤติกรรมของวิธีการแบบกระจายจะถูกตรวจสอบที่จุดรวมหลายจุดตามความยาวขององค์ประกอบซึ่งพฤติกรรมที่ไม่ยืดหยุ่นสามารถเกิดขึ้นได้ เช่นเดียวกับวิธีการแบบเป็นก้อน แบบจำลองวัสดุที่เป็นส่วนประกอบจะถูกนำไปใช้กับส่วนที่แยกส่วนเพื่ออธิบายพฤติกรรมที่ไม่ยืดหยุ่น มากกว่าที่จะนำไปใช้กับจุดเดียว

จุดหรือตำแหน่ง ใดๆก็ตาม วิธีการแบบกระจายจะใช้ส่วนที่ไม่ต่อเนื่องกับจุดรวมแต่ละจุดตามองค์ประกอบ ดังแสดงในรูปที่ 20 ในทุกขั้นตอนของการวิเคราะห์ การตอบสนองแบบแบ่งส่วน ณ จุดการรวมแต่ละจุดตามองค์ประกอบจะได้รับการประเมิน วิธีการนี้จึงจับการแพร่กระจายของพลาสติกไปตามองค์ประกอบได้แม่นยำยิ่งขึ้น

ในแนวทางการเป็นพลาสติกแบบกระจาย ผู้ใช้โดยทั่วไปกำหนดตำแหน่งและน้ำหนักของจุดการรวมตามองค์ประกอบ ใดๆก็ตาม แนวทางที่พบบ่อยที่สุดคือการรวม Gauss-Lobatto แบบแผนนี้วางจุดรวมไว้ที่ปลายแต่ละด้านขององค์ประกอบ ซึ่งโดยปกติแล้วจะมีพฤติกรรมที่รุนแรง เช่นเดียวกับจุดรวมที่มีระยะห่างเท่ากัน 'n' ตามความยาวขององค์ประกอบ (Neuenhofer และ Filippou 1997) ตัวอย่างเช่น รูปแบบการรวมที่แสดงในรูปที่ 20 จะแสดงถึงการรวม Gauss-Lobatto ที่มีจุดรวม 5 จุด การเลือกระหว่างความยาวของชิ้นส่วน

จุดรวมแต่ละจุดจะถือว่าเชิงเส้นกับ Gauss-Lobatto หรือรูปแบบการรวมอื่นๆ ดังนั้นจึงเป็นสมมติฐานว่ายังใช้จุดรวมระบบมากเท่าไร องค์ประกอบก็จะยังเป็นตัวแทนของพฤติกรรมเชิงโครงสร้างที่แท้จริงมากขึ้นเท่านั้น

แม้ว่าวิธีการป็นแบบกระจายจะมีข้อดีในการจับการแพร่กระจายของพลาสติก แต่ก็มีข้อจำกัดเช่นกัน การเพิ่มจำนวนจุดการรวมในองค์ประกอบโดยที่พฤติกรรมที่ไม่ยืดหยุ่นไม่กระจายความยาวทั้งหมดโดยใช้เวลาคำนวณนานด้วยคอมพิวเตอร์ และการกำหนดจำนวนและตำแหน่งของจุดการรวมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดไม่ใช่งานที่ตรงไปตรงมา นอกจากนี้ วิธีการป็นแบบกระจายจะถือว่ามีการตอบสนองการแข็งตัวของความเครียดและไม่สามารถจับการทำให้ความเครียดได้

Distributed Plasticity Element

การวิเคราะห์ความเป็นพลาสติกแบบกระจายจะดำเนินการใน OpenSees โดยใช้องค์ประกอบ "nonlinear Beam-Column" องค์ประกอบนี้ใช้ทั้งสูตรแบบบังคับหรือแบบแทนที่เพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมขององค์ประกอบ ใช้ในการวิเคราะห์ต่อไปนี้เป็นสูตรที่ใช้การกระจัดซึ่งใช้การเพิ่มของผลผลิตและการกระจัดขั้นสุดท้ายตามทีประมาณ

OpenSees อนุญาตให้มีรูปแบบการรวมหลายแบบสำหรับการวิเคราะห์องค์ประกอบนี้ อย่างไรก็ตาม การบูรณาการแบบ Gauss-Lobatto ที่กล่าวถึงก่อนหน้านี้ถูกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้ เนื่องจากมีความได้เปรียบเหนือโครงสร้างอื่นๆ OpenSees ยังอนุญาตให้องค์ประกอบแบ่งออกเป็นองค์ประกอบย่อยได้หลายองค์ประกอบ ข้อดีของการใช้องค์ประกอบย่อยคือความสามารถในการดึงข้อมูลแรงระดับภาพรวม (ข้อมูลซึ่งโดยทั่วไปจะมีให้ที่ปลายองค์ประกอบเท่านั้น) จากโหนดระดับกลางหลายโหนด ปัจจัยที่จำเป็นสำหรับองค์ประกอบพลาสติกแบบกระจายใน OpenSees ได้แก่ จำนวนขององค์ประกอบย่อย จำนวนจุดการรวมต่อองค์ประกอบย่อย และค่าจำกัดความของส่วนที่เป็นเส้นใยที่ใช้กับจุดรวมแต่ละจุดสำหรับการวิเคราะห์ แบบแผน Gauss-Lobatto ที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์ในวิทยานิพนธ์นี้มีองค์ประกอบย่อยสามองค์ประกอบและจุดรวมสามจุดต่อองค์ประกอบย่อย จำนวนองค์ประกอบย่อยและจุดการรวมถูกเลือกเพื่อติดตามพฤติกรรมที่ทุก ๆ หกส่วนของความยาวคอลัมน์ นี่เป็นความคิดที่จะได้ข้อมูลที่ค่อนข้างแม่นยำในขณะที่ไม่สิ้นเปลืองเวลาในการคำนวณ แผนผังขององค์ประกอบพลาสติกแบบกระจายที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์ในวิทยานิพนธ์นี้แสดงไว้ในรูปที่ 20

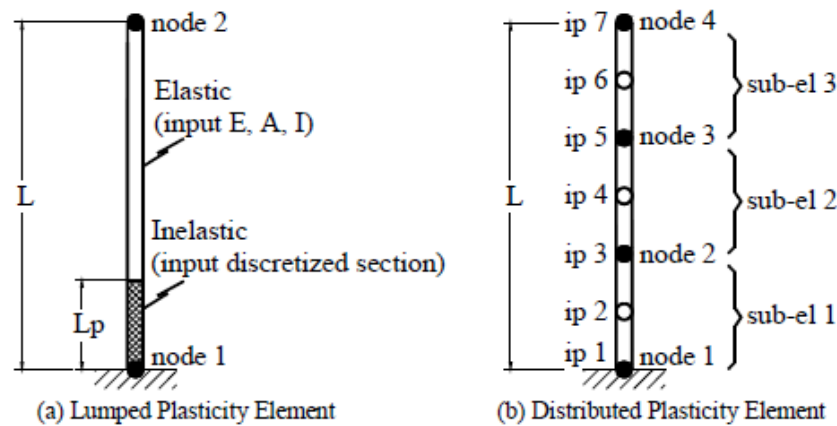


Figure 20 ลักษณะความยาวที่เกิดพลาสติกใน OpenSees Analyses

2.7.6. Pushover Analysis (Nonlinear Static Analysis)

-การวิเคราะห์แบบ Pushover คือการวิเคราะห์แบบคงที่ของความไม่ยืดหยุ่นโครงสร้างภายใต้แรงที่เพิ่มขึ้นแบบจำกัดด้วยการกระจายแรงคงที่ กล่าวคือ การเพิ่มตัวประกอบภาระขณะแก้ไขรูปแบบการไหล

-ผลลัพธ์บอกลำดับและขนาดของการให้ผล(ความเสียหาย) แรงภายใน การเสียรูป และกลไกความล้มเหลว (failure mechanism)

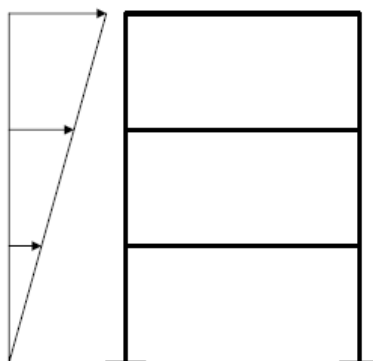


Figure 21 แรงกระจายตัวที่กระทำด้านข้าง

- การวิเคราะห์แบบ Pushover จะคล้ายกับการวิเคราะห์พลาสติก โดยที่กำหนดกลไกความล้มเหลวและปัจจัยโหลดยุบ (collapse load factor) และความสัมพันธ์แบบโมเมนต์หมุนของบานพับพลาสติกเป็นแบบแข็งพลาสติก

- แต่การวิเคราะห์แบบ pushover จะคอยติดตามโครงสร้างตอบสนองเมื่อปัจจัยโหลดเพิ่มขึ้นทีละน้อยและความสัมพันธ์แบบโมเมนต์หมุนของบานพับพลาสติกสามารถเป็นอย่างอื่นนอกจากพลาสติกแข็ง

Structural Model for Pushover Analysis

- โมเดลโครงสร้างประกอบด้วยองค์ประกอบที่ไม่เป็นเชิงเส้น
- องค์ประกอบไม่เชิงเส้นสามารถใช้กับแรงประเภทใดก็ได้ เช่น การตัด แรงเฉือน หรือแรงตามแนวแกน
- บานพับพลาสติกเป็นองค์ประกอบที่ไม่เป็นเชิงเส้นอย่างง่ายสำหรับการสร้างแบบจำลองในการตัด
- ข้อมูลเกี่ยวกับการหมุนรอบโมเมนต์หรือความสัมพันธ์ของโมเมนต์-ความโค้ง ต้องใช้บานพับพลาสติก(plastic hinge)
- SAP2000 เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปที่สามารถทำงานได้การวิเคราะห์แบบ pushover เนื่องจากมีส่วนประกอบบานพับพลาสติก

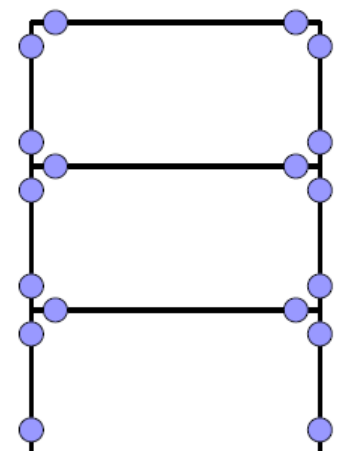
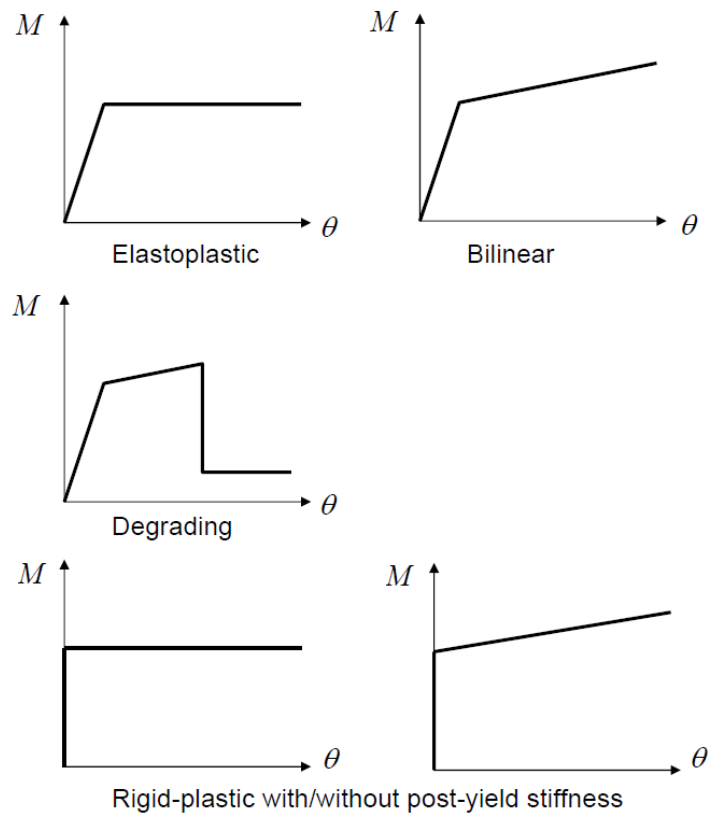


Figure 22 Plastic-hinge model

Force-Deformation Relation (or Moment-Rotation Relation)

- ความสัมพันธ์ของแรงเสียดรูปไม่ยืดหยุ่นเชิงเส้นอีกต่อไป
- ความรู้เกี่ยวกับพฤติกรรมวัฏจักรไม่จำเป็นต้องใช้ในการวิเคราะห์ผลักดันด้านข้าง (pushover analysis) เฉพาะที่โหลดแรกเท่านั้น
- ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเปลี่ยนรูปอาจเป็นอีลาสโตพลาสติก ไบลิเนียร์ เสื่อมโทรม ฯลฯ
- ความสัมพันธ์ของการหมุนรอบโมเมนต์มักเป็นพลาสติกแข็ง



Pushover Curve

- เส้นโค้ง Pushover คือ พล็อตของแรงเฉือนฐานกับการกระจัดทางข้างที่จุดบนสุด
- แสดงพฤติกรรมไม่เชิงเส้นขององค์อาคาร
- มักถูกทำให้เป็นอุดมคติโดยเส้นโค้งจากเส้นตรงสองเส้นเพื่อกำหนดผลแรงเฉือนฐานซึ่งบ่งบอกถึงความแข็งแกร่งด้านข้างของภาพรวมของอาคาร

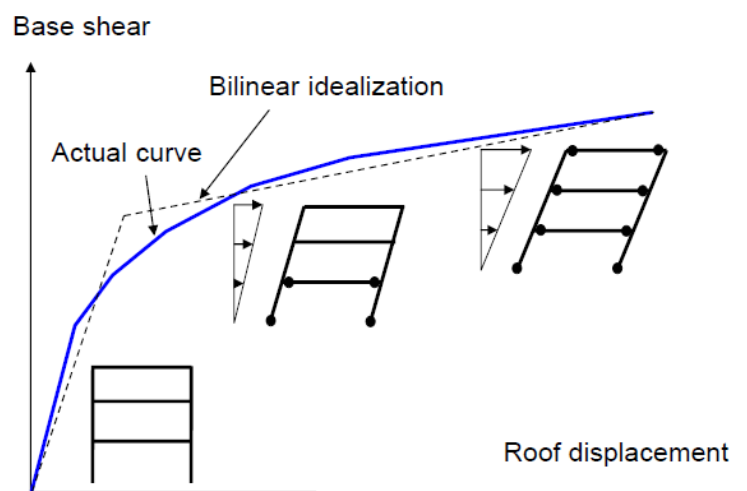


Figure 23 Pushover Curve

2.7.8 OpenSees

แพลตฟอร์มไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ทั้งหมดที่อธิบายไว้ในวิทยานิพนธ์นี้คือ Open System for Earthquake Engineering Simulation หรือ OpenSees (OpenSees 2011) โปรแกรมนี้เป็นซอฟต์แวร์ที่เปิดเผยหลักการซึ่งเดิมพัฒนาขึ้นที่มหาวิทยาลัยแคลิฟอร์เนีย เบิร์กลีย์ เป็นเฟรมเวิร์กซอฟต์แวร์สำหรับการจำลองการตอบสนองต่อแผ่นดินไหวของระบบโครงสร้างและธรณีเทคนิค และได้รับการพัฒนาให้เป็นแพลตฟอร์มการคำนวณสำหรับการวิจัยด้านวิศวกรรมแผ่นดินไหวตามประสิทธิภาพที่แผ่นดินไหวในแปซิฟิก ศูนย์วิจัยวิศวกรรม (PEER) OpenSees มีความสามารถขั้นสูงสำหรับการสร้างแบบจำลองและวิเคราะห์การตอบสนองแบบไม่เชิงเส้นของระบบโดยใช้แบบจำลองวัสดุ องค์ประกอบ และอัลกอริธึมโซลูชันที่หลากหลายซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อจำลองการตอบสนองแผ่นดินไหวของโครงสร้างที่เกินความสามารถที่มีอยู่ของโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์

องค์ประกอบโครงสร้างที่ต้องรับทั้งแรงในแนวแกนและโมเมนต์ดัด เช่น คอลัมน์ที่สนใจ เรียกว่า องค์ประกอบคาน-เสา OpenSees มีองค์ประกอบ beam-column หลายประเภทสำหรับแบบจำลองโครงสร้าง วัสดุจำลองทดสอบแกนเดียวและแบบจำลองหน้าตัด ที่ใช้สำหรับองค์ประกอบคาน-เสา

2.8 อัลกอริทึมการเรียนรู้ที่ครอบคลุมฝูงอนุภาค (Comprehensive Learning Particle Swarm Algorithm) (Liang, Qin et al. 2006)

2.5.1 การเพิ่มประสิทธิภาพของฝูงอนุภาค (particle swarm optimizer)

PSO คือการจำลองพฤติกรรมของฝูง และกำหนดสิ่งสมมุติเป็นตัวแทนของจุดในพื้นที่ค้นหา ด้วยมิติของอนุภาคเพื่อแสดงถึงคำตอบที่เป็นไปได้ ความเร็ว V_i^d และตำแหน่ง X_i^d ของมิติที่ d และอนุภาคที่ i ได้มีการปรับปรุงดังนี้

$$V_i^d \leftarrow V_i^d + c_1 * rand1_i^d * (pbest_i^d - X_i^d) + c_2 * rand2_i^d * (gbest_i^d - X_i^d) \quad (57)$$

$$X_i^d \leftarrow X_i^d + V_i^d \quad (58)$$

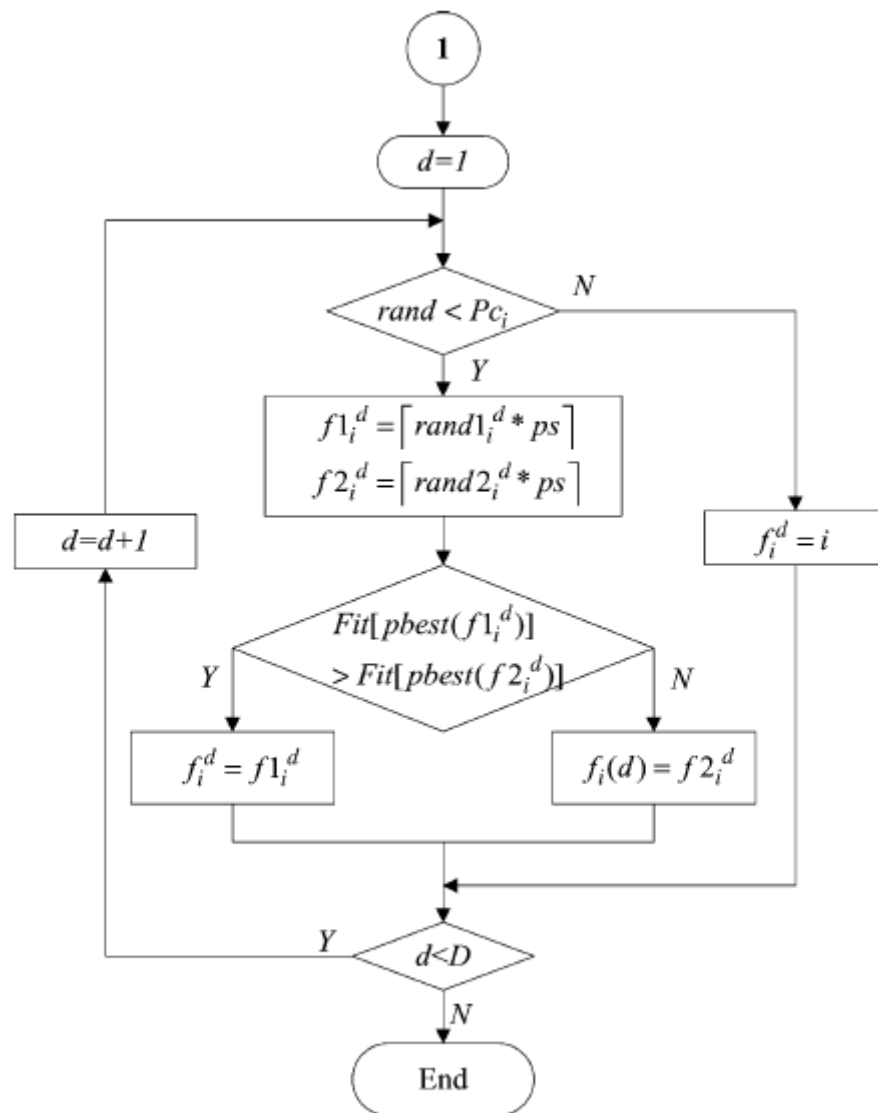
เมื่อ $X_i = (X_i^1, X_i^2, \dots, X_i^D)$ คือตำแหน่งของอนุภาคที่ i , $V_i = (V_i^1, V_i^2, \dots, V_i^D)$ แสดงถึงความเร็วของอนุภาค, $pbest_i = (pbest_i^1, pbest_i^2, \dots, pbest_i^D)$ เป็นตำแหน่งก่อนหน้าที่ดีที่สุดโดยให้ค่าความเหมาะสมที่ดีที่สุดสำหรับอนุภาคที่ i และ $gbest_i = (gbest_i^1, gbest_i^2, \dots, gbest_i^D)$ เป็นตำแหน่งที่ดีที่สุดที่ค้นพบโดยประชากรทั้งหมด ส่วน c_1 และ c_2 เป็นค่าคงที่มีความเร่งที่สะท้อนการถ่วงน้ำหนักของเงื่อนไขความเร่งสุ่มที่ตั้งแต่ละอนุภาคเข้าหา $pbest$ และ $gbest$ ตามลำดับ $rand1_i^d$ และ $rand2_i^d$ เป็นตัวเลขสุ่มสองตัวในช่วง $[0, 1]$ ความเร็วของอนุภาคในแต่ละมิติจะถูกจำกัดไว้ที่ขนาดสูงสุด V_{max}

ในกลยุทธ์การเรียนรู้ใหม่นี้ใช้ความเร็วดังต่อไปนี้ปรับปรุงสมการ:

$$V_i^d \leftarrow w * V_i^d + c * rand_i^d * (pbest_{fi(d)}^d - X_i^d) \quad (59)$$

โดย $f_i = [f_i(1), f_i(2), \dots, f_i(D)]$ กำหนดว่าอนุภาคให้ค่า $pbest$ ของอนุภาค i ควรทำตาม $pbest_{fi(d)}^d$ สามารถเป็นที่ยอดคล้องตามขนาดของอนุภาคอื่นๆ และการตัดสินใจขึ้นอยู่กับความน่าจะเป็น P_c ที่อ้างถึงเป็นความน่าจะเป็นในการเรียนรู้ ซึ่งสามารถรับค่าต่างๆ ได้สำหรับอนุภาคต่างๆ สำหรับแต่ละมิติของอนุภาค i เราสร้างตัวเลขสุ่ม หากจำนวนสุ่มนี้มากกว่า P_c , ค่ามิติที่สอดคล้องกันจะเรียนรู้จาก $pbest$ มิฉะนั้นมันจะเรียนรู้จากอนุภาคอื่น เราใช้ขั้นตอนการคัดเลือกจากการแข่งขันเมื่อมิติของอนุภาคเรียนรู้จากอนุภาคอื่นทำให้ได้ $pbest$ ดังนี้

- 1) ก่อนอื่นเราสุ่มเลือกอนุภาคสองตัวจากประชากรซึ่งไม่รวมอนุภาคที่มีการอัปเดตความเร็ว
- 2) เราเปรียบเทียบค่าความเหมาะสมของอนุภาคทั้งสองนี้ $pbest$ และเลือกอันที่ดีกว่าใน CLPSO เรากำหนดค่าฟิตเนส ยิ่งมาก ยิ่งดี ซึ่งหมายความว่าเมื่อการแก้ปัญหาการย่อให้เล็กสุด
- 3) เราจะใช้ผู้ชนะ $pbest$ เป็นแบบอย่างในการเรียนรู้จากสำหรับมิตินั้น ถ้าตัวอย่างทั้งหมดของอนุภาคคือของตัวเองใน $pbest$ เราจะสุ่มเลือกหนึ่งมิติเพื่อเรียนรู้จากมิติที่สอดคล้องกันของอนุภาคอื่นใน $pbest$ มาเปรียบเทียบกันซึ่งรายละเอียดการเลือก f_i อยู่ในรูปที่ 22



ps : population size;

$\lceil \cdot \rceil$: ceiling operator

Figure 24 การเลือกขนาดตัวอย่างสำหรับอนุภาค

3.5.1 การเรียนรู้ของความน่าจะเป็นของ P_c

จากการทดลองของ Liang, Qin เขาพบว่าค่าที่ให้ผลลัพธ์ของ P_c มีความต่างกันในปัญหาเดียวกันหากใช้ค่า P_c เดียวกัน เขาค้นพบว่าค่า P_c น้อยจะทำงานได้ดีกว่าในกรณีปัญหาที่ไม่มีการหมุนเวียน ส่วนในกรณีปัญหาที่มีการหมุนเวียนค่า P_c ที่ต่างกันให้ผลลัพธ์ประสิทธิภาพที่ดีที่สุดสำหรับปัญหาต่างๆ ส่วนค่า P_c ที่แตกต่างกันจะให้ผลลัพธ์ที่คล้ายคลึงกันในปัญหาเดี่ยวแบบง่าย ๆ ถ้าหากมีการกำหนดกฎเกณฑ์ P_c มากเกินไปจะส่งผลต่อประสิทธิภาพของ CLPSO ในปัญหาต่อเนื่องหลายรูปแบบ เพื่อแก้ไขปัญหานี้ในลักษณะทั่วไป เขาจึงนำเสนอให้ P_c แต่ละอนุภาคมีค่าต่างกัน

ดังนั้นอนุภาคจึงมีระดับการค้นหาและการหาค่าที่เหมาะสมที่แตกต่างกัน ความสามารถของประชากร และยังสามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายปัญหา เขาได้พัฒนาสมการต่อไปนี้ เพื่อเซต P_C สำหรับแต่ละอนุภาค

$$P_{C_i} = 0.05 + 0.45 * \frac{\left(\exp\left(\frac{10(i-1)}{ps-1}\right) - 1 \right)}{(\exp(10) - 1)} \quad (60)$$

2.9 แบบจำลองเซตย่อย (Subset Simulation)

การจำลองเซตย่อยเป็นเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo) ที่เป็นที่รู้จักและมีประสิทธิภาพ สำหรับการลดความแปรปรวนในปัญหาความน่าเชื่อถือเชิงโครงสร้าง มันใช้ประโยชน์จากแนวคิดของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขโดยเทคนิค Markov Chain Monte Carlo ขั้นสูงโดย (Au and Beck 2001) ควรสังเกตว่าเดิมทีการจำลองเซตย่อยได้รับการพัฒนาขึ้นเพื่อแก้ปัญหาการวิเคราะห์ความน่าเชื่อถือ แทนที่จะเป็นปัญหาการออกแบบการเพิ่มประสิทธิภาพ การศึกษาดำเนินการโดย Li และ Au , Li และ Li และ Ma (Li, Ma et al. 2015) เพิ่มเติมจากปัจจุบัน ตั้งเป้าที่จะใช้การจำลองเซตย่อยในปัญหาการปรับให้เหมาะสม ก่อนหน้าการศึกษาแสดงให้เห็นว่าปัญหามีการปรับให้เหมาะสม ปัญหาความน่าเชื่อถือ(reliability problems)โดยถือว่าตัวแปรการออกแบบเป็นตัวแปรสุ่ม จากนั้นตามแนวคิดที่คล้ายคลึงกันของ Monte Carlo Simulation สำหรับปัญหาความน่าเชื่อถือ (Au 2005) เราสามารถสร้างปัญหาความน่าเชื่อถือจำลองจากที่เกี่ยวข้องปัญหาการเพิ่มประสิทธิภาพ เป็นผลให้ SS สามารถขยายเพื่อแก้ปัญหาการปรับให้เหมาะสมเป็นอัลกอริธึมการสุ่มค้นหาและการเพิ่มประสิทธิภาพ สำคัญของแนวคิดนี้มีพื้นฐานมาจากการเชื่อมโยงแนวคิดระหว่างปัญหาความน่าเชื่อถือและปัญหาการหาค่าที่เหมาะสม

พิจารณาปัญหาโดยปรับให้เหมาะสมที่มีการกำหนดขอบเขตดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} & \min C(s) \\ & \text{s.t. } \mathbb{P}[G(s, x) - \bar{z} \leq 0] - P_a \leq 0 \\ & \quad s \in [s_L, s_U] \end{aligned} \quad (61)$$

โดยที่ $C(s)$ เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ x คือเวกเตอร์ตัวแปรการออกแบบ $G(s, x)$ คือสมการข้อจำกัด และ s_L และ s_U เป็นขอบเขตล่างและขอบเขตบนสำหรับเวกเตอร์การออกแบบในที่นี้ เฉพาะตัวแปรการออกแบบต่อเนื่องเท่านั้นที่จะถูกพิจารณาในสมการ(61) ต่อไปนี้จะเป็นการจำลองปัญหาความน่าเชื่อถือถูกกำหนดขึ้นโดยการสุ่มเวกเตอร์การออกแบบและนำแนวคิดไปใช้เชื่อมโยงระหว่างปัญหาความน่าเชื่อถือและปัญหาการปรับให้เหมาะสม

$$P_f = P(F) = \{P[G(s, x) - \bar{z} \leq 0] - P_a \leq 0\} \quad (62)$$

โดยที่ $G(s,x)$ คือสมการข้อจำกัด $F = G(s,x) - \bar{z} \leq 0$ คือความล้มเหลวจำลองเหตุการณ์ และ P_f คือความน่าจะเป็นของความล้มเหลว ตามที่ Li กับ Au แนะนำกระบวนการสำหรับเวกเตอร์การออกแบบ ยกเว้นการใช้การแจกแจงแบบปกติที่ตัดทอนเพื่อกำหนดคุณลักษณะเวกเตอร์การออกแบบและขอบเขตที่สอดคล้องกัน การแปลงที่กำหนดโดยสมการ (61) เชื่อมโยงฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $G(s,x)$ เป็นตัวแปรสุ่มค่าจริง G ตามคำจำกัดความของตัวแปรสุ่ม ตัวแปรสุ่มคือฟังก์ชันจริง และฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (CDF) คือฟังก์ชันที่ไม่ลดลงและต่อเนื่องทางขวาแบบซ้ๆ ดังนั้นจึงเห็นได้ชัดว่าค่า CDF ที่ $G(s,x)$ มากกว่า \bar{Z} ซึ่งบ่งชี้ว่าความน่าจะเป็นของความล้มเหลว P_f ในสมการ (2)

สมการควบคุมสำหรับการเพิ่มประสิทธิภาพการจำลองเซตย่อยยังคงถูกกำหนดโดย

$$\begin{aligned}
 P_F &= P(F) = P\left(\bigcap_{i=1}^m F_i\right) \\
 &= P\left(F_m \mid \bigcap_{i=1}^{m-1} F_i\right) P\left(\bigcap_{i=1}^{m-1} F_i\right) \\
 &= P(F_m \mid F_{m-1}) P\left(\bigcap_{i=1}^{m-1} F_i\right) = \dots \\
 &= P(F_1) \prod_{i=1}^{m-1} P(F_{i+1} \mid F_i)
 \end{aligned} \tag{63}$$

สมการ (25) เป็นการแสดงความน่าจะเป็นของความล้มเหลว เมื่อ $F_i (i=1, \dots, m)$ เป็นกลุ่มตัวอย่างความล้มเหลวระดับกลางที่กำหนดและอยู่ใกล้กัน ซึ่งเป็นมีความสอดคล้อง $F_1 \supset F_2 \supset \dots \supset F_m = F$ คุณลักษณะการทับซ้อนของกลุ่มตัวอย่างระดับกลางที่กำหนดทั้งหมดทำให้เกิดการลดกลุ่มตัวอย่างความน่าจะเป็นจากนั้นก็ค้นหา $G(s,x)$ ในปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมจะถูกแปลงเป็นพื้นที่ความล้มเหลวในปัญหาความน่าเชื่อถือ ขั้นตอนสำคัญที่สำคัญที่สุดสำหรับการใช้งานการจำลองเซตย่อยที่ประสบความสำเร็จคือการได้ตัวอย่างแบบมีเงื่อนไขสำหรับ กลุ่มตัวอย่างระดับกลางที่กำหนดแต่ละกลุ่มตัวอย่างเพื่อประมาณค่าเงื่อนไขที่สอดคล้องกันความน่าจะเป็นของความล้มเหลว สามารถทำได้โดยใช้ Markov Chain Monte Carlo (MCMC) โดยอัลกอริธึม Modified Metropolis–Hastings (MMH) ได้รับการพัฒนาสำหรับการจำลองเซตย่อย ซึ่งใช้ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น PDF และมี d มิติเพื่อให้ได้อัตราส่วนการยอมรับสำหรับตัวอย่าง “การรับเลือก” ต่อไป ใน MMH เพิ่มขึ้นอย่างมากจากศูนย์ซึ่งมักจะพบโดยอัลกอริทึมของ Metropolis–Hastings รายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับ MMH ดังต่อไปนี้

2.9.1 อัลกอริทึมเมโทรโพลิส-เฮสติงส์ (Metropolis–Hastings algorithm)

ขั้นตอนวิธีการตั้งชื่อตามชื่อ Nicholas Metropolis(1953) บทความ Equation of State Calculations by Fast Computing Machines ร่วมกับ Arianna W. Rosenbluth, Marshall Rosenbluth, Augusta H. Teller and Edward Teller บทความนี้เสนออัลกอริทึมสำหรับกรณีของการแจกแจงแบบสมมาตร และ WK Hastings ได้ทำให้ขยายไปสู่กรณีทั่วไปมากขึ้น

2.9.1.1. Standard Metropolis-Hastings algorithm.(Zuev and Kafatygiotis 2009)

อัลกอริทึม MH เป็นวิธีการ MCMC ที่พบบ่อยที่สุดสำหรับการสุ่มตัวอย่างของความน่าจะเป็น การกระจายตัวที่ยากต่อการสุ่มตัวอย่างโดยตรง อัลกอริทึมนี้ตั้งชื่อตาม Nicholas Metropolis ซึ่งเสนอในปี 1953 สำหรับกรณีเฉพาะของการแจกแจงแบบ Boltzmann และ W.Keith Hastings ผู้ซึ่งทำให้เรื่องได้ขยายไปสู่กรณีทั่วไปมากขึ้นในปี 1970

ในวิธีนี้ตัวอย่างจะถูกจำลองเป็นสถานะห่วงโซ่มาร์คอฟ ซึ่งมีเป้าหมายในการแจกแจงคือ การแจกแจงที่เราต้องการสุ่มตัวอย่าง เป็นการแจกแจงคุณภาพ ปล่อยให้การกระจายตามเป้าหมาย $\pi(\cdot|F) = \pi(\cdot)I_F(\cdot)/Z$ เมื่อ $z = P(F)$ เป็นค่าคงที่ s_0 เป็นสถานะตั้งต้นของห่วงโซ่มาร์คอฟ และ $q(\cdot|s_0)$ คือ PDF เรียกว่าความหนาแน่นของความน่าจะเป็น และ k จำนวนมิติของตัวแปร แล้ว PDF ขึ้นอยู่กับ s_0 เมื่อ HM มีการอัปเดต $s_0 \rightarrow s_1$ ตามหลักการทำงานของห่วงโซ่มาร์คอฟ(Markov chain) สามารถแสดงได้ดังนี้

สร้างตัวอย่าง “การรับเลือก” ξ : สำหรับแต่ละพิกัด $k = 1, \dots, d$

- ก) กลุ่มตัวอย่าง $\eta_k \sim q_k(\cdot|s_k)$ โดยที่ PDF เรียกว่าความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของ η_k ที่มีศูนย์กลางที่ s_k ด้วยคุณสมบัติสมมาตร $q_k(\eta_k|s_k) = q_k(s_k|\eta_k)$ ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น(PDF) แบบเกาส์เซียน (Gaussian) ที่มีค่าเฉลี่ย s_k และความแปรปรวน σ_k^2 :

$$q_k(\eta_k|s_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k}} \exp\left(-\frac{(\eta_k - s_k)^2}{2\sigma_k^2}\right) \quad (64)$$

- ข) กำหนดตำแหน่ง k^{th} ของตัวอย่างสำหรับการรับเลือกโดยจะ ยอมรับหรือปฏิเสธ

$$\xi_k = \begin{cases} \eta_k, & \text{with probability } \min\left\{1, r_k = \frac{\phi(\eta_k)}{\phi(s_k)}\right\} \\ s_k, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (65)$$

เมื่อ $\phi(\cdot)$ คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น PDF

ได้แสดงถึงการอัปเดตออกจาก $\pi(\cdot|F)$ ถ้า s_0 มีการกระจายที่ได้รับเลือกจาก $\pi(\cdot|F)$ ก็จะเปลี่ยนเป็น s_1

$$s_0 \sim \pi(\cdot|F) \Rightarrow s_1 \sim \pi(\cdot|F)$$

ดังนั้นในที่สุดโซ่ก็จะมาบรรจบกันเป็น $\pi(\cdot|F)$ ที่เป็นการกระจายคุลยภาพ สังเกตว่า อัลกอริทึม MH ไม่ต้องการข้อมูลเกี่ยวกับค่าคงที่ z ซึ่งมีอัลกอริทึม MH ตามต้นฉบับ แสดงภาพประกอบเป็นแผนผังในรูปที่ 23

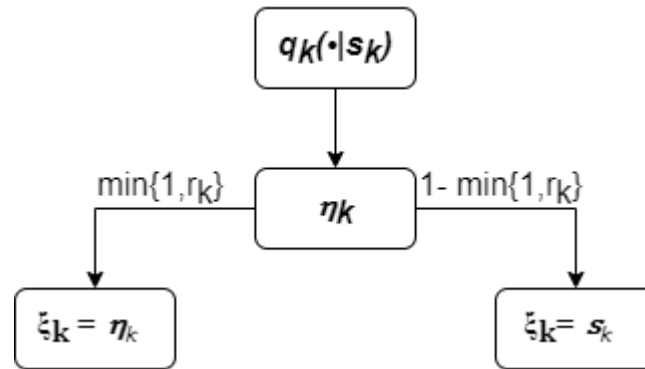


Figure 25 Standard Metropolis-Hastings algorithm

2.9.1.2. Modified Metropolis-Hastings algorithm.(Zuev 2015)

สามารถแสดงได้ดังนี้ ให้ $s \sim \pi(\cdot|F_1)$ เป็นตัวอย่างจากการแจกแจงแบบมีเงื่อนไข $\pi(\cdot|F_1)$ อัลกอริทึม MMH สร้างตัวอย่างอื่น \bar{s} จาก $\pi(\cdot|F_1)$ ดังนี้

1. สร้างตัวอย่าง “การรับเลือก” ξ : สำหรับแต่ละพิกัด $k = 1, \dots, d$

ก) กลุ่มตัวอย่าง $\eta_k \sim q_k(\cdot|s_k)$ โดยที่ PDF เรียกว่าความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของ η_k ที่มีศูนย์กลางที่ s_k ด้วยคุณสมบัติสมมาตร $q_k(\eta_k|s_k) = q_k(s_k|\eta_k)$ ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น(PDF) แบบเกาส์เซียน (Gaussian) ที่มีค่าเฉลี่ย s_k และความแปรปรวน σ_k^2

$$q_k(\eta_k | s_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k}} \exp\left(-\frac{(\eta_k - s_k)^2}{2\sigma_k^2}\right) \quad (66)$$

ข) กำหนดตำแหน่ง k^{th} ของตัวอย่างสำหรับการรับเลือกโดยจะ ยอมรับหรือปฏิเสธ

$$\xi_k = \begin{cases} \eta_k, & \text{with probability } \min\left\{1, r_k = \frac{\phi(\eta_k)}{\phi(s_k)}\right\} \\ s_k, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (67)$$

เมื่อ $\phi(\cdot)$ คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น PDF

2. ยอมรับหรือปฏิเสธตัวอย่างสำหรับ “การรับเลือก” ξ โดยพิจารณา ดังนี้

$$\tilde{s} = \begin{cases} \xi, & \text{if } \xi \in F_1 \\ s, & \text{if } \xi \notin F_1 \end{cases} \quad (68)$$

อัลกอริทึม MMH มีภาพประกอบเป็นแผนผังในรูปที่ 26 แสดงว่าตัวอย่าง \tilde{s} ที่สร้างโดย MMH มีการกระจายตาม $\pi(\cdot|F_1)$ อย่างแน่นอน หากตัวอย่างสำหรับการรับเลือกถูกปฏิเสธใน (67) จากนั้น $\tilde{s} = s \sim \pi(\cdot|F_1)$

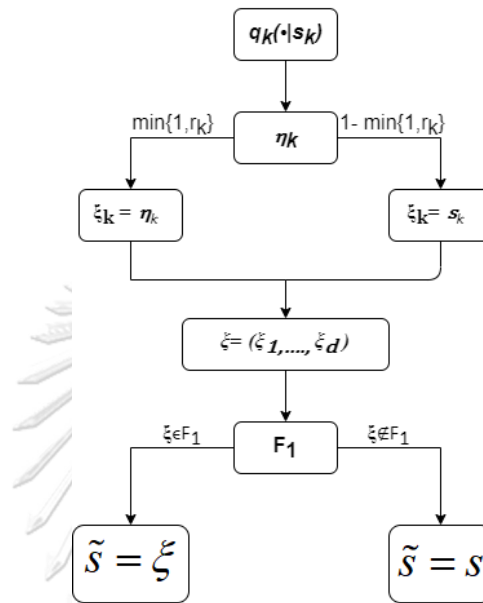


Figure 26 Modified Metropolis-Hastings algorithm

สมมติว่าตอนนี้ ξ เป็นที่ยอมรับ จึงทำให้ $\tilde{s} = \xi$ เพื่อให้การย้ายจาก s เป็น \tilde{s} การเปลี่ยนแปลงที่เหมาะสมระหว่างจุดที่ต่างกันสองจุดใน F_1 ให้ $f(\cdot)$ แทน PDF ของ \tilde{s} (เป้าหมายคือแสดงว่า $f(\tilde{s}) = \pi(\tilde{s}|F_1)$) แล้ว

$$f(\tilde{s}) = \int_{F_1} \pi(s|F_1) t(\tilde{s}|s) ds \quad (69)$$

โดยที่ $t(\tilde{s}|s)$ คือการเปลี่ยน PDF จาก s เป็น $\tilde{s} \neq s$ ตามขั้นตอนแรกๆของ MMH พิกัดของ $\tilde{s} = \xi$ ถูกสร้างขึ้นอย่างอิสระ ดังนั้น $t(\tilde{s}|s)$ จึงสามารถเป็นแสดงเป็นผลลัพธ์ดังนี้

$$t(\tilde{s}|s) = \prod_{k=1}^d t_k(\tilde{s}|s) \quad (70)$$

โดยที่ $t_k(\tilde{s}|s)$ เป็น PDF การเปลี่ยนแปลงที่ k สำหรับพิกัดที่ \tilde{s}_k การรวมสมการ (69) และ (70) ให้มีดังนี้

$$\begin{aligned}
f(\tilde{s}) &= \int_{F_1} \frac{I_{F_1}(s)}{P(F_1)} \prod_{k=1}^d \phi(s_k) \prod_{k=1}^d t_k(\tilde{s}|s) ds \\
&= \frac{1}{P(F_1)} \int_{F_1} \prod_{k=1}^d \phi(s_k) t_k(\tilde{s}|s) ds
\end{aligned} \tag{71}$$

สิ่งสำคัญในการพิสูจน์ของ $f(\tilde{s}) = \pi(\tilde{s}|F_1)$ คือการแสดงที่ $\phi(s_k)$ และ $t_k(\tilde{s}|s)$ สิ่งที่เราเรียกว่ารายละเอียดสมการสมดุล(detailed balance equation)

$$\phi(s_k) t_k(\tilde{s}|s) = \phi(\tilde{s}_k) t_k(s|\tilde{s}) \tag{72}$$

ถ้า $\tilde{s}_k = s_k$ แสดงว่า (72) ไม่สำคัญ สมมติว่า $\tilde{s}_k \neq s_k$ นั่นคือ $\tilde{s}_k = \xi_k = \eta_k$ ใน (72) การเปลี่ยนแปลงที่แท้จริง PDF $t_k(\tilde{s}|s)$ จาก \tilde{s}_k ถึง $\tilde{s}_k \neq s_k$ จากข้อเสนอ PDF $q_k(\tilde{s}|s)$ เนื่องจากการยอมรับ-ปฏิเสธ ขั้นตอนที่ (72) มีส่วนร่วม เพื่อย้ายจาก s_k ถึง \tilde{s}_k เราไม่เพียงต้องการสร้าง

$\tilde{x}_k \sim q_k(\tilde{s}|s)$ แต่ยังยอมรับด้วยความน่าจะเป็น $\min\left\{1, \frac{\phi(\tilde{s}_k)}{\phi(s_k)}\right\}$ ดังนั้น,

$$t(\tilde{s}|s) = q_k(\tilde{s}|s) \min\left\{1, \frac{\phi(\tilde{s}_k)}{\phi(s_k)}\right\}, \tilde{s}_k \neq s_k \tag{73}$$

ใช้ (73) คุณ สมบัติสมมาตรของ PDF $q_k(\tilde{s}|s) = q_k(s|\tilde{s})$ และเอกลักษณ์

$$\min\left\{1, \frac{b}{a}\right\} = \min\left\{1, \frac{a}{b}\right\} \text{ สำหรับ } a, b > 0$$

$$\begin{aligned}
\phi(s_k) t_k(\tilde{s}|s) &= q_k(\tilde{s}_k|s_k) \phi(s_k) \min\left\{1, \frac{\phi(\tilde{s}_k)}{\phi(s_k)}\right\} \\
&= q_k(s_k|\tilde{s}_k) \phi(\tilde{s}_k) \min\left\{1, \frac{\phi(s_k)}{\phi(\tilde{s}_k)}\right\} \\
&= \phi(\tilde{s}_k) t_k(s_k|\tilde{s}_k)
\end{aligned} \tag{74}$$

และมีการกำหนดสมดุลโดยละเอียด (74) ส่วนที่เหลือเป็นการคำนวณที่ตรงไปตรงมา

$$\begin{aligned}
f(\tilde{s}) &= \frac{1}{P(F_1)} \int_{F_1} \prod_{k=1}^d \phi(\tilde{s}_k) t_k(s_k|\tilde{s}_k) ds \\
&= \frac{1}{P(F_1)} \prod_{k=1}^d \phi(\tilde{s}_k) \int_{F_1} t_k(s|\tilde{s}) ds = \pi(\tilde{x}|F_1)
\end{aligned} \tag{75}$$

เนื่องจากการเปลี่ยน PDF $t_k(\tilde{s}|s)$ รวมเข้าเป็น 1 และ $I_{F_1}(\tilde{s}) = 1$

หมายเหตุ แม้ความเป็นอิสระของตัวแปรอินพุตมีความสำคัญต่อการบังคับใช้ของ MMH และด้วยเหตุนี้สำหรับการจำลองเซตย่อยต้องการไม่กระจายเหมือนกัน กล่าวอีกนัยหนึ่ง PDF เขียนแทนด้วย $\pi(\cdot)$

สามารถมีรูปแบบทั่วไปมากขึ้น $\pi(x) = \prod_{k=1}^d \pi_k(s_k)$ โดยที่ $\pi_k(\cdot)$ คือการแจกแจงส่วนเพิ่มของ s_k ซึ่งไม่จำเป็นต้องเป็นแบบเกาส์เซียน ในเรื่องนี้กรณีนิพจน์สำหรับอัตราส่วนการยอมรับใน (67) ต้องถูกแทนที่ด้วย $r_k = \frac{\pi_k(\eta_k)}{\pi_k(s_k)}$.

2.9.3. การจำลองเซตย่อยที่ระดับเงื่อนไขที่สูงขึ้น

ให้ $s_0^{(1)}, \dots, s_0^{(np)} \sim \pi(\cdot | F_1)$ แล้วต้องทำอะไรจึงจะสร้างตัวอย่างที่เหลือ $(n - np)$ จาก $\pi(\cdot | F_1)$ กล่าวคือเริ่มจากแต่ละ $s_0^{(i)}, i = 1, \dots, np$ อัลกอริทึม SS สร้างลำดับของ $(1 - \frac{1}{p})$ ตัวอย่าง MCMC ใหม่ $s_0^{(i)} = s_{0,0}^{(i)} \rightarrow s_{0,1}^{(i)} \rightarrow \dots \rightarrow s_{0,1-\frac{1}{p}}^{(i)}$ ใช้การปรับปรุงกฎการเปลี่ยนผ่านของ Metropolis-Hastings ที่อธิบายข้างต้น เมื่อ $s_{0,j}^{(i)}$ ถูกสร้างขึ้น ตัวอย่างก่อนหน้า $s_{0,j-1}^{(i)}$ ใช้เป็นอินพุตสำหรับกฎการเปลี่ยน ลำดับ $s_{0,0}^{(i)}, s_{0,1}^{(i)}, \dots, s_{0,1-\frac{1}{p}}^{(i)}$ เรียกว่าห่วงโซ่มาร์คอฟกับการกระจายแบบคงที่ $\pi(\cdot | F_1)$ และ $s_{0,0}^{(i)} = s_0^{(i)}$ มักจะเรียกว่า "seed" ของกลุ่ม Markov chain

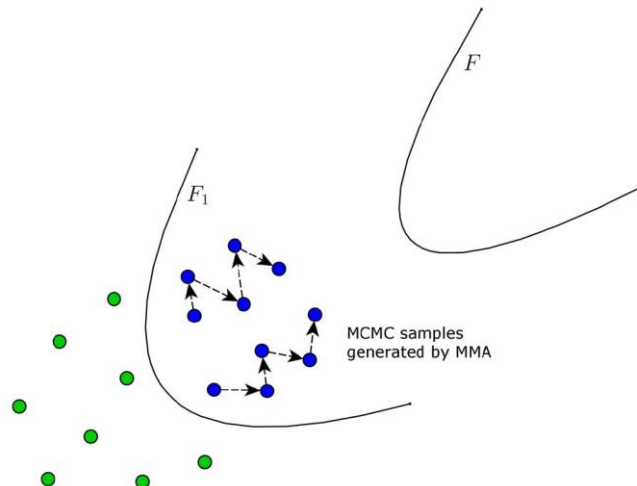


Figure 27 ตัวอย่าง MCMC ที่สร้างโดย Modified Metropolis-Hasting อัลกอริทึมที่ระดับเงื่อนไขแรกของการจำลองเซตย่อย

เพื่อลดความซับซ้อนของสัญญาณรบกวน แสดงตัวอย่าง $\{s_{0,j}^{(i)}\}_{j=0, \dots, 1-\frac{1}{p}}^{i=0, \dots, np}$ โดย $\{s_1^{(1)}, \dots, s_1^{(n)}\}$ ตัวอย่าง 1 หมายถึงที่ MCMC สุ่ม $s_1^{(1)}, \dots, s_1^{(n)} \sim \pi(\cdot | F_1)$ ถูกสร้างขึ้นที่ระดับเงื่อนไขแรกของ SS อัลกอริทึม ตัวอย่างเงื่อนไขเหล่านี้เป็นแบบแผนแสดงในรูปที่ 27 สมมติว่าสอดคล้องกันการตอบสนองของระบบ $y_1^{(1)} = g(s_1^{(1)}), \dots, y_1^{(n)} = g(s_1^{(n)})$ เป็นเรียงตามลำดับที่ลดลง กล่าวคือ $y_1^{(1)} \geq \dots \geq y_1^{(n)}$. หากเหตุการณ์ความล้มเหลว F มีน้อยเพียงพอ นั่นคือ p_F ค่อนข้างน้อยแล้วมี

โอกาสมากที่จะไม่มีตัวอย่าง $s_1^{(1)}, \dots, s_1^{(n)}$ เป็นของ F คือ $y_1^{(i)} < y^*$ สำหรับทุกค่า $i = 1, \dots, n$.
 อย่างไรก็ตาม ตัวอย่าง MCMC เหล่านี้สามารถใช้ในลักษณะเดียวกันกับตัวอย่างมอนติคาร์โล
 $s_0^{(1)}, \dots, s_0^{(n)}$ มีการใช้โดยการเปรียบเทียบกับตัวกลางสองตัวได้ค่าความล้มเหลว F_2 ดังนี้

$$F_2 = \{x : g(x) > y_2^*\} \quad (76)$$

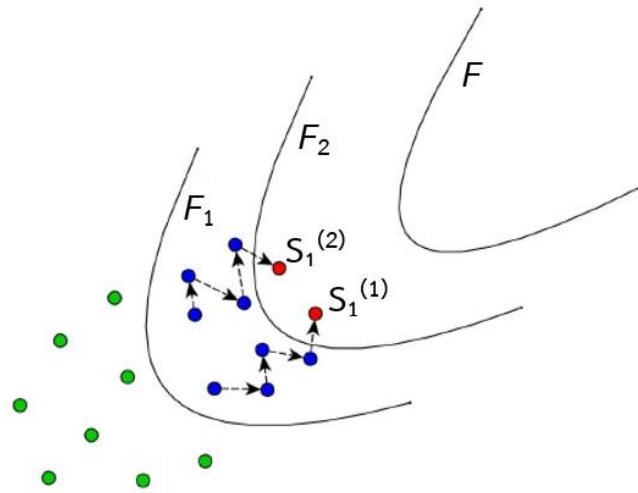


Figure 28 ระดับกลางที่กำหนดรอบที่ 2 ของโดเมนความล้มเหลวของ F_2 ในพารามิเตอร์ของ $n = 10, p = 0.2$ เพื่อให้ได้ $np = 2$ ของกลุ่มตัวอย่าง MCMC ใน $F_2, s_1^{(1)}, s_1^{(2)} \in F_2$

$$y_2^* = \frac{y_1^{(np)} + y_1^{(np+1)}}{2} \quad (77)$$

สังเกตว่า $y_2^* > y_1^*$ ตั้งแต่ $y_1^{(i)} > y_1^*$ สำหรับทุกค่า $i = 1, \dots, n$. ซึ่งหมายความว่า $F \subset F_2 \subset F_1$ ดังนั้น F_2 สามารถถูกมองว่าเป็นการประมาณจนถึง F ซึ่งยังคงหยาบอยู่ แต่แม่นยำกว่า F_1 รูปที่ 28 แสดงให้เห็นถึงที่ตั้งของ F_2 โดยการสร้าง ตัวอย่าง $s_1^{(1)}, \dots, s_1^{(np)}$ เป็นของ F_2 ในขณะที่ $s_1^{(np+1)}, \dots, s_1^{(n)}$ ไม่ทำต่อ ผลที่ตามมาค่าประมาณความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของ F_2 ที่ให้ F_1 ซึ่งอิงตามตัวอย่าง $s_1^{(1)}, \dots, s_1^{(n)} \sim \pi(\cdot | F_1)$ คือเท่ากับ p โดยอัตโนมัติ

$$P(F_2 | F_1) \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{F_2}(s_1^{(i)}) = p \quad (78)$$

ตั้งแต่ $F \subset F_2 \subset F_1$ ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข $\mathbb{P}(F | F_1)$ สามารถแสดงเป็นผลลัพธ์

$$\mathbb{P}(F | F_1) = \mathbb{P}(F_2 | F_1) \mathbb{P}(F | F_2) \quad (79)$$

(79) สามารถให้นิพจน์ต่อไปนี สำหรับความน่าจะเป็นของความล้มเหลว

$$p_F = \mathbb{P}(F_1)\mathbb{P}(F_2|F_1)\mathbb{P}(F|F_2) \quad (80)$$

ดังนั้น ในมุมมองของ (80) ปัญหาของการประมาณค่าตอนนี้ p_F ลดลงเพื่อประมาณความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข $\mathbb{P}(F|F_2)$

ในขั้นต่อไปอัลกอริทึมการจำลองเซตย่อย เต็ม F_2 โดยสร้างตัวอย่าง MCMC $s_2^{(1)}, \dots, s_2^{(n)}$ จาก $\pi(\cdot|F_2)$ โดยใช้อัลกอริทึม Modified Metropolis–Hasting ตัวกลางที่สามโดเมนความล้มเหลว $F_3 \subset F_2$ เช่นนั้น $\mathbb{P}(F_3|F_2) \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{F_3}(s_2^{(i)}) = p$ และลดปัญหาเดิมของการประเมินความน่าจะเป็นของความล้มเหลว p_F ที่จะประมาณค่าความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข $\mathbb{P}(F|F_3)$ โดยเป็นตัวแทน $p_F = \mathbb{P}(F_1)\mathbb{P}(F_2|F_1)\mathbb{P}(F_3|F_2)\mathbb{P}(F|F_3)$ อัลกอริทึมดำเนินการในลักษณะนี้จนโดเมนล้มเหลวเป้าหมาย F ถูกสุ่มตัวอย่างอย่างมีประสิทธิภาพเพื่อให้เงื่อนไขความน่าจะเป็น $\mathbb{P}(F|F_L)$ สามารถประมาณได้อย่างแม่นยำโดย $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_F(s_L^{(i)})$ โดยที่ F_L คือความล้มเหลวระดับกลาง L^{th} โดเมน และ $s_L^{(1)}, \dots, s_L^{(n)} \sim \pi(\cdot|F_L)$ คือ MCMC ตัวอย่างที่สร้างที่ระดับเงื่อนไข L^{th} เซตย่อยการจำลองสามารถมองได้ว่าเป็นวิธีการที่สลายตัวเหตุการณ์ความล้มเหลวที่หายากของ F เป็นลำดับของความก้าวหน้า "less-rare" เหตุการณ์ที่ซ้อนกัน $F \subset F_L \subset \dots \subset F_1$ โดยที่เหตุการณ์ความล้มเหลวระดับกลางทั้งหมด $F_1 \dots F_L$ ถูกสร้างขึ้นได้อย่างเหมาะสมโดยตามเกณฑ์ที่กำหนด $y_1^* < \dots < y_L^* < y^*$

2.9.4. ข้อกำหนดของการหยุดวงวน(stopping criterion)

ในสิ่งต่อไปนี เกณฑ์การหยุดสำหรับการจำลองเซตย่อยได้อธิบายไว้อย่างละเอียด ให้ $n_F(l)$ แทนตัวเลขของตัวอย่างความล้มเหลวที่ระดับ l^{th} นั่นคือ

$$n_F(l) = \sum_{i=1}^n I_F(s_l^{(i)}) \quad (81)$$

โดยที่ $s_l^{(1)}, \dots, s_l^{(n)} \sim \pi(\cdot|F_l)$ เนื่องจาก F เป็นเหตุการณ์ที่หายากเป็นไปได้มากที่ $n_F(l) = 0$ สำหรับเงื่อนไขสองสามข้อแรกระดับ เมื่อ l ใหญ่ขึ้น เริ่มเพิ่มขึ้นตั้งแต่ $n_F(l)$ ซึ่งใกล้เคียงกับ F_l จากข้างบน หดตัวใกล้กับ F โดยทั่วไป $n_F(l) \geq n_F(l-1)$ เนื่องจาก $F \subset F_l \subset \dots \subset F_{l-1}$ และ np ที่ใกล้เคียงที่สุดกับตัวอย่าง F ในหมู่ $s_{l-1}^{(1)}, \dots, s_{l-1}^{(n)}$ มีอยู่ใน $s_l^{(1)}, \dots, s_l^{(n)}$ แบบมีเงื่อนไขระดับ l ความน่าจะเป็นของความล้มเหลว p_F แสดงได้ดังนี้

$$p_F = \mathbb{P}(F_1)\mathbb{P}(F_2|F_1)\dots\mathbb{P}(F_l|F_{l-1})\mathbb{P}(F|F_l) \quad (82)$$

นอกจากนี้ ทางเลือกที่ปรับเปลี่ยนได้ของค่าวิกฤตระดับกลาง y_1^*, \dots, y_l^* รับประกัน l ครั้งแรกใน(82) สามารถประมาณเท่ากับ p ดังนี้

$$p_F \approx p^l \cdot \mathbb{P}(F|F_l) \quad (83)$$

เนื่องจากมีตัวอย่างความล้มเหลว $n_F(l)$ อยู่ที่ระดับ l^{th} การประมาณความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขสุดท้ายใน(83) ซึ่งอิงตามตัวอย่าง $s_l^{(1)}, \dots, s_l^{(n)} \sim \pi(\cdot|F_l)$ แสดงดังนี้

$$\mathbb{P}(F|F_l) \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_F(s_l^{(i)}) = \frac{n_F(l)}{n} \quad (84)$$

ถ้า $n_F(l)$ มีขนาดใหญ่พอสมควร เช่น เหตุการณ์ตามเงื่อนไข $(F|F_l)$ ไม่ได้หายาก ดังนั้นการประมาณการ (84) ค่อนข้างแม่นยำสิ่งนี้นำไปสู่เกณฑ์การหยุดดังต่อไปนี้

- ถ้า $\frac{n_F(l)}{n} \geq p$ นั่นคือมีอย่างน้อย np ตัวอย่างความล้มเหลวระหว่าง $s_l^{(1)}, \dots, s_l^{(n)}$ จากนั้น การจำลองเซตย่อยหยุด ระดับเงื่อนไขปัจจุบัน l กลายเป็นระดับสุดท้าย $L=l$ และการประมาณความน่าจะเป็นของความล้มเหลวมาจาก (83) และ (84) ได้ดังนี้

$$p_F \approx p_F^{ss} = p^L \frac{n_F(L)}{n} \quad (85)$$

- ถ้า $\frac{n_F(l)}{n} < p$ นั่นคือมีความล้มเหลวน้อยกว่า np ตัวอย่างระหว่าง $s_l^{(1)}, \dots, s_l^{(n)}$

อัลกอริทึมดำเนินการโดย ระดับกลางถัดไปโดเมนล้มเหลว $F_{l+1} = \{x : g(x) > y_{l+1}^*\}$ โดยที่ $y_{l+1}^{(1)} = (y_l^{(np)} + y_l^{(np+1)})/2$ และแสดง $\mathbb{P}(F|F_l)$ เป็นผลลัพธ์ $\mathbb{P}(F|F_l) = \mathbb{P}(F_{l+1}|F_l)\mathbb{P}(F|F_{l+1}) \approx p \cdot \mathbb{P}(F|F_{l+1})$

เกณฑ์การหยุดที่อธิบายไว้รับประกันว่าค่าประมาณของปัจจัยทั้งหมดในการแยกองค์ประกอบ $p_F = \mathbb{P}(F_1)\mathbb{P}(F_2|F_1)\dots\mathbb{P}(F_L|F_{L-1})\mathbb{P}(F|F_L)$ ไม่เล็กกว่า p แน่นอน

($p=0.1$ มักใช้งาน)แล้วมีแนวโน้มว่าค่าประมาณ $\mathbb{P}(F_1) \approx p, \mathbb{P}(F_2|F_1) \approx p, \dots, \mathbb{P}(F_L|F_{L-1}) \approx p$

และ $\mathbb{P}(F|F_L) \approx \frac{n_F(L)}{n} (\geq p)$ มีความแม่นยำแม้ในขณะที่ตัวอย่างขนาด n ค่อนข้างเล็ก ส่งผลให้

ค่า SS โดยประมาณ(85) ถูกต้องในกรณีนี้เช่นกัน สิ่งนี้อธิบายว่าเหตุใดการจำลองเซตย่อยจึงมีความสำคัญในการประมาณความน่าจะเป็นเล็กน้อยของเหตุการณ์ที่หายาก สำหรับรายละเอียดการประมาณค่าสำหรับวิธีSS

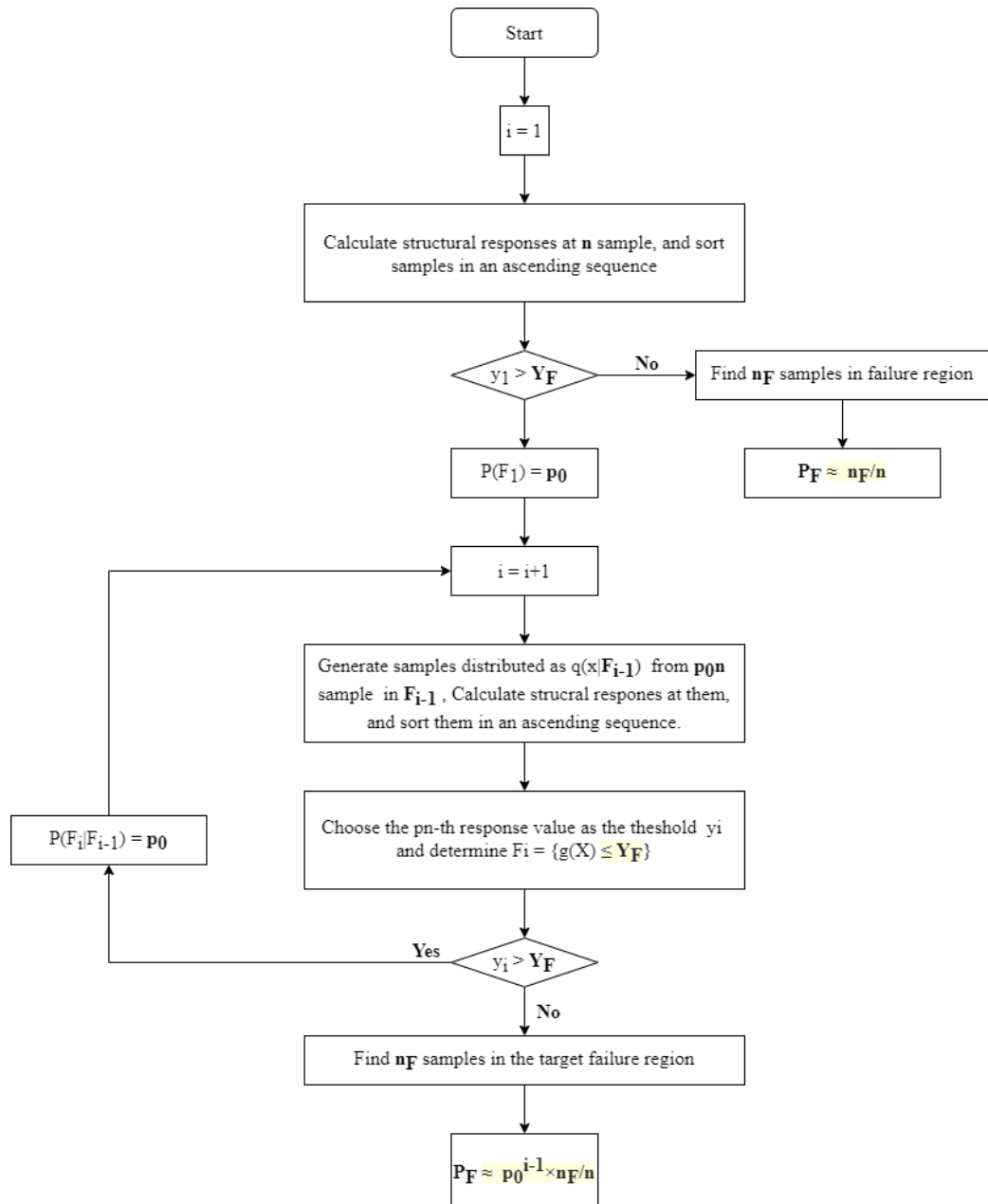


Figure 29 ผังงานของ SS ต้นฉบับสำหรับการตอบสนองด้วยการสุ่ม

2.9.5. รายละเอียดการใช้งาน(Implementation details)

ในส่วนที่เหลือของส่วนนี้ รายละเอียดการใช้งานของการจำลองเซตย่อยจะกล่าวถึง อัลกอริทึม SS มีองค์ประกอบสำคัญสองประการที่มีความสำคัญต่อบริบทต่างๆ พารามิเตอร์ p และ ชุดของ PDFs $\{q_k\}, k=1, \dots, d$

1) ระดับของความน่าจะเป็น (Level probability)

พารามิเตอร์ p เรียกว่าระดับของความน่าจะเป็นในและความน่าจะเป็นของความล้มเหลว

แบบมีเงื่อนไขในควมคุมอย่างไร โดเมนความล้มเหลวระดับกลางจำนวนมากจำเป็นต้องไปถึงโดเมน ล้มเหลวเป้าหมาย F ตามรูปแบบ ค่า p น้อยๆทำให้จำนวนเงื่อนไขทั้งหมดน้อยลงตามระดับของ L แต่ในขณะเดียวกันก็ส่งผลให้จำเป็นต้องมีตัวอย่างจำนวนมากในแต่ละเงื่อนไขระดับ l สำหรับการ กำหนด F ที่แม่นยำ (เช่น ค่ากำหนดของ y_i^*) และเป็นไปได้ $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_F(s_{l-1}^{(i)}) = p$ ในกรณีที่เกิดขึ้น ได้ยากเมื่อ $p < p_F$ ไม่จำเป็นต้องมีระดับโดย $L=0$ และการจำลองเซตย่อยลดลงเป็น Direct Monte Carlo ในทางกลับกัน การเพิ่มค่าของ p หมายความว่าต้องการตัวอย่างน้อยลงในแต่ละ เงื่อนไขระดับ แต่จะเพิ่มจำนวนรวมของระดับ L ทางเลือกของระดับความน่าจะเป็น p จึงเป็นการ แลกเปลี่ยนระหว่างจำนวนรวมของระดับ L และจำนวนตัวอย่าง n ในแต่ละระดับ โดยที่ค่า

สัมประสิทธิ์ของค่าประมาณ \hat{p}_F^{SS} ที่วิเคราะห์ F แล้วพบว่า $p=0.1$ คือค่าความน่าจะเป็นในแต่ละ ระดับมีค่าที่เหมาะสมที่สุด

2) ข้อเสนอของการแจกแจง(Proposal distributions)

ความฉลาดและความถูกต้องของการจำลองเซตย่อย ขึ้นอยู่กับชุดของข้อเสนอแบบไม่มีตัวแปร ของ PDFs $\{q_k\}, k=1, \dots, d$ ที่ใช้ในอัลกอริทึม Modified Metropolis–Hasting สำหรับการสุ่ม ตัวอย่างจากการแจกแจงแบบมีเงื่อนไข $\pi(\cdot|F_l)$ การศึกษาตัวอย่าง Monte Carlo $s_0^{(1)}, \dots, s_0^{(n)} \sim \pi(\cdot)$ ซึ่งก็คือตัวอย่าง MCMC $s_l^{(1)}, \dots, s_l^{(n)} \sim \pi(\cdot|F_l)$ คือไม่เป็นอิสระสำหรับ $l \geq 1$ เนื่องจากการเปลี่ยนผ่าน MMH ใช้กฎ $s_l^{(i)} \sim \pi(\cdot|F_l)$ เพื่อสร้าง $s_l^{(i+1)} \sim \pi(\cdot|F_l)$ ซึ่ง หมายความว่าแม้ว่าตัวอย่าง MCMC เหล่านี้สามารถใช้สำหรับการหาค่าเฉลี่ยทางสถิติเสมือนว่าเป็น ของค่าเฉลี่ยจะลดลง กล่าวคือจะมีความสัมพันธ์กันมากขึ้น $s_l^{(1)}, \dots, s_l^{(n)}$ คือ การบรรจบกันของ ค่าประมาณที่ช้ากว่าคือ $P(F_{l+1}|F_l) \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{l+1}(s_l^{(i)})$ และดังนั้นยังมีประสิทธิภาพน้อยเท่าไร ความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวอย่าง $s_l^{(1)}, \dots, s_l^{(n)}$ จะเกิดการสร้างตัวอย่างต่อไปเรื่อย ๆ $x_l^{(i+1)}$ จากเดิม $x_l^{(i)}$ ดังนั้นการเลือก $\{q_k\}$ จึงมีความสำคัญมาก

สังเกตได้ MMH คือไม่ไวต่อประเภทของข้อเสนอแบบ *PDFs* (การแจกแจงแบบเกาส์เซียน ฯลฯ) อย่างไรก็ตาม มันขึ้นอยู่กับกลุ่มตัวอย่างสำหรับการกระจาย (ความแปรปรวน) กลุ่มตัวอย่างที่กระจายตัวทั้งขนาดเล็กและขนาดใหญ่มีแนวโน้มเพื่อเพิ่มความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวอย่างที่ต่อเนื่องกัน การกระจายตัวของกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่อาจลดอัตราการยอมรับใน (67) ที่เพิ่มขึ้นของจำนวนตัวอย่าง MCMC ที่เกิดขึ้นในแต่ละรอบ ในทางกลับกันกลุ่มตัวอย่างที่เล็กการกระจายตัวอาจนำไปสู่อัตราการยอมรับ แต่ยังคงผลิตตัวอย่างที่มีความสัมพันธ์กันมากเนื่องจากอยู่ใกล้กัน ตามหลักการแพร่กระจายของ $\{q_k\}$, $k = 1, \dots, d$ สามารถนำมาได้เหมือนกัน ดังนั้น *PDFs* เป็นแบบเกาส์เซียนมาตรฐาน $\pi_k(s) = \phi(s)$ จากนั้นข้อเสนอ *PDFs* ทั้งหมดก็สามารถเป็นแบบเกาส์เซียน $q_k(s|s_k) = \phi(s - s_k)$ ตัวเลือกนี้ให้ความสมดุลระหว่างประสิทธิภาพและความเสถียรภาพ

นอกจากนี้ยังสามารถเลือกข้อเสนอ *PDFs* แบบปรับเปลี่ยน ซึ่งปัญหาของการปรับขนาดที่เหมาะสมที่สุดสำหรับอัลกอริทึม Modified Metropolis–Hasting ได้ศึกษาเพิ่มเติมรายละเอียด กลยุทธ์การปรับเปลี่ยนที่ทำได้ต่อไปนี้คือ กำหนดเงื่อนไขในแต่ละระดับ เลือกการกระจายตัวเพื่อให้อัตราการยอมรับที่เหมาะสมกันใน (67) อยู่ระหว่าง 30% ถึง 50% โดยทั่วไป การกระจายของกลุ่มตัวอย่างที่เหมาะสมในปัญหาต่างๆ ซึ่งงานส่วนใหญ่จะไปเน้นที่อัลกอริทึม MCMC เกือบทั้งหมด

2.10 การประมาณความล้มเหลวโดยใช้แบบจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo)

การจำลองแบบมอนติคาร์โลเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการคำนวณความน่าจะเป็นของผลลัพธ์ที่เฉพาะเจาะจงโดยการทดสอบแบบสุ่มหรือการสุ่มตัวอย่างสถานการณ์และตัวแปรที่หลากหลาย ครั้งแรกที่ใช้โดย Stanilaw Ulam นักคณิตศาสตร์ที่ทำงานในโครงการแมนฮัตตันในช่วงสงครามโลกครั้งที่สอง แบบจำลองนี้ทำให้นักวิเคราะห์ได้มีหนทางในการตัดสินใจที่ยากลำบากและแก้ปัญหาที่ซับซ้อนซึ่งมีความไม่แน่นอนหลายด้าน การตั้งชื่อตามริสเซอร์ที่มีชื่อเสียงในโมนาโก

การเลียนแบบทางสถิติ มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างเหตุการณ์จำลองขึ้นมาแทนเหตุการณ์จริงสำหรับทดสอบทางเลือกที่ได้ทำการวิเคราะห์จากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ เช่น ตัวแบบการตัดสินใจ เป็นต้น ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นตัวแบบที่เกี่ยวข้องกับค่าความน่าจะเป็นหรือเป็นตัวแบบทางสถิติ การเลียนแบบทางสถิตินี้จะเป็นเครื่องมือที่ช่วยพิสูจน์ว่า ทางเลือกที่ได้จากการตัดสินใจนั้นมีความเป็นไปได้มากน้อยเพียงใด ที่จะได้คำตอบที่ดีที่สุด การใช้การปฏิบัติงานจริง อาจจะใช้เวลานานเกินไปและไม่เป็นผลดีถ้าการตัดสินใจผิดพลาด การจำลองเหตุการณ์ ด้วยวิธีทางสถิติแบบมอนติคาร์โล จะมีความแม่นยำมากขึ้น ถ้าใช้จำนวนครั้งในการทดสอบจำนวนมาก การใช้เทคโนโลยีของการเขียนโปรแกรม

เพื่อช่วยจำลองเหตุการณ์ทางสถิติ ได้รับความนิยมสูง เนื่องจากสามารถกำหนดจำนวนครั้งในการทดสอบได้มากและทำงานได้รวดเร็ว นอกจากการประเมินผลของคอมพิวเตอร์มีความน่าเชื่อถือได้ ผลลัพธ์ที่ทำการคำนวณถูกต้องแม่นยำอีกด้วย

แบบจำลองมอลติคาร์โลสามารถประมาณค่าความล้มเหลวสำหรับกรณีศึกษาที่ Van¹, Do et al.)

$$P_f = \int_{\Omega} f(x) dx = \frac{1}{N_{MCS}} \sum_{i=1}^{N_{MCS}} [G_i(s, x_i) - \bar{z}] \quad (86)$$

เมื่อ N_{MCS} คือจำนวนการสุ่มตัวอย่างในขอบเขตที่กำหนด และ $[.]$ ดัชนีเชิงฟังก์ชันดังนี้

$$[G_i(s, x_i) - \bar{z}] = \begin{cases} 1, & \text{if } [G_i(s, x_i) - \bar{z}] \geq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (87)$$



บทที่ 3

การทำงานของโปรแกรม

3.1 กล่าวนำ

ในการทำงานของอัลกอริทึม SS-CLPSO จะมีการอธิบายการทำงานที่ละเอียดมากขึ้นโดยให้อัลกอริทึม CLPSO สามารถทำงานร่วมกับแบบจำลองเซตย่อย(SS) ให้มีประสิทธิภาพที่สุด

3.2 ตัวแปรที่ใช้ในการหาคำตอบที่เหมาะสม

กำหนดค่าข้อมูลยกตัวอย่างเบื้องต้นที่ใช้ในการออกแบบโครงถักหรือโครงข้อหมุนเหล็กตามตารางที่ 2 และมิติของโครงสร้างแสดงในรูปที่ 30

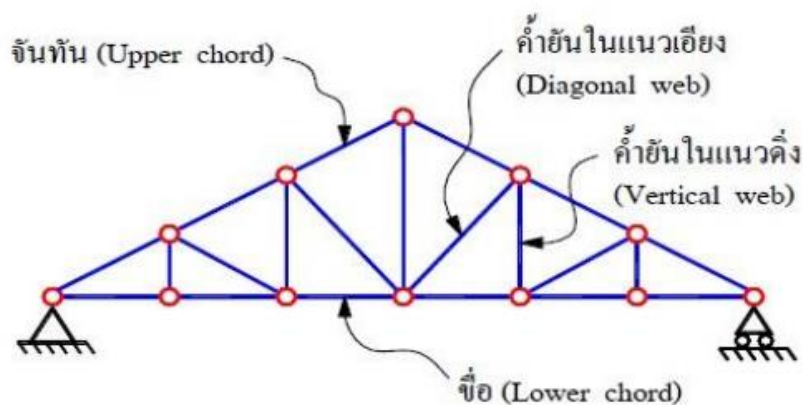


Figure 30 ส่วนประกอบของโครงสร้างโครงถัก

Table 2 ข้อมูลเริ่มต้น

คำอธิบาย	ตัวแปร	หน่วย
น้ำหนักบรรทุก	P	กิโลนิวตัน (kN)
มอดุลัสของยัง (Young's modulus)	E	จิกะปาสคาล(GPa)
ความยาวช่วงพาดของโครงข้อหมุน	L	เมตร (m.)
ค่าโก่งตัวของข้อหมุน	Δ	เมตร (m.)
ความน่าจะเป็นของความล้มเหลว	P_f	ไม่มีหน่วย
ความน่าจะเป็นของความล้มเหลวที่กำหนด	P_o	ไม่มีหน่วย

3.3 วิธีการทำงานของโปรแกรม

วิธี SS-CLPSO ในกรณีศึกษาสำหรับวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดของ RBDO ในสมการ (1) สรุปได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เริ่มต้นตัวแปรสุ่มตามสมการ RBDO ดังเดิม (1)

ขั้นตอนที่ 2 ดำเนินการเพิ่มประสิทธิภาพที่กำหนดโดยใช้อัลกอริทึม CLPSO เพื่อให้ได้โซลูชัน S_i สำหรับการออกแบบที่เหมาะสมที่สุด

ขั้นตอนที่ 3 นำ s_i เข้าสู่ SS โดยใช้ $s_i + N(0, \sigma)$ จำนวนตัวอย่าง n_c จำนวน และจำนวนรอบ n_s รอบ จากนั้นจัดเรียงผลลัพธ์ $G_0(s, X)$ ตามลำดับจากมากไปน้อยก่อน แล้วเก็บค่าที่ $G_0^{(nc)}(s, X)$ จากนั้นเลือกตัวอย่างมา n_c จำนวน เพื่อสร้างกลุ่มตัวอย่างในรอบถัดไป

ขั้นตอนที่ 4 กลุ่มตัวอย่างใหม่ต้องน้อยกว่า $G_0^{(nc)}(s, X)$ ด้วยจำนวนตัวอย่าง n_c จำนวน และจำนวนรอบ n_s รอบ จากนั้นเรียงลำดับผลลัพธ์ $G_1(s, X)$ ตามลำดับจากน้อยไปมากก่อน แล้วเก็บค่า $G_1^{(nc)}(s, X)$ จากนั้นเลือกมา n_c จำนวน แล้วคำนวณ P_{f1} โดยใช้แบบจำลองมอดิคาริโอ MCS ในสมการ(86) (ถ้า $P_{f1} > P_a$ สำหรับของ $G_1^{(nc)}(s, X)$ ให้ทำซ้ำเหมือนขั้นตอนที่ 4) จนกว่า $P_{fi} < P_a$ ก็จะได้ค่า $X_{MPP} = G_i^{(nc)}(s, X)$ (ในรอบที่ i)

ขั้นตอนที่ 5 นำ X_{MPP} มาทำซ้ำในขั้นตอนที่ 2 ถึง 5 ถ้าหากความน่าจะเป็นของความล้มเหลวโดยประมาณ P_{fi} (ในแต่ละระดับของ l) ลู่เข้าหา P_a ให้มากที่สุดก็เป็นการสิ้นสุดของโปรแกรม

โดยที่ $n_c = n \times p$ คือจำนวนของกลุ่มตัวอย่างของ Markov chains (number of Markov chains)

$n_s = n / n_c$ จำนวนสถานะในแต่ละรอบ (number of states in each chain)

n คือจำนวนตัวอย่างของแต่ละระดับ (number of samples per level)

$p = [0.1, 0.2]$ คือความน่าจะเป็นของแต่ละระดับ (level probability)

และ $N(0, \sigma)$ คือค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 , ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ σ

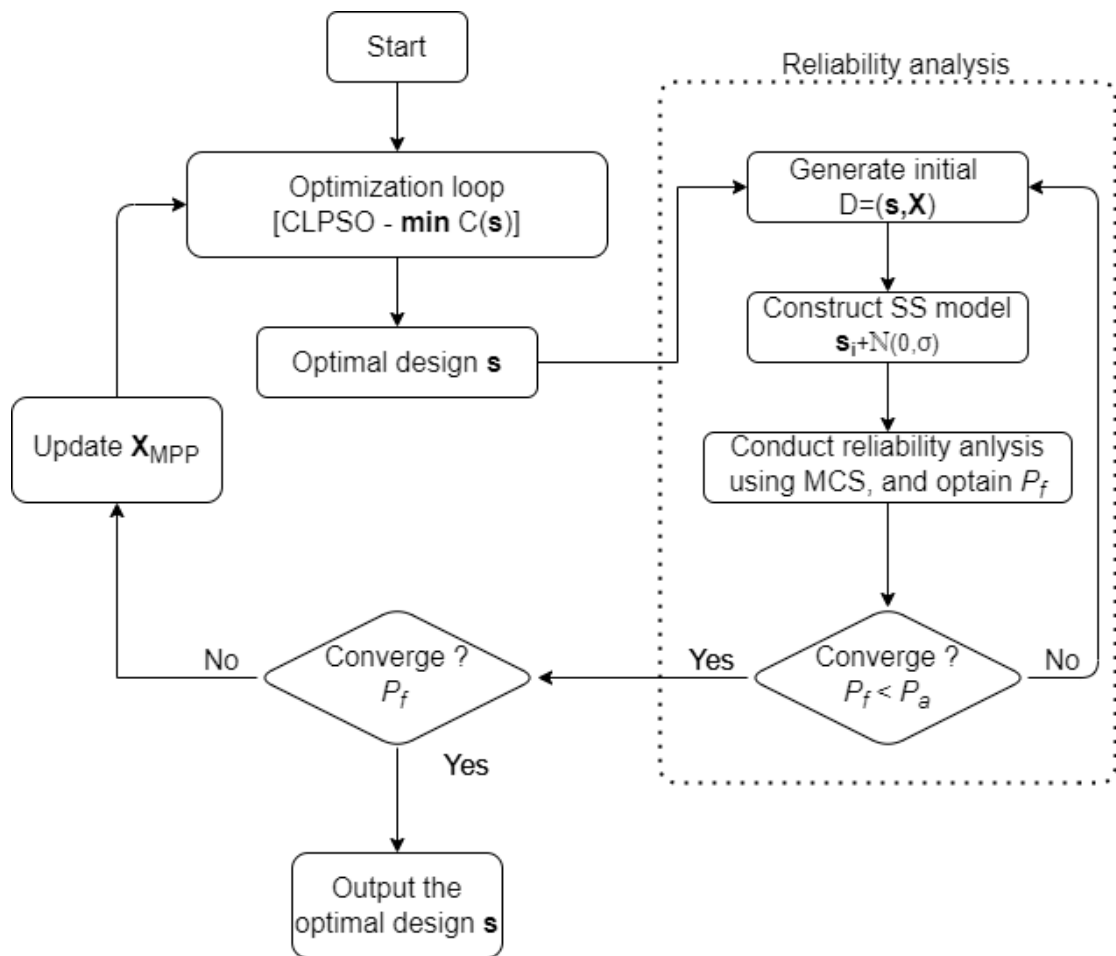


Figure 31 ววนแสดงการทำงานของ SS-CLPSO

บทที่ 4

ตัวอย่างการคำนวณออกแบบและกรณีศึกษา

4.1. กล่าวนำ

ในกรณีศึกษาการออกแบบของโครงสร้างต่างๆ ผู้วิจัยได้เลือกโครงสร้างถักข้อหมุนของเหล็กในตัวอย่างที่ 1-2 และตัวอย่างสุดท้ายโครงสร้างเฟรมของเหล็ก เพื่อทดสอบอัลกอริทึม SS-CLPSO

4.2. ตัวอย่างที่ 1

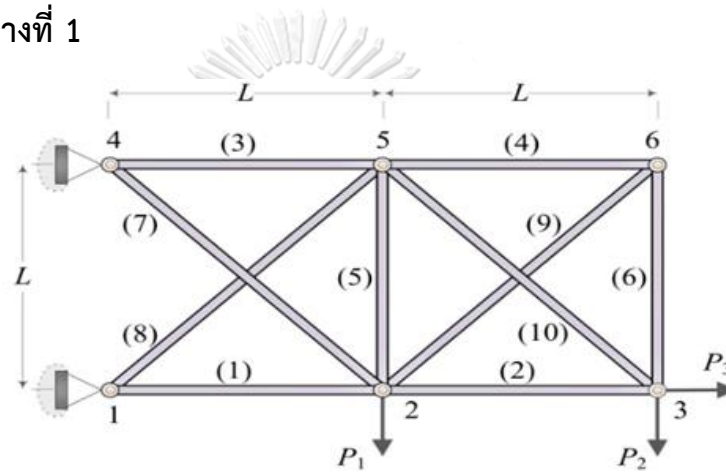


Figure 32 โครงสร้างโครงถัก 10 ชิ้นส่วน

โครงถักหรือโครงข้อหมุน (truss) 10 ชิ้นส่วนประกอบ ในรูปที่ 32 ได้รับการพิจารณา ปัญหา RBDO ในสมการ (1) ถูกกำหนดขึ้น พื้นที่หน้าตัดใช้ตัวแปรการออกแบบ กล่าวคือ $s=[s_1, \dots, s_{10}]^T$ โดยที่ตัวแปรแต่ละตัวภายในช่วงที่กำหนด เช่น $s_i \in [1, 20] \times 10^{-4} \text{ m}^2$. ความไม่แน่นอนที่แท้จริงของน้ำหนักบรรทุกภายนอก (P_1, P_2 และ P_3) โมดูลัสของยัง (E) และความยาว (L) ที่เกิดขึ้นพร้อมกัน ตัวแปรสุ่มคือ $x=[P_1, P_2, P_3, E, L]^T$ โดยมีคุณสมบัติความน่าจะเป็นที่แสดงในตารางที่ 3 การกระจัดในแนวตั้งที่ข้อต่อ 3 ซึ่งแสดงเป็น Δ_3 ใช้เป็นตัวชี้วัดประสิทธิภาพการตอบสนองของโครงสร้าง ($y = -\Delta_3$) เมื่อมีการตรวจสอบความน่าจะเป็นแล้วมีค่าเกินที่กำหนดของ $\bar{z} = 4 \times 10^{-3}$ ม. และมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ $P_a = 6.21 \times 10^{-3}$ ตามที่กำหนดไว้ ดังนั้น RBDO สมการจำเพาะ (1) เขียนได้ดังนี้ (Do, Ohsaki et al. 2021)

$$\begin{aligned} \min C(s) &= \sum_{i=1}^{10} s_i \\ \text{s.t. } P[G(s,x) + 4 \times 10^{-3} \leq 0] - 6.21 \times 10^{-3} &\leq 0 \\ s_i &\in [1, 20] \times 10^{-4} \quad i = 1, \dots, 10 \\ G(s,x) &= -\Delta_3 \end{aligned} \quad (88)$$

Table 3 พารามิเตอร์สำหรับตัวแปรของความน่าจะเป็นตัวอย่างที่ 1

ตัวแปร	รูปแบบการกระจายตัว	ค่าเฉลี่ย	ค่าสัมประสิทธิ์ของความแปรปรวน
P_1 [kN]	ปกติ (normal)	60	0.20
P_2 [kN]	ปกติ (normal)	40	0.20
P_3 [kN]	ปกติ (normal)	10	0.20
E [GPa]	ปกติ (normal)	200	0.10
L [m]	ปกติ (normal)	1	0.05

ในตัวอย่างแรก ตัวแปรสุ่มเริ่มต้นถูกกำหนดให้ใช้ค่ากลางที่ให้ไว้ในตารางที่ 3 ตัวกำหนดของปัญหาในสมการ (88) ได้รับการแก้ไขโดยใช้อัลกอริทึม CLPSO พารามิเตอร์ที่ใช้มีดังนี้ จำนวนประชากรอนุภาคทั้งหมดของ $N_p = 30$ $c = 1.5$ ตัวถ่วงน้ำหนักของ w ลดลงเชิงเส้นจาก 0.9 เป็น 0.4 และกำหนดจำนวนการวนซ้ำสูงสุด $\max_gen = 1,000$ ครั้งต่อกลุ่มอนุภาคในแต่ละรอบ พารามิเตอร์ที่ใช้ในแบบจำลองเซตย่อยได้แก่ จำนวนกลุ่มตัวอย่างแต่ละระดับ (sample per level) $n = 1,000$ ความน่าจะเป็นของแต่ละระดับ (level probability) $p = 0.1$ จำนวนของกลุ่มตัวอย่างของ Markov chains (number of Markov chains) $n_c = n \times p = 100$ ตัวอย่าง จำนวนรอบสถานะในแต่ละรอบ (number of states in each chain) $n_s = n / n_c = 10$ รอบ และ $N(0, 0.525)$ คือค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $5\% \left((1+20)/2 \right) = 0.525$

ผลลัพธ์จากการคำนวณโดยอัลกอริทึม CLPSO ภายใต้ข้อกำหนดของความแน่นอนในกรณีศึกษานี้จะให้ค่า s จากนั้นก็นำเข้าสู่แบบจำลองเซตย่อย SS เพื่อคำนวณข้อกำหนดความไม่แน่นอนโดยการหาความน่าจะเป็นของความล้มเหลว ในกรณีศึกษานี้ได้ออกแบบการคำนวณโดยใช้ CLPSO ในการหาค่าออกแบบที่ดีที่สุดภายใต้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในสมการ จากนั้นนำค่าที่ออกแบบคือ s เข้าแบบจำลองเซตย่อย SS แล้วสร้างกลุ่มตัวอย่างใหม่ โดยกลุ่มตัวอย่างนั้นจะมีการสร้างตาม

ค่ากลางที่กำหนด $G_i^{(nc)}(s, X)$ และคำนวณการประมาณความน่าจะเป็นของความล้มเหลว P_f ด้วยแบบจำลองมอดิฟายด์โลในสมการ(86) เพื่อตรวจสอบว่า $P_f < P_a$ หรือไม่ ถ้าใช่ก็จะมีการอัปเดต $X_{MPP} = G_i^{(nc)}(s, X)$ เพื่อส่งค่าไปให้อัลกอริทึม CLPSO คำนวณค่าการออกแบบ s ก็จะเกิดวงวนซ้ำไปเรื่อย ๆ โดยโปรแกรมจะหยุดทำงานก็ต่อเมื่อ P_f มีค่าต่ำกว่า P_a ให้มากที่สุด ในการณศึกษาในตัวอย่างที่ 1 ได้ผลลัพธ์ $P_f = 6.11 \times 10^{-3}$ ($P_a = 6.21 \times 10^{-3}$, $N_{MSC} = 10^6$ ตัวอย่าง) ซึ่งให้ผลลัพธ์ที่ดีมาก โดยมีค่าความคาดเคลื่อน $\mathbf{E} = 1.61\%$ และค่าต่ำสุดของฟังก์ชันประสิทธิผล $C(s)$ คือ $61.055 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ในส่วนของโปรแกรมที่ใช้สำหรับประมวลผลคือไพทอน ใช้คอมพิวเตอร์ RYZEN 7 4800 HS CPU @ 2.9 GHz และ 16 GB RAM

4.3. ตัวอย่างที่ 2

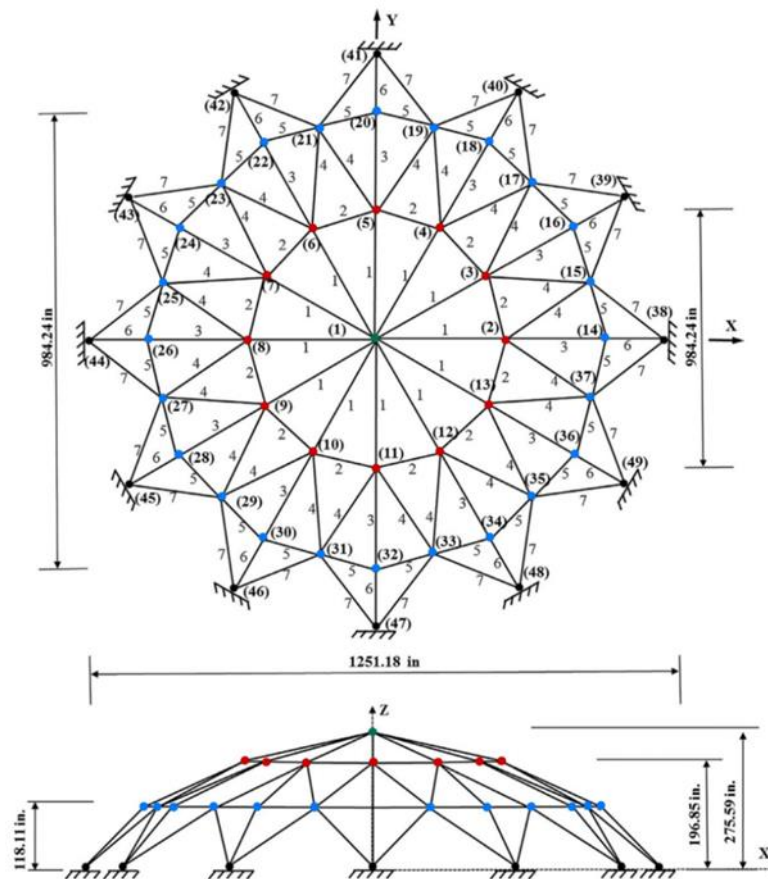


Figure 33 โครงสร้างโครงถัก 120 ชิ้นส่วน

โครงถักโดมหรือโครงข้อหมุน (truss) 120 ชิ้นส่วนประกอบ ในรูปที่ 33 ได้รับการพิจารณา ปัญหา RBDO ในสมการ (1) ถูกกำหนดขึ้น พื้นที่หน้าตัดใช้ตัวแปรการออกแบบ กล่าวคือ $s=[s_1, \dots, s_7]^T$ โดยที่ตัวแปรแต่ละตัวภายในช่วงที่กำหนด เช่น $s_j \in [0.775, 20]$ นิ้ว². ความไม่แน่นอนที่แท้จริงของน้ำหนักบรรทุกภายนอก (F_1, F_2 และ F_3) และโมดูลัสของยัง (E) ที่เกิดขึ้นพร้อมกัน ตัวแปรสุ่มคือ $x=[F_1, F_2, F_3, E]^T$ โดยมีคุณสมบัติความน่าจะเป็นที่แสดงในตารางที่ 4 การกระจัดในแนวแกน z ซึ่งแสดงเป็น Δ_z ใช้เป็นตัวชี้วัดประสิทธิภาพการตอบสนองของโครงสร้าง ($G(s, x) = -\Delta_z$) เมื่อมีการตรวจสอบความน่าจะเป็นแล้วมีค่าเกินตามที่กำหนดของ $\bar{z} = 0.1969$ นิ้ว. และมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ $P_a = 0.001349$ ตามที่กำหนดไว้ ดังนั้น RBDO สมการจำเพาะ (1) เขียนได้ดังนี้ (Ho-Huu, Nguyen-Thoi et al. 2016)

$$\begin{aligned} \min \mathbf{Wt}(s_i) &= \sum_{i=1}^{120} \left(\sum_{j=1}^7 s_j \rho_j \right) l_i \\ s.t. \mathbb{P}[G(s, x) + 0.1969 \leq 0] - (P_a = 0.00134) &\leq 0 \\ s_j &\in [0.775, 20] \quad j = 1, \dots, 7 \\ G(s, x) &= -\Delta_z \end{aligned} \quad (89)$$

Table 4 พารามิเตอร์สำหรับตัวแปรของความน่าจะเป็นตัวอย่างที่ 2

พารามิเตอร์	ค่าเฉลี่ย	สัมประสิทธิ์ความแปรผัน
● Fz1 ของข้อต่อที่ 1	13.49 kips	0.05
● Fz2 ของข้อต่อที่ 2 ถึง 13	6.744 kips	0.05
● Fz3 ของข้อต่อที่ 14 ถึง 37	2.248 kips	0.05
E	30,4500 kips	0.05
F_y	58 kips	-
ρ	0.288 lb/in ³	-

ในตัวอย่างที่สอง ตัวแปรสุ่มเริ่มต้นถูกกำหนดให้ใช้ค่ากลางที่ให้ไว้ในตารางที่ 4 ตัวกำหนดของปัญหาในสมการ (89) ได้รับการแก้ไขโดยใช้อัลกอริทึม CLPSO พารามิเตอร์ที่ใช้มีดังนี้ จำนวนประชากรอนุภาคทั้งหมดของ $N_p = 30$ $c = 1.5$ ตัวถ่วงน้ำหนักของ w ลดลงเชิงเส้นจาก 0.9 เป็น 0.4 และกำหนดจำนวนการวนซ้ำสูงสุด $\max_gen = 1,000$ ครั้งต่อกลุ่มอนุภาคในแต่ละรอบ พารามิเตอร์ที่ใช้ในแบบจำลองเซตย่อยได้แก่ จำนวนกลุ่มตัวอย่างแต่ละระดับ (sample per level) $n = 1,000$ ความน่าจะเป็นของแต่ละระดับ (level probability) $p = 0.1$ จำนวนของกลุ่มตัวอย่างของ Markov chains (number of Markov chains) $n_c = n \times p = 100$ ตัวอย่าง จำนวนรอบ

สถานะในแต่ละรอบ (number of states in each chain) $n_s = n/n_c = 10$ รอบ และ $N(0, 0.519)$ คือค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $5\% \left(\frac{0.775 + 20}{2} \right) = 0.519$

ผลลัพธ์จากการคำนวณโดยอัลกอริทึม CLPSO ภายใต้ข้อกำหนดของความแน่นอนในกรณีศึกษาจะให้ค่า s จากนั้นก็นำเข้าสู่แบบจำลองเซตย่อย SS เพื่อคำนวณข้อกำหนดความไม่แน่นอนโดยการหาความน่าจะเป็นของความล้มเหลว ในกรณีศึกษาได้ออกแบบการคำนวณโดยใช้ CLPSO ในการหาค่าออกแบบที่ดีที่สุดภายใต้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในสมการ(89) จากนั้นนำค่าที่ออกแบบคือ s เข้าแบบจำลองเซตย่อย SS แล้วสร้างกลุ่มตัวอย่างใหม่ โดยกลุ่มตัวอย่างนั้นจะมีการสร้างตามค่ากลางที่กำหนด $G_i^{(nc)}(s, X)$ และคำนวณการประมาณความน่าจะเป็นของความล้มเหลว P_f ด้วยแบบจำลองมอดิฟายในสมการ(86) เพื่อตรวจสอบว่า $P_f < P_a$ หรือไม่ ถ้าใช่ก็จะมี การอัปเดต $X_{MPP} = G_i^{(nc)}(s, X)$ เพื่อส่งค่าไปให้อัลกอริทึม CLPSO คำนวณค่าการออกแบบ s ก็ จะเกิดวนซ้ำไปเรื่อย ๆ โดยโปรแกรมจะหยุดทำงานก็ต่อเมื่อ P_f มีค่าคู่เข้าหา P_a ให้มากที่สุด ใน การกรณีศึกษาในตัวอย่างที่ 2 ได้ผลลัพธ์ $P_f = 0.00124$ ($P_a = 0.001349$, $N_{MSC} = 10^6$ ตัวอย่าง) ซึ่งให้ ผลลัพธ์ที่ดีมาก โดยมีค่าความคาดเคลื่อน $\epsilon = 8.08\%$ และค่าต่ำสุดของฟังก์ชันประสิทธิผล $Wt(s)$ คือ 39,526.68 ปอนด์

4.4. ตัวอย่างที่ 3

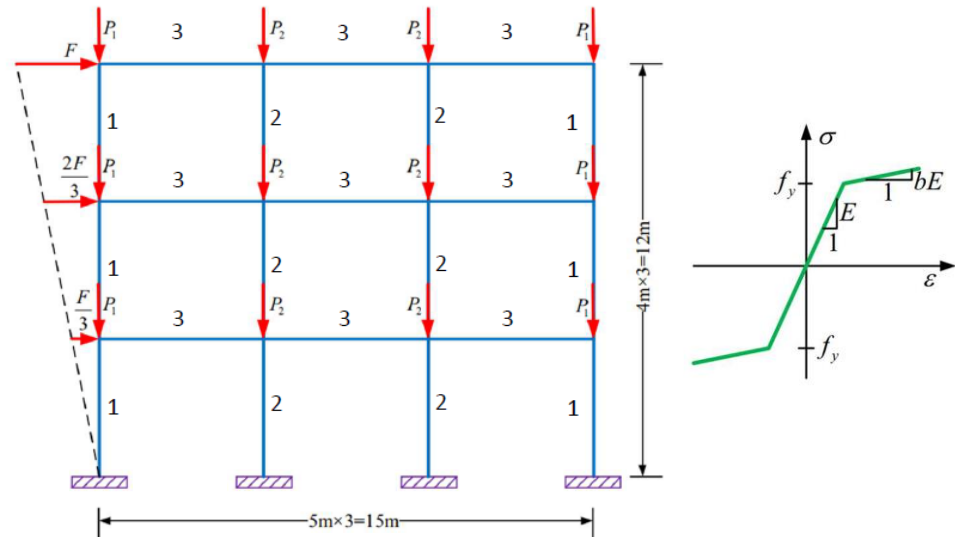
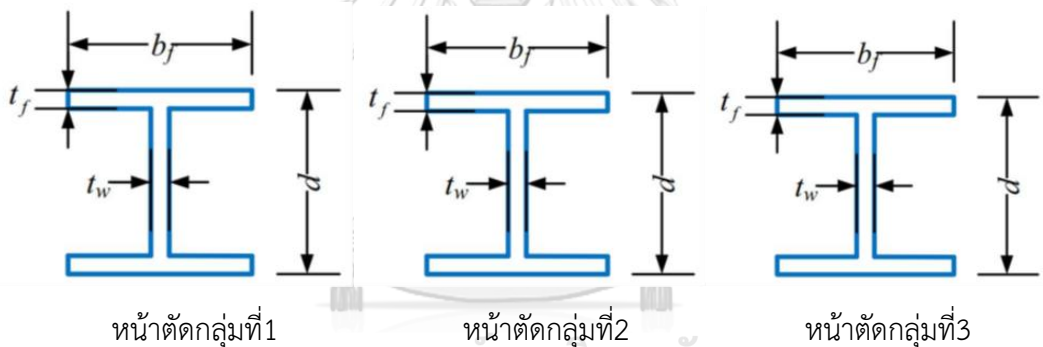


Figure 34 โครงสร้างของเหล็กสามชั้นสามแถว



โครงสร้างของเหล็กสามชั้นสามแถวโดยได้วิเคราะห์แบบ Displacement-based finite element ซึ่งในแต่ละชั้นส่วนขอโครงสร้างเหล็กจะพิจารณาให้เกิดพลาสติกตลอดความยาว หน้าตัดเป็นรูปตัวไอของชั้นส่วนจะพิจารณาเป็นแบบเส้นใยหลายๆ ชั้น ส่วนพฤติกรรมความเค้น-ความเครียดของเส้นใยเหล็กแต่ละเส้นแสดงด้วยแบบจำลองวัสดุแกนเดียว นอกจากนี้ได้พิจารณาผลของ P-Delta อีกด้วย

โครงเฟรม (frame) 21 ชั้นส่วนประกอบ ในรูปที่ 34 ได้รับการพิจารณาปัญหา RBDO ในสมการ (1) ถูกกำหนดขึ้น พื้นที่หน้าตัดใช้ตัวแปรการออกแบบ กล่าวคือ

$$s = \{d_i, tw_i, bf_i, tf_i\}, i = 1, \dots, 3$$

โดยที่ตัวแปรแต่ละตัวภายในช่วงที่กำหนด

$$d_i \in [200,300] \times 10^{-3} \text{ m.}, tw_i \in [16, 20] \times 10^{-3} \text{ m.},$$

$$bf_i \in [200,300] \times 10^{-3} \text{ m.}, tf_i \in [16, 20] \times 10^{-3} \text{ m.}, i = 1, \dots, 3$$

ความไม่แน่นอนที่แท้จริงของน้ำหนักบรรทุกภายนอก (P1, P2 และ F) โมดูลัสของยัง (E) ค่าต้านแรงดึงจุดคราก (f_y) และความชันที่ 2 ของกราฟความเค้น-ความเครียด (b) ที่เกิดขึ้นพร้อมกัน ตัวแปรสุ่มคือ $x = [E_{1,2,3}, f_{y1,2,3}, b_{1,2,3}, P1, P2, F]^T$ โดยมีคุณสมบัติความน่าจะเป็นที่แสดงในตารางที่ 5 การกระจายด้านข้างที่จุดบนสุดในแนวแกน x ซึ่งแสดงเป็น Δ_{\rightarrow} ใช้เป็นตัวชี้วัดประสิทธิภาพการตอบสนองของโครงสร้าง ($G(s, x) = -\Delta_{\rightarrow}$) เมื่อมีการตรวจสอบความน่าจะเป็นแล้วมีค่าเกินตามที่กำหนดของ $\bar{z} = 0.08$ เมตร. และมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ $P_a = 0.001349$ ตามที่กำหนดไว้ ดังนั้น RBDO สมการจำเพาะ (1) เขียนได้ดังนี้ (Xu and Dang 2019)

$$Cost(s_i) = \sum_{i=1}^3 [(d_i - 2 \cdot tf_i) \cdot tw_i + 2 \cdot bf_i \cdot tf_i]$$

$$\min C(s)$$

s.t.

$$\mathbb{P}[G(s, x) + 0.08 \mathbf{m.} \leq 0] - P_a \leq 0$$

$$x = [E_i, Fy_i, b_i, P_1, P_2, F], i = 1, \dots, 3$$

$$s = \{d_i, tw_i, bf_i, tf_i\}, i = 1, \dots, 3$$

with :

$$d_i \in [200,300] \times 10^{-3} \text{ m.}, i = 1, \dots, 3$$

$$tw_i \in [16, 20] \times 10^{-3} \text{ m.}, i = 1, \dots, 3$$

$$bf_i \in [200,300] \times 10^{-3} \text{ m.}, i = 1, \dots, 3$$

$$tf_i \in [16, 20] \times 10^{-3} \text{ m.}, i = 1, \dots, 3$$

$$G(s, x) = -\Delta_{\rightarrow} (\text{m.}, \text{Inter-story drift}),$$

$$P_a = 0.001349 (\beta = 3)$$

(90)

Table 5 พารามิเตอร์สำหรับตัวแปรของความน่าจะเป็นตัวอย่างที่ 3

พารามิเตอร์	ชื่อตัวแปร	รูปแบบการกระจาย	ค่าเฉลี่ย	สัมประสิทธิ์ความแปรผัน
E_1 to E_3	Elastic modulus	Lognormal	206 GPa	0.10
f_{y1} to f_{y3}	Yield strength	Lognormal	360	0.10

			N/mm ²	
b ₁ to b ₃	Second slope	Lognormal	0.02	0.05
	Stiffness ratio			
P1	Gravity load	Lognormal	50kN	0.15
P2	Gravity load	Lognormal	100kN	0.15
F	Lateral load	Lognormal	300kN	0.20

ในตัวอย่างสุดท้าย ตัวแปรสุ่มเริ่มต้นถูกกำหนดให้ใช้ค่ากลางที่ให้ไว้ในตารางที่ 5 ตัวกำหนดของปัญหาในสมการ(90) ได้รับการแก้ไขโดยใช้อัลกอริทึม CLPSO พารามิเตอร์ที่ใช้มีดังนี้ จำนวนประชากรอนุภาคทั้งหมดของ $N_p = 30$ $c = 1.5$ ตัวถ่วงน้ำหนักของ w ลดลงเชิงเส้นจาก 0.9 เป็น 0.4 และกำหนดจำนวนการวนซ้ำสูงสุด $\max_gen = 1,000$ ครั้งต่อกลุ่มอนุภาคในแต่ละรอบ พารามิเตอร์ที่ใช้ในแบบจำลองเซตย่อยได้แก่ จำนวนกลุ่มตัวอย่างแต่ละระดับ (sample per level) $n = 1,000$ ความน่าจะเป็นของแต่ละระดับ (level probability) $p = 0.1$ จำนวนของกลุ่มตัวอย่างของ Markov chains (number of Markov chains) $n_c = n \times p = 100$ ตัวอย่าง จำนวนรอบสถานะในแต่ละรอบ (number of states in each chain) $n_s = n / n_c = 10$ รอบ และ $N(0, \sigma)$ คือค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5% ของค่ากลาง

ผลลัพธ์จากการคำนวณโดยอัลกอริทึม CLPSO ภายใต้ข้อกำหนดของความแน่นอนในกรณีศึกษาจะให้ค่า s จากนั้นก็นำเข้าสู่แบบจำลองเซตย่อย SS เพื่อคำนวณข้อกำหนดความไม่แน่นอนโดยการหาความน่าจะเป็นของความล้มเหลว ในกรณีศึกษาได้ออกแบบการคำนวณโดยใช้ CLPSO ในการหาค่าออกแบบที่ดีที่สุดภายใต้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในสมการ(90) จากนั้นนำค่าที่ออกแบบคือ s เข้าแบบจำลองเซตย่อย SS แล้วสร้างกลุ่มตัวอย่างใหม่ โดยกลุ่มตัวอย่างนั้นจะมีการสร้างตามค่ากลางที่กำหนด $G_i^{(nc)}(s, X)$ และคำนวณการประมาณความน่าจะเป็นของความล้มเหลว P_f ด้วยแบบจำลองมอดิคาร์โลในสมการ(86) เพื่อตรวจสอบว่า $P_f < P_a$ หรือไม่ ถ้าใช่ก็จะมี การอัปเดต $X_{MPP} = G_i^{(nc)}(s, X)$ เพื่อส่งค่าไปให้อัลกอริทึม CLPSO คำนวณค่าการออกแบบ s ก็ จะเกิดวนซ้ำไปเรื่อย ๆ โดยโปรแกรมจะหยุดทำงานก็ต่อเมื่อ P_f มีค่าลู่เข้าหา P_a ให้มากที่สุด ใน การกรณีศึกษาในตัวอย่างที่ 3 ได้ผลลัพธ์ $P_f = 0.0013$ ($P_a = 0.001349$, $N_{MSC} = 10^5$ ตัวอย่าง) ซึ่งให้ ผลลัพธ์ที่ดีมาก โดยมีค่าความคาดเคลื่อน $\epsilon = 3.63\%$ และค่าต่ำสุดของฟังก์ชันประสิทธิผล $C(s)$ คือ 0.0336 m^2 .

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย

5.1. ผลที่ได้จากการวิจัยของตัวอย่างที่ 1

Table 6 การเปรียบเทียบผลการเพิ่มประสิทธิภาพสำหรับวิธีการวิเคราะห์ต่างๆของตัวอย่างที่1

ตัวแปรสำหรับการ ออกแบบ	FEA - FORM (Zhao and Qiu 2013)	RSM2- FORM- MCS (Zhao and Qiu 2013)	PSA- ISAP (Ghase mi, Camp et al. 2019)	MGP-SA (Do, Ohsaki et al. 2021)	GPR- CLPSO (Van ¹ , Do et al.)	SS- CLPSO N(0,10%)	SS- CLPSO N (0,5%)
s_1	10.493	10.705	10.482	10.333	10.635	9.924	10.450
s_2	5.772	5.914	4.421	5.371	5.589	5.750	5.490
s_3	14.098	14.424	15.685	13.579	13.481	13.845	13.788
s_4	1.000	1.000	1.089	1.000	1.000	1.082	1.000
s_5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.030	1.000
s_6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.006	1.173
s_7	5.460	5.531	7.851	6.418	5.883	5.913	5.959
s_8	11.586	11.853	10.048	11.273	11.149	11.165	10.486
s_9	1.000	1.000	1.121	1.000	1.000	1.042	1.209
s_{10}	10.958	11.223	9.650	10.508	10.555	10.186	10.496
$C(s) [\times 10^{-4} \text{ m}^2]$	62.367	63.649	62.347	61.482	61.293	60.943	61.055
จำนวนรอบการแทนค่า	2,240	1,904	524	20,000	225+15	4 รอบ	2 รอบ
เวลาการคำนวณ [s]	-	-	-	3,208	2,213	3,500	3,600
$P[G(s, x) - \bar{z} \leq 0]$ $\times 10^{-3}$	8.51	6.19	6.19	4.34	5.43	2.98	5.76
$P_f(\text{MCS}) \times 10^{-3}$	3.59	5.86	5.72	5.25	5.22	6.07	6.11
ϵ (ค่าคาดเคลื่อน)	42.19%	5.64 %	7.89%	15.46%	15.94%	2.25%	1.61%

4 รอบ = 10,000 ^{SS} ตัวอย่าง + 4,000 ^{CLPSO} วงวน, 2 รอบ = 13,000 ^{SS} ตัวอย่าง + 2,000 ^{CLPSO} วงวน และ $N_{\text{MSC}} = 10^6$ ตัวอย่าง

ผลลัพธ์ที่ได้จากการออกแบบด้วยกระบวนการของ SS-CLPSO ที่แสดงในตารางที่ 6 ได้มีการเปรียบเทียบผลลัพธ์กับเกณฑ์มาตรฐานของอัลกอริทึมอื่นๆ ซึ่งปรากฏว่าได้ผลลัพธ์ที่ดีในกรณีศึกษา นี้ เมื่อมีการเปรียบเทียบกับ การออกแบบด้วยอัลกอริทึมต่างๆ ในการปัญหาที่เหมาะสมที่สุดสำหรับ ปัญหา RBDO เพื่อให้เห็นประสิทธิภาพของผลลัพธ์ของ SS-CLPSO ที่เสนอคำนวณการออกแบบที่ เหมาะสมที่สุดของ $C(s) = 61.055 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ที่ให้ค่าต่ำสุดกว่าค่าที่รายงานทั้งหมดคือ $62.367 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ใน FEA-FORM, $63.649 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ใน RSM2-FORM-MCS, $62.347 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ใน PSA-ISAP, $61.482 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ใน MGP-SA และ $61.293 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ใน GPR-CLPSO ไม่ได้มีเพียงเท่านั้น ยังมีค่าประมาณของความน่าจะเป็นของความล้มเหลว P_f (โดยใช้แบบจำลองมอดิคาร์โล ด้วย $N_{MSC} = 10^6$ ตัวอย่าง) ที่เข้าใจความน่าจะเป็นของความล้มเหลวที่กำหนด P_d โดยได้ $P_f = 6.11 \times 10^{-3}$, ค่าความคาดเคลื่อน $\epsilon = 1.61\%$ ที่ให้ค่าใกล้เคียง P_d มากที่สุดกว่าค่าที่รายงานทั้งหมดคือ 3.59×10^{-3} ($\epsilon = 42.2\%$) ใน FEA-FORM, 5.86×10^{-3} ($\epsilon = 5.64\%$) ใน RSM2-FORM-MCS, 5.72×10^{-3} ($\epsilon = 7.89\%$) ใน PSA-ISAP, 5.25×10^{-3} ($\epsilon = 15.46\%$) ใน MGP-SA และ 5.22×10^{-3} ($\epsilon = 15.94\%$) ใน GPR-CLPSO

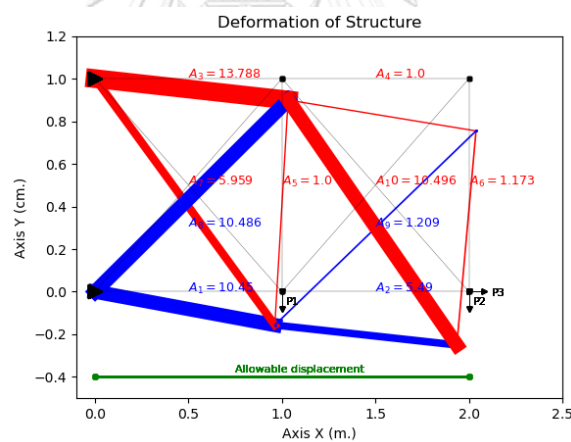


Figure 35 พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนที่ออกแบบอย่างเหมาะสม โดยที่แถบสีน้ำเงิน สีแดง คือกำลังกด และกำลังดึง ตามลำดับ(ตัวอย่างที่1)

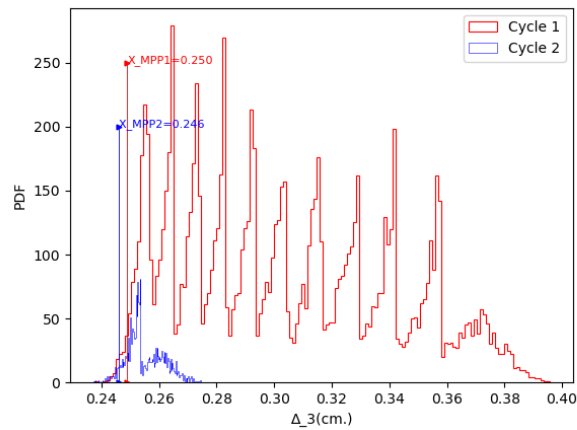


Figure 36 กลุ่มตัวอย่างที่สร้างโดยแบบจำลองเซตย่อย โดยที่กลุ่มตัวอย่างการกระจายสีแดงคือ MCMC ที่สร้างขึ้นตามระดับเงื่อนไขที่กำหนดแล้วสุ่มเข้าหา P_u และเส้นสีแดงเป็นจุดที่น่าจะเป็นไปได้มากที่สุด (MPP) ในภายใต้ฟังก์ชันที่กำหนด (ตัวอย่างที่ 1)

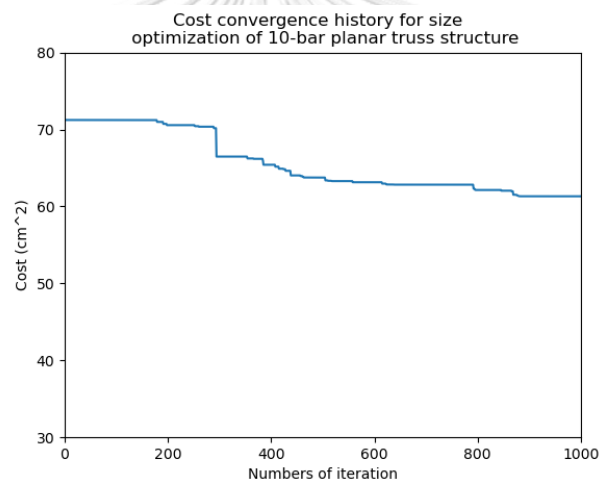


Figure 37 การสุ่มเข้าหาคำตอบโดยวิธี CLPSO (ตัวอย่างที่ 1)

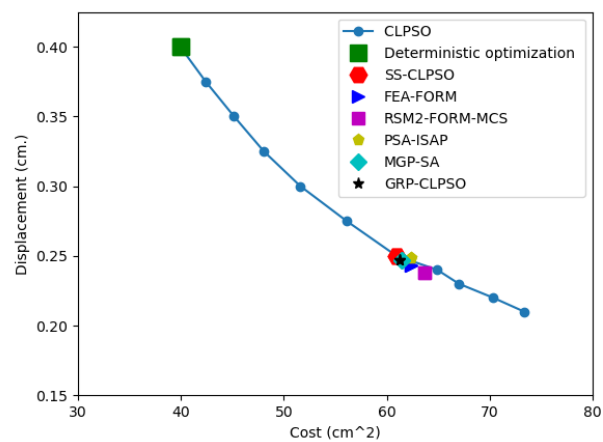


Figure 38 เปรียบเทียบค่าตอบของแต่ละวิธีด้วยความสัมพันธ์ของระยะกระจัดกับค่าต่ำสุดของฟังก์ชันประสิทธิผล(ตัวอย่างที่1)

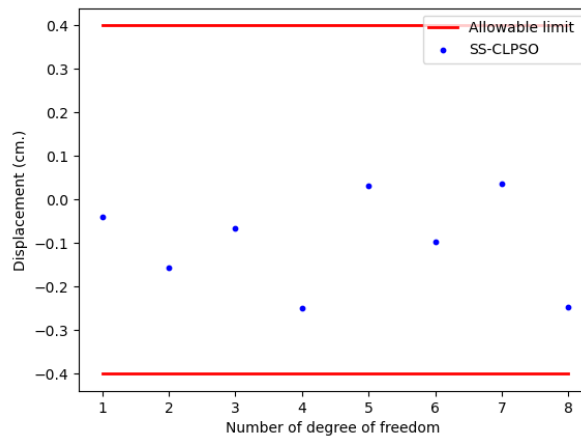


Figure 39 ผลที่ได้ของระยะการกระจัดที่เคลื่อนที่ได้เสรีโดยวิธี SS-CLPSO (ตัวอย่างที่1)

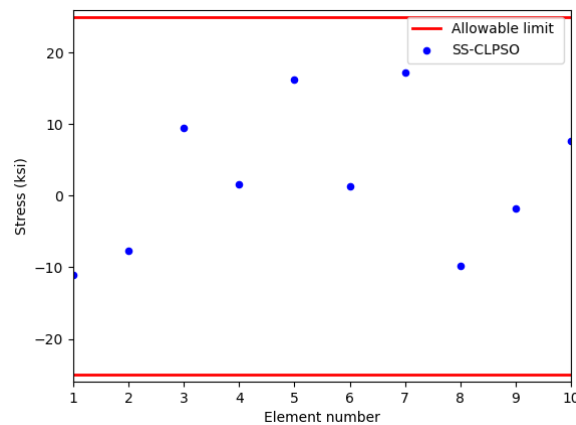


Figure 40 ผลที่ได้ของความเค้นในแต่ละชิ้นส่วนโดยวิธี SS-CLPSO (ตัวอย่างที่1)

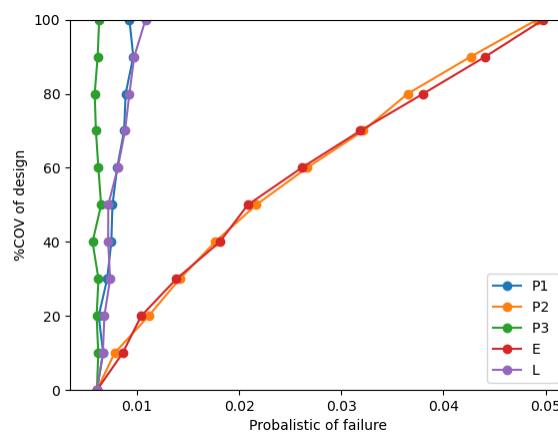


Figure 41 เพื่อพิจารณาพารามิเตอร์ที่ส่งผลต่อการเกิดความล้มเหลวของโครงสร้างโดยเลือกใช้ค่าที่ออกแบบด้วยวิธี SS-CLPSO แล้วเพิ่มค่า COV (10%, ...,100%) ในแต่ละพารามิเตอร์(ตัวอย่างที่1)

5.2. ผลที่ได้จากการวิจัยของตัวอย่างที่ 2

Table 7 การเปรียบเทียบผลการเพิ่มประสิทธิภาพสำหรับวิธีการวิเคราะห์ต่างๆของตัวอย่างที่2

Design variables	CLPSO		SS-CLPSO	SS-CLPSO
		GPR-CLPSO	Ai+N (0,10%)	Ai+N (0,5%)
A1(in ²)	2.08519	2.6970	2.5586	2.2139
A2(in ²)	14.75296	19.3750	18.5975	16.5235
A3(in ²)	6.29128	6.3550	6.3664	6.9478
A4(in ²)	2.27722	2.9915	2.9907	3.0229
A5(in ²)	8.89438	11.9040	12.3152	12.6725
A6(in ²)	3.00571	4.10752	4.8070	4.7282
A7(in ²)	2.81221	2.5575	2.5450	2.6886
Weight(lbs.)	32,490.70	39,647.93	39,859.4	39,526.68
No. of FEA	-	225+15	7,000 samples (4cycle)	7,000 sample (2cycle)
Time[s]	195	2,956	5,655	5,020
P[G(s,x) ≤0.1969in]	-	0.00132	0.00108	0.00105
P_f (MCS)	0.502	0.00123	0.00110	0.00124
ϵ (ค่าคาดเคลื่อน)	-	8.82%	18.46%	8.08%

4 รอบ = 7,000^{SS} ตัวอย่าง + 4,000^{CLPSO} วงวน, 2 รอบ = 7,000^{SS} ตัวอย่าง + 2,000^{CLPSO} วงวน และ $N_{MCS} = 10^6$ ตัวอย่าง

ผลลัพธ์ที่ได้จากการออกแบบด้วยกระบวนการของ SS-CLPSO ที่แสดงในตารางที่ 7 ได้มีการเปรียบเทียบผลลัพธ์กับเกณฑ์มาตรฐานของอัลกอริทึมอื่นๆ ซึ่งปรากฏว่าได้ผลลัพธ์ที่ดีในกรณีศึกษาเมื่อมีการเปรียบเทียบกับกระบวนการออกแบบด้วยอัลกอริทึมต่างๆ ในการปัญหาที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหา RBDO เพื่อให้เห็นประสิทธิภาพของผลลัพธ์ของ SS-CLPSO ที่เสนอจำนวนการออกแบบที่เหมาะสมที่สุดของน้ำหนัก Wt(s) 39,526.68 ปอนด์ ที่ให้ค่าต่ำสุดกว่าค่าที่รายงานคือ 39,647.93 ปอนด์ ใน GPR-CLPSO ไม่ได้มีเพียงเท่านั้น ยังมีค่าประมาณของความน่าจะเป็นของความล้มเหลว P_f (

โดยใช้แบบจำลองมอดิคารโล ด้วย $N_{MSC} = 10^6$ ตัวอย่าง) ที่เข้าใจความน่าจะเป็นของความล้มเหลวที่กำหนด P_d โดยได้ $P_f = 1.24 \times 10^{-3}$, ค่าความคาดเคลื่อน $\epsilon = 8.08\%$ ที่ให้ค่าใกล้เคียง P_d มากที่สุดกว่าค่าที่รายงานคือ 1.23×10^{-3} ($\epsilon = 8.82\%$) ใน GPR-CLPSO

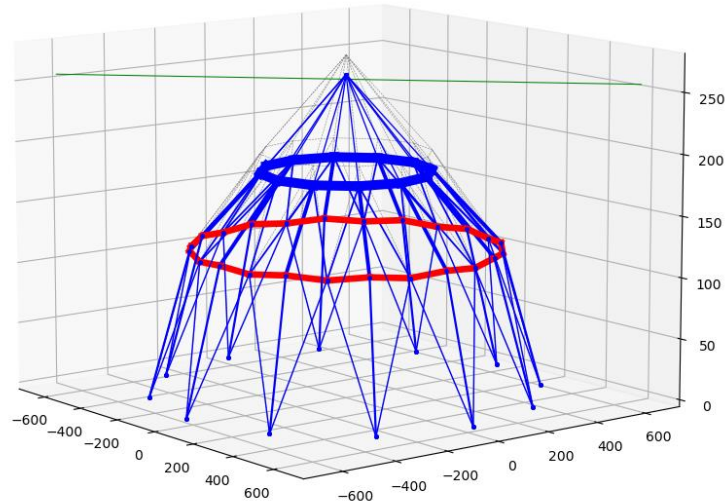


Figure 42 พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนที่ออกแบบอย่างเหมาะสม โดยที่แถบสีน้ำเงิน สีแดง คือกำลังกดและกำลังดึง ตามลำดับและสีเขียวคือระดับการเคลื่อนตัวที่กำหนด(ตัวอย่างที่2)

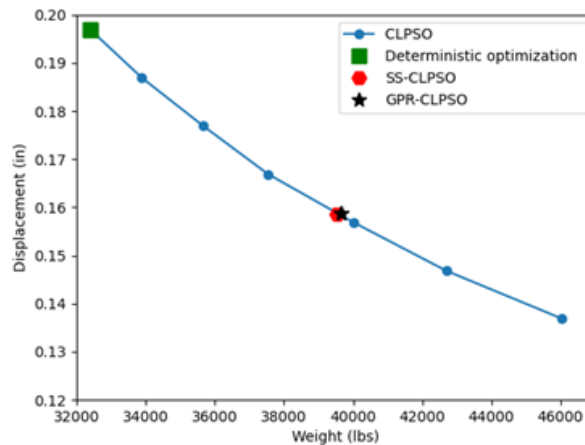


Figure 43 เปรียบเทียบคำตอบของแต่ละวิธีด้วยความสัมพันธ์ของระยะกระจัดกับค่าต่ำสุดของฟังก์ชันประสิทธิผล (ตัวอย่างที่2)

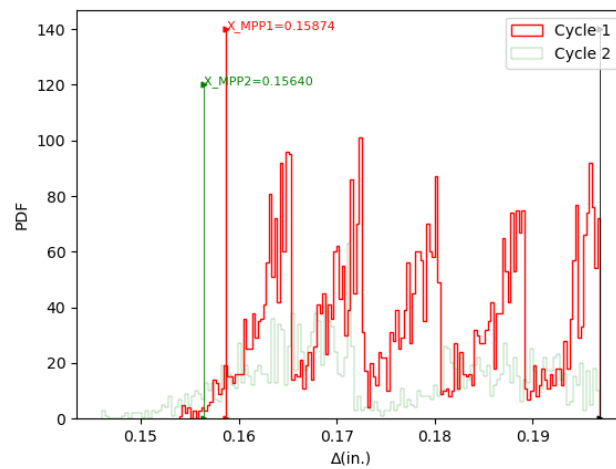


Figure 44 กลุ่มตัวอย่างที่สร้างโดยแบบจำลองเซตย่อย โดยที่กลุ่มตัวอย่างการกระจายสีแดงคือ MCMC ที่สร้างขึ้นตามระดับเงื่อนไขที่กำหนดแล้วลู่อู่เข้าหา P_u และเส้นสีแดงเป็นจุดที่น่าจะเป็นไปได้มากที่สุด (MPP) ในภายใต้ฟังก์ชันที่กำหนด (ตัวอย่างที่ 2)

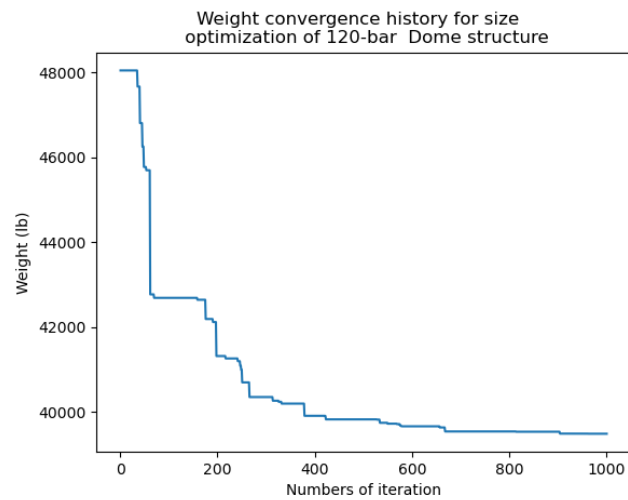


Figure 45 การลู่อู่เข้าหาคำตอบโดยวิธี CLPSO (ตัวอย่างที่ 2)

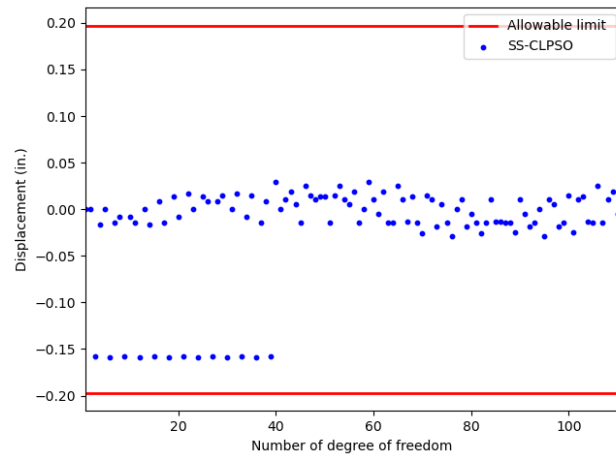


Figure 46 ผลที่ได้ของระยะการกระจัดที่เคลื่อนที่ได้เสรีโดยวิธี SS-CLPSO (ตัวอย่างที่2)

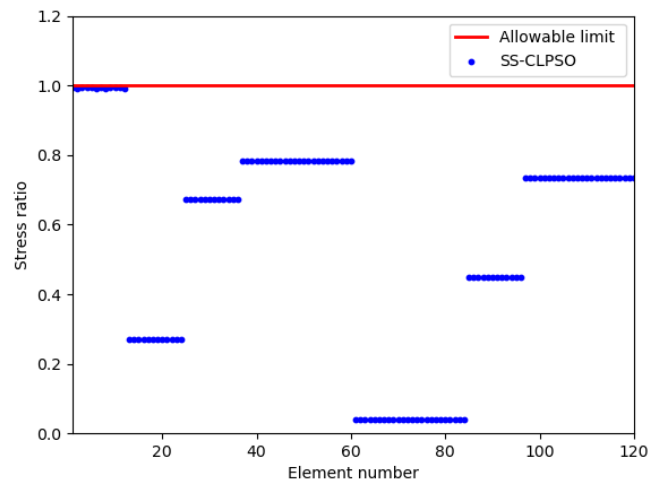


Figure 47 ผลที่ได้ของความเค้นในแต่ละชิ้นส่วนโดยวิธี SS-CLPSO (ตัวอย่างที่2)

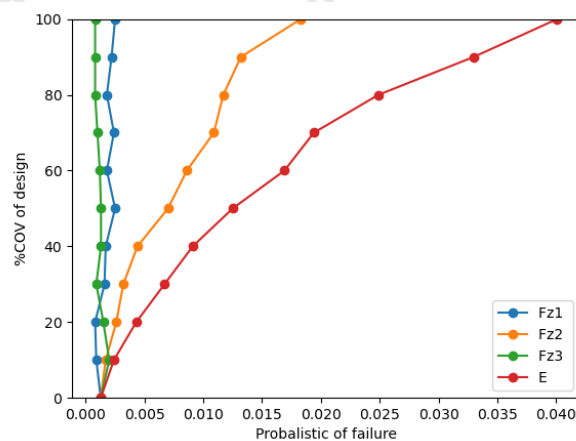


Figure 48 เพื่อพิจารณาพารามิเตอร์ที่ส่งผลต่อการเกิดความล้มเหลวของโครงสร้างโดยเลือกใช้ค่าที่ ออกแบบด้วยวิธี SS-CLPSO แล้วเพิ่มค่า COV (10%, ..., 100%) ในแต่ละพารามิเตอร์(ตัวอย่างที่2)

5.3. ผลที่ได้จากการวิจัยของตัวอย่างที่ 3

Table 8 การเปรียบเทียบผลการเพิ่มประสิทธิภาพสำหรับวิธีการวิเคราะห์ต่างๆของตัวอย่างที่3

Design variables	CLPSO (DO)	GPR-CLPSO	SS-CLPSO, N (0,10%)	SS-CLPSO, N (0,5%)
d1(mm.)	200.19	212.1	245.28	265.62
d2(mm.)	204.17	300	295.10	299.71
d3(mm.)	244.75	300	299.45	299.61
tw1(mm.)	16.01	16	16.00	16.08
tw2(mm.)	16.00	16	16.60	16.04
tw3(mm.)	16.11	16	16.00	16.05
bf1(mm.)	200.01	200	202.77	200.04
bf2 (mm.)	200.00	211	202.40	207.30
bf3 (mm.)	200.25	272	273.61	203.63
tf1 (mm.)	16.00	16	16.06	16.15
tf2 (mm.)	16.01	16	16.28	16.09
tf3(mm.)	16.00	17	17.88	20.30
A1(cm ² .)	90.93	92.82	99.24	102.13
A2(cm ² .)	91.58	110.40	109.48	109.62
A3(cm ² .)	98.35	135.04	140.03	124.24
C(s) (m ²)	0.0281	0.0338	0.0348	0.0336
No. of FE calls for reliability	-	360+15	7,000 samples	8,000 samples
Computational time [s]	1,700	7,216	12,320	12,650
P[G(s, x) ≤ 0]	-	9 × 10 ⁻⁴	4 × 10 ⁻⁴	12.5×10 ⁻⁴
Pf (MCS) (No. of Samples×10 ⁵)	0.5135	11.7 × 10 ⁻⁴	5.4 × 10 ⁻⁴	13.0×10 ⁻⁴
E (ค่าคาดเคลื่อน)	-	13.27%	59.97%	3.63%

4 รอบ = 7,000^{SS} ตัวอย่าง + 4,000^{CLPSO} วงวน, 3 รอบ = 8,000^{SS} ตัวอย่าง + 3,000^{CLPSO} วงวน และ N_{MCS} = 10⁵ ตัวอย่าง

ผลลัพธ์ที่ได้จากการออกแบบด้วยกระบวนการของ SS-CLPSO ที่แสดงในตารางที่ 8 ได้มีการเปรียบเทียบผลลัพธ์กับเกณฑ์มาตรฐานของอัลกอริทึมอื่นๆ ซึ่งปรากฏว่าได้ผลลัพธ์ที่ดีในกรณีศึกษา นี้ เมื่อมีการเปรียบเทียบกับกระบวนการออกแบบด้วยอัลกอริทึมอื่น ในการปัญหาที่เหมาะสมที่สุดสำหรับ ปัญหา RBDO เพื่อให้เห็นประสิทธิภาพของผลลัพธ์ของ SS-CLPSO ที่เสนอจำนวนการออกแบบที่

เหมาะสมที่สุดของ $C(s) = 0.0336 \text{ m}^2$ ที่ให้ค่าต่ำสุดกว่าค่าที่รายงานคือ 0.0338 m^2 ใน GPR-CLPSO ไม่ได้มีเพียงเท่านั้น ยังมีค่าประมาณของความน่าจะเป็นของความล้มเหลว P_f (โดยใช้แบบจำลองมอดิคาร์โล ด้วย $N_{MSC} = 10^5$ ตัวอย่าง) ที่เข้าใกล้ความน่าจะเป็นของความล้มเหลวที่กำหนด P_d โดยได้ $P_f = 13.0 \times 10^{-3}$, ค่าความคาดเคลื่อน $\epsilon = 3.63\%$ ที่ให้ค่าใกล้เคียง P_d มากที่สุดกว่าค่าที่รายงานคือ 11.7×10^{-3} ($\epsilon = 13.27\%$) ใน GPR-CLPSO

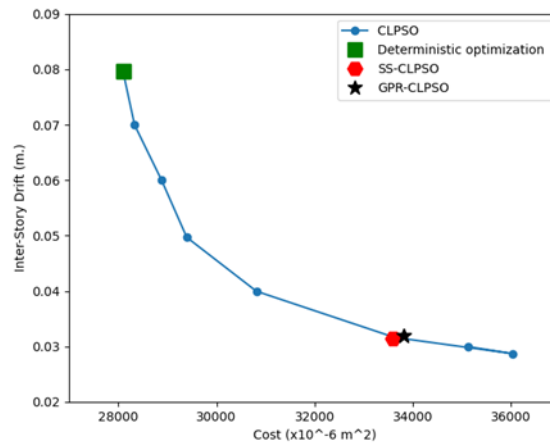


Figure 49 เปรียบเทียบคำตอบของแต่ละวิธีด้วยความสัมพันธ์ของระยะกระจัดกับค่าต่ำสุดของฟังก์ชันประสิทธิภาพ (ตัวอย่างที่ 3)

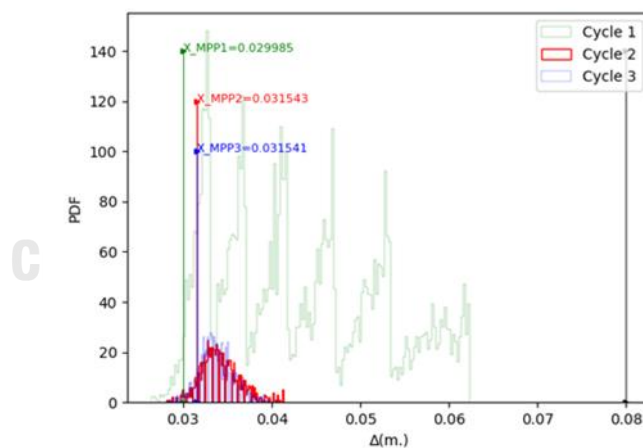


Figure 50 กลุ่มตัวอย่างที่สร้างโดยแบบจำลองเซตย่อย โดยที่กลุ่มตัวอย่างการกระจายสีแดงคือ MCMC ที่สร้างขึ้นตามระดับเงื่อนไขที่กำหนดแล้วลู่ออกหา P_d และเส้นสีแดงเป็นจุดที่น่าจะเป็นไปได้มากที่สุด (MPP) ในภายใต้ฟังก์ชันที่กำหนด (ตัวอย่างที่ 3)

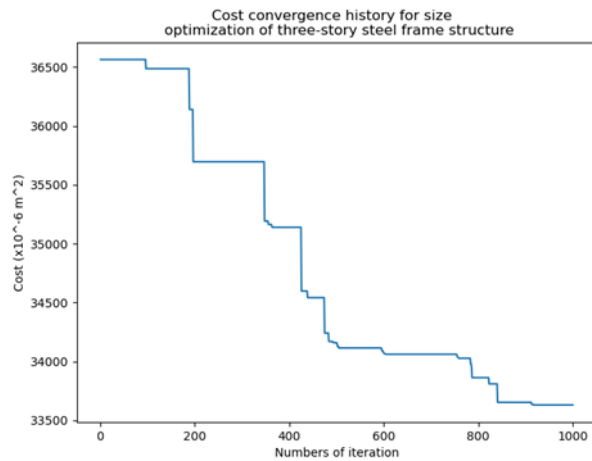


Figure 51 การหาค่าต่ำสุดโดยวิธี CLPSO (ตัวอย่างที่3)

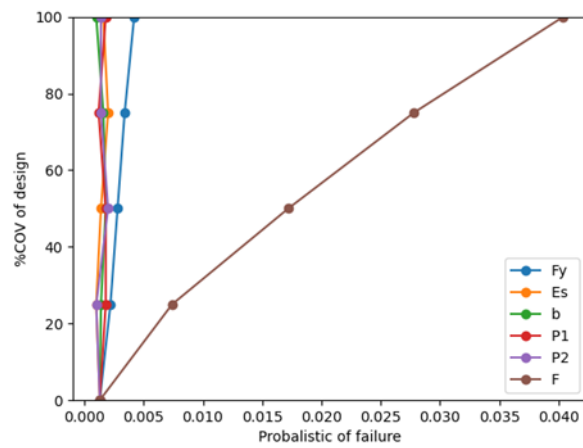


Figure 52 เพื่อพิจารณาพารามิเตอร์ที่ส่งผลต่อการเกิดความล้มเหลวของโครงสร้างโดยเลือกใช้ค่าที่ ออกแบบด้วยวิธี SS-CLPSO แล้วเพิ่มค่า COV (10%, ..., 100%) ในแต่ละพารามิเตอร์(ตัวอย่างที่3)

5.4. สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

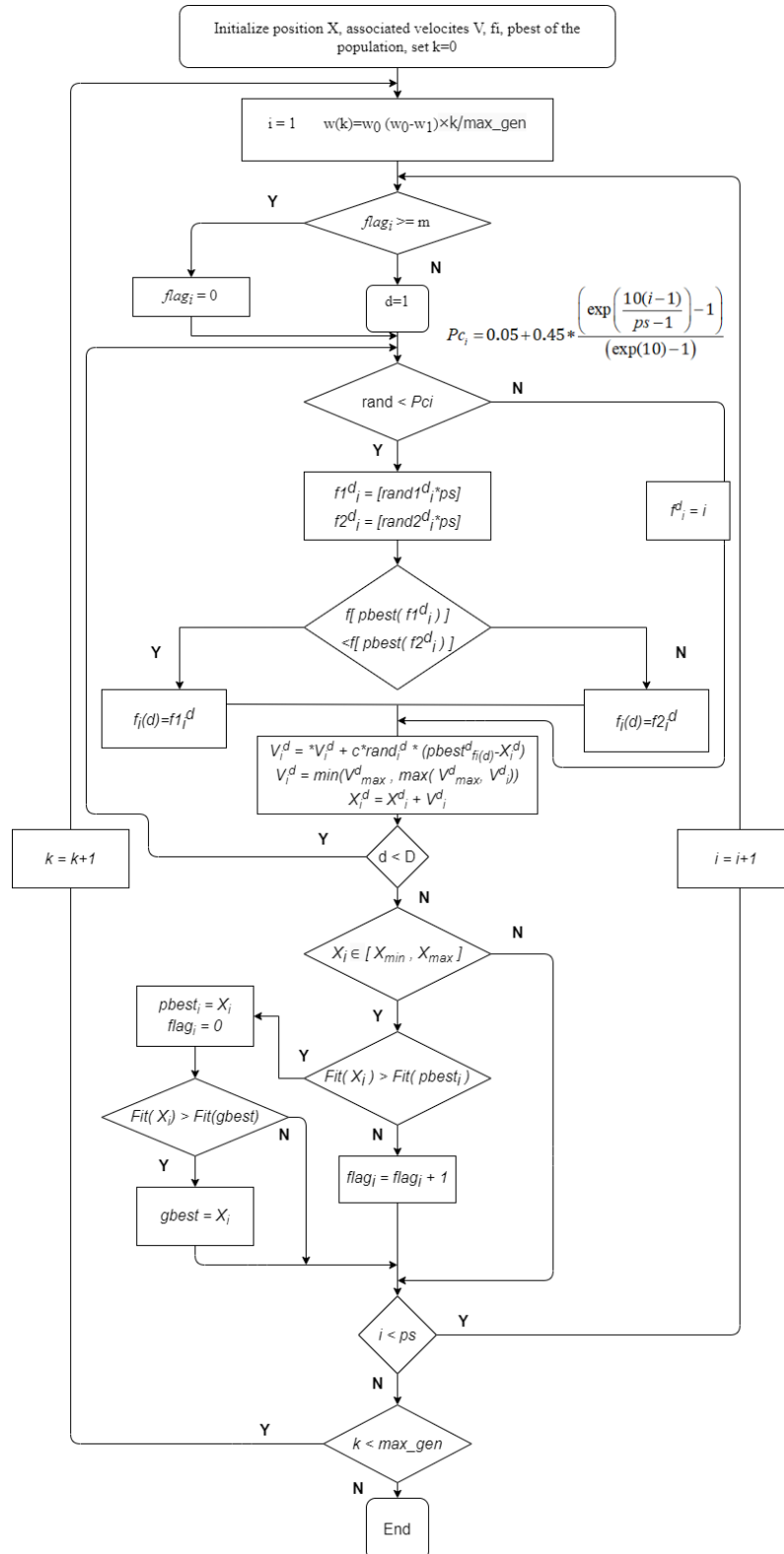
อัลกอริทึม SS-CLPSO แบบรวมวงวนสองส่วนเป็นวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา RBDO เป็นไปตามขั้นตอนของการทำงานร่วมกันระหว่าง CLPSO (การออกแบบขนาดพื้นที่หน้าตัดชิ้นส่วนของโครงสร้าง) และ SS (การประมาณความน่าจะเป็นของความล้มเหลวอย่างมีประสิทธิภาพ) ในตัวอย่างที่ 1 กับ 2 เป็นการออกแบบโครงหลักข้อหมุนของเหล็ก ตัวอย่างสุดท้ายการออกแบบโครงสร้างเฟรม 3 ชั้น 3 แถวของเหล็กและการเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับอัลกอริทึมอื่นๆ แสดงให้เห็นถึงความเสถียรภาพและความถูกต้องของแนวทางการแก้ปัญหา RBDO ในกรณีศึกษาที่นอกไปจากนี้ยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาโครงสร้างอาคารที่มีความซับซ้อนมากขึ้น เช่น การวิเคราะห์ของพลวัตศาสตร์ การเพิ่มประสิทธิภาพโทโพโลยี เป็นต้น

ข้อเสนอแนะ

1. ในกรณีของข้อกำหนดการออกแบบโดยมีค่า $\beta=2.5$ กับ $\beta=3.0$ แนะนำให้ใช้ค่าการกระจายตัวของกลุ่มตัวอย่างในอัลกอริทึม SS เป็น 5% ของค่ากลางในช่วงขอบเขตตัวแปรที่ต้องการออกแบบ
2. ถ้าเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณ Deterministic optimization (DO) กับ Reliability-based design optimization (RBDO) มีความแตกต่างหลายเท่าตัวมากขึ้นอยู่กับจำนวนชิ้นส่วนของโครงสร้าง, เงื่อนไขที่พิจารณาต่างๆ ดังนั้นควรเลือกใช้ CPU ที่มีประสิทธิภาพสูง
3. งานวิจัยนี้วิเคราะห์ปัญหา RBDO ในระดับความไม่แน่นอน ซึ่งมีการใช้กลุ่มตัวอย่างเยอะพอสมควรในการหาค่า XMPP โดยการศึกษาในระดับ Machine Learning จะสามารถลดกลุ่มตัวอย่างและลดเวลาในการคำนวณลงได้

ภาคผนวก ก

ขั้นตอนการวิเคราะห์และออกแบบของอัลกอริทึม CLPSO



ps คือ ขนาดประชากร

max_gen คือการกำหนดวงวนสูงสุด

K คือการเริ่มวงวนจาก 1 ถึง max_gen

i คือ ฟังก์ชันโดยมี id กำกับตั้งแต่ 1 ถึง ps

D คือจำนวนมิติ

X_i^d คือ ฟังก์ชันตาม i^{th} ที่มีขอบเขต d^{th}

W คือค่าถ่วงน้ำหนักแบบเฉื่อย ($w_0=0.9, w_1=0.4$)

$c=1.49445$

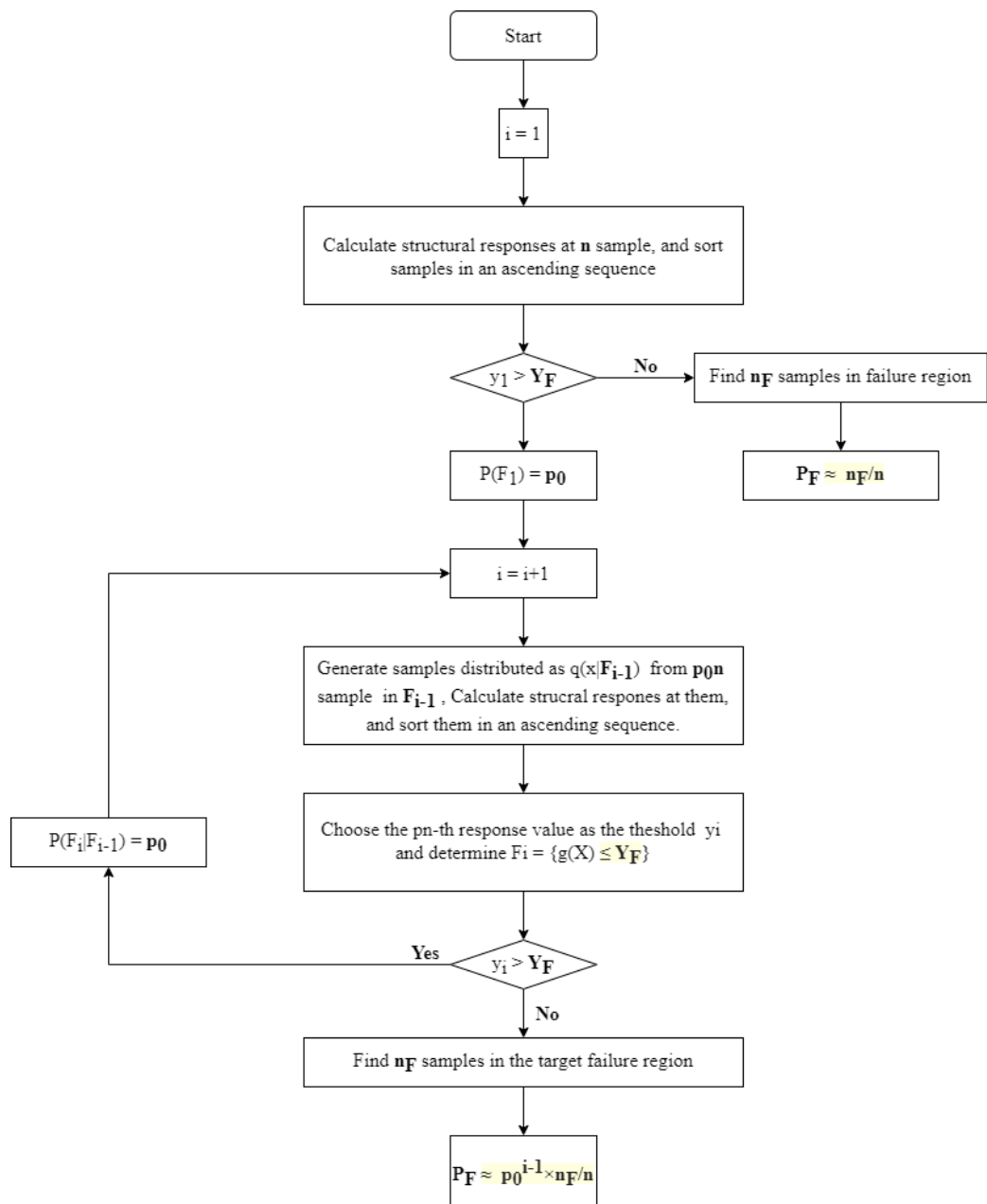
m คือการปรับปรุงช่องว่างให้ดีขึ้น (refreshing gap)

$flag_i$ คือ จำนวนวงวนของฟังก์ชันตาม i^{th} ที่ไม่สามารถเป็น $pbest$ ได้



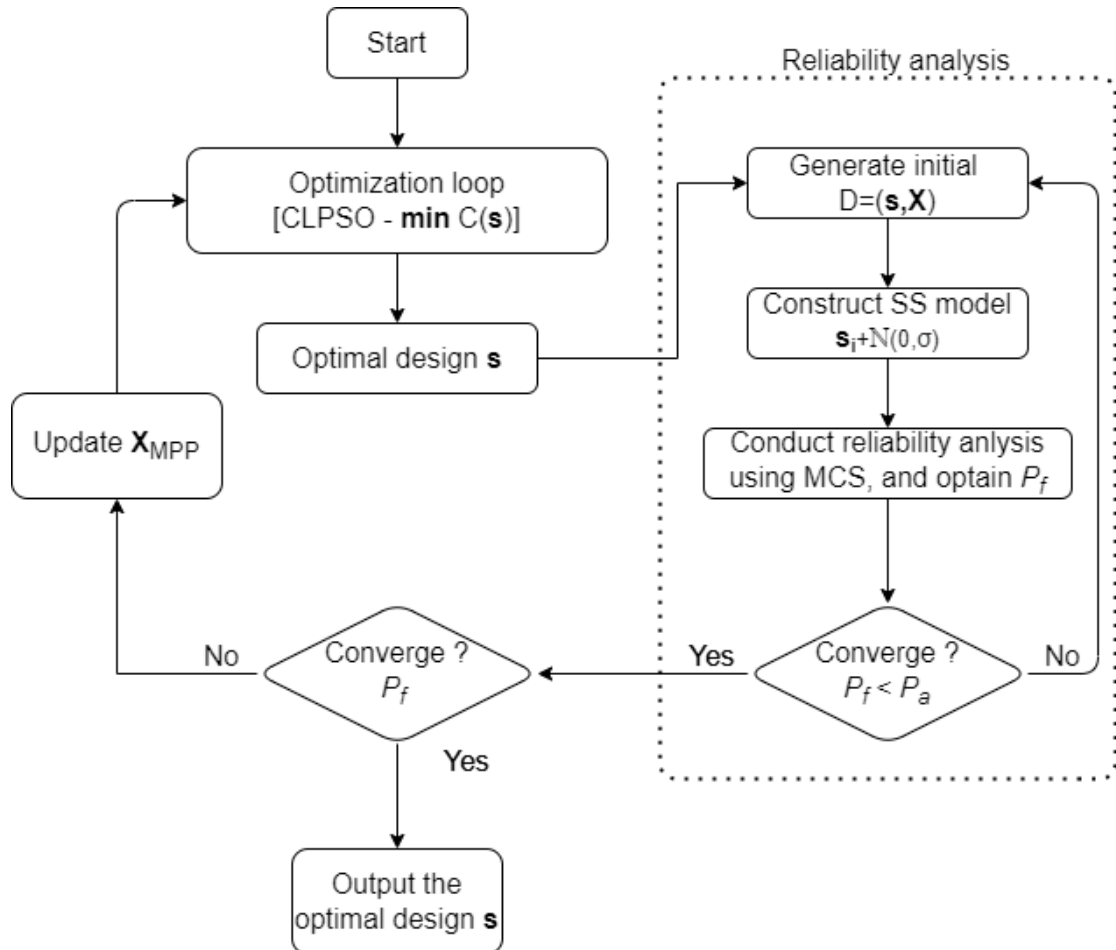
ภาคผนวก ข

ขั้นตอนการวิเคราะห์และออกแบบของแบบจำลองเซตย่อยต้นฉบับ



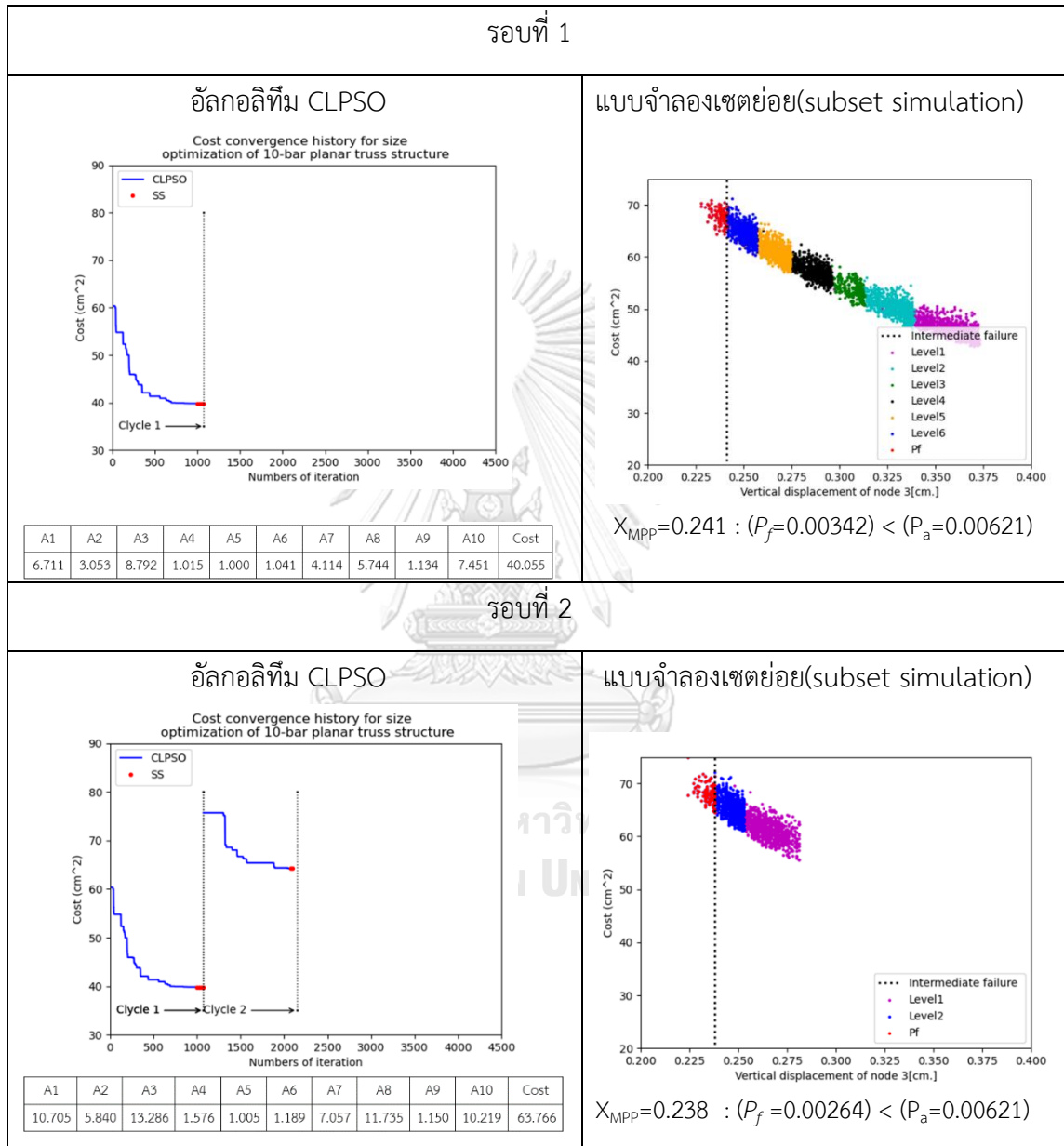
ภาคผนวก ค

ขั้นตอนการวิเคราะห์และออกแบบของ SS-CLPSO



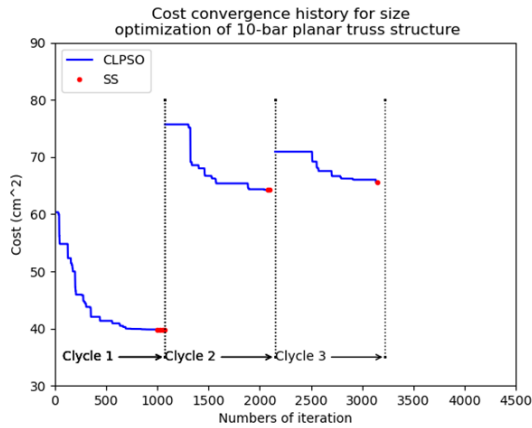
ภาคผนวก ง

ยกตัวอย่างของตัวอย่างที่1 การประมาณผลที่ละขั้นตอน



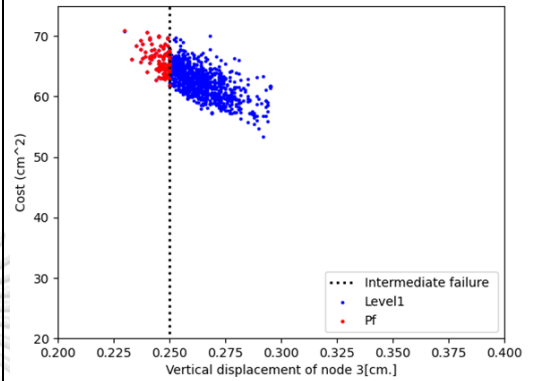
รอบที่ 3

อัลกอริทึม CLPSO



A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	Cost
9.076	6.433	13.535	1.004	1.005	1.059	6.763	11.610	1.000	13.022	64.512

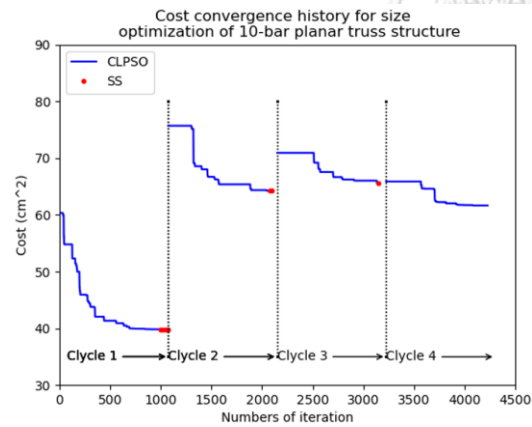
แบบจำลองเซตย่อย(subset simulation)



$X_{MPP}=0.250 : (P_f=0.00607) < (P_a=0.00621)$

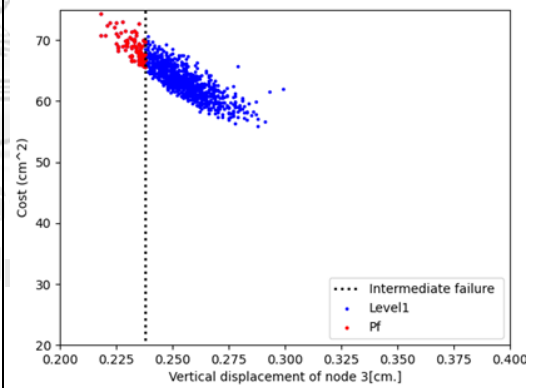
รอบที่ 4

อัลกอริทึม CLPSO



A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	Cost
9.924	5.750	13.845	1.082	1.030	1.006	5.913	11.165	1.042	10.186	60.943

แบบจำลองเซตย่อย(subset simulation)



$X_{MPP}=0.239 : (P_f=0.00298) < (P_a=0.00621)$ หยุด

ภาคผนวก จ

โครงสร้างข้อหมุน 120 ชิ้นส่วน: ข้อมูลองค์ประกอบของโครงสร้างและพิกัดตำแหน่งของข้อต่อ

Elem. No.	Nodes		Elem. No.	Nodes		Elem. No.	Nodes	
	1 st	2 nd		1 st	2 nd		1 st	2 nd
1	1	2	21	10	11	41	4	19
2	1	3	22	11	12	42	19	5
3	1	4	23	12	13	43	5	21
4	1	5	24	13	2	44	21	6
5	1	6	25	2	14	45	6	23
6	1	7	26	3	16	46	23	7
7	1	8	27	4	18	47	7	25
8	1	9	28	5	20	48	25	8
9	1	10	29	6	22	49	8	27
10	1	11	30	7	24	50	27	9
11	1	12	31	8	26	51	9	29
12	1	13	32	9	28	52	29	10
13	2	3	33	10	30	53	10	31
14	3	4	34	11	32	54	31	11
15	4	5	35	12	34	55	11	33
16	5	6	36	13	36	56	33	12
17	6	7	37	2	15	57	12	35
18	7	8	38	15	3	58	35	13
19	8	9	39	3	17	59	13	37
20	9	10	40	17	4	60	37	2

Elem. No.	Nodes		Elem. No.	Nodes		Elem. No.	Nodes	
	1 st	2 nd		1 st	2 nd		1 st	2 nd
61	14	15	81	34	35	101	40	19
62	15	16	82	35	36	102	19	41
63	16	17	83	36	37	103	41	21
64	17	18	84	37	14	104	21	42
65	18	19	85	14	38	105	42	23
66	19	20	86	16	39	106	23	43
67	20	21	87	18	40	107	43	25
68	21	22	88	20	41	108	25	44
69	22	23	89	22	42	109	44	27
70	23	24	90	24	43	110	27	45
71	24	25	91	26	44	111	45	29
72	25	26	92	28	45	112	29	46
73	26	27	93	30	46	113	46	31
74	27	28	94	32	47	114	31	47
75	28	29	95	34	48	115	47	33
76	29	30	96	36	49	116	33	48
77	30	31	97	38	15	117	48	35
78	31	32	98	15	39	118	35	49
79	32	33	99	39	17	119	49	37
80	33	34	100	17	40	120	37	38

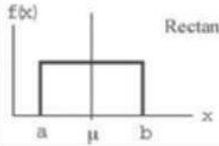
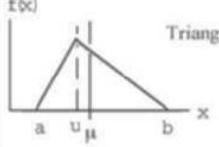
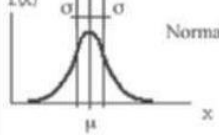
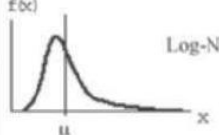
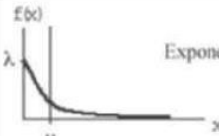
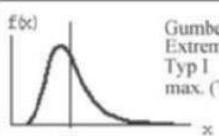
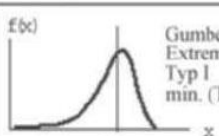
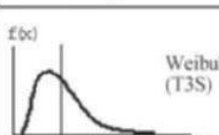
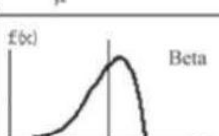
Node	X-axis(in.)	Y-axis(in.)	Z-axis(in.)	Node	X-axis(in.)	Y-axis(in.)	Z-axis(in.)
1	0	0	275.59	26	-492.12	0	118.11
2	273.26	0	196.85	27	-475.351	-127.37	118.11
3	236.65	136.63	196.85	28	-426.118	-246.06	118.11
4	136.63	236.65	196.85	29	-347.981	-347.981	118.11
5	0	273.26	196.85	30	-246.06	-426.188	118.11
6	-136.63	236.65	196.85	31	-127.37	-475.351	118.11
7	-236.65	136.63	196.85	32	0	-492.12	118.11
8	-273.26	0	196.85	33	127.37	-475.351	118.11
9	-236.65	-136.63	196.85	34	246.06	-426.188	118.11
10	-136.63	-236.65	196.85	35	347.981	-347.981	118.11
11	0	-273.26	196.85	36	426.118	-246.06	118.11
12	136.63	-236.65	196.85	37	475.351	-127.37	118.11
13	236.65	-136.63	196.85	38	625.59	0	0
14	492.12	0	118.11	39	541.77	312.795	0
15	475.351	127.37	118.11	40	312.795	541.77	0
16	426.118	246.06	118.11	41	0	625.59	0
17	347.981	347.981	118.11	42	-312.795	541.77	0
18	246.06	426.188	118.11	43	-541.77	312.795	0
19	127.37	475.351	118.11	44	-625.59	0	0
20	0	492.12	118.11	45	-541.77	-312.795	0
21	-127.37	475.351	118.11	46	-312.795	-541.77	0
22	-246.06	426.188	118.11	47	0	-625.59	0
23	-347.981	347.981	118.11	48	312.795	-541.777	0
24	-426.118	246.06	118.11	49	541.77	-312.795	0
25	-475.351	127.37	118.11	-	-	-	-

โครงสร้างเฟรม 3 ชั้น 3 แถว: ข้อมูลองค์ประกอบของโครงสร้างและพิกัดตำแหน่งของข้อต่อ

Elem. No.	Nodes		Elem. No.	Nodes		Elem. No.	Nodes	
	1 st	2 nd		1 st	2 nd		1 st	2 nd
1	1	2	8	14	15	15	10	14
2	5	6	9	3	4	16	3	7
3	9	10	10	7	8	17	7	11
4	13	14	11	11	12	18	11	15
5	2	3	12	15	16	19	4	8
6	6	7	13	2	6	20	8	12
7	10	11	14	6	10	21	12	16

Node	X-axis(m.)	Y-axis(m.)	Node	X-axis(m.)	Y-axis(m.)
1	0	0	9	10	0
2	0	4	10	10	4
3	0	8	11	10	8
4	0	12	12	10	12
5	5	0	13	15	0
6	5	4	14	15	4
7	5	8	15	15	8
8	5	12	16	15	12

ภาคผนวก ฉ
รูปแบบการแจกแจงความน่าจะเป็น

 <p style="text-align: center;">Rectangular</p>	$-\infty < a < b < +\infty$ $\mu = \frac{a+b}{2}$ $\sigma = \frac{b-a}{\sqrt{12}}$	$a \leq x \leq b$ $f(x) = \frac{1}{b-a}$ $F(x) = \frac{x-a}{b-a}$
 <p style="text-align: center;">Triangular</p>	$-\infty < a < b < +\infty$ $\mu = \frac{1}{3}(a+b+u)$ $\sigma = \sqrt{\frac{1}{18}(a^2+b^2+u^2-ab-au-bu)}$	$a \leq x \leq u$ $u \leq x \leq b$ $f(x) = \frac{2}{b-a} \frac{(x-a)}{u-a}$ $f(x) = \frac{2}{b-a} \frac{(b-x)}{b-u}$ $F(x) = \frac{x^2-2ax+a^2}{(b-a)(u-a)}$ $F(x) = 1 - \frac{x^2-2bx+b^2}{(b-a)(b-u)}$
 <p style="text-align: center;">Normal</p>	$-\infty < \mu < +\infty$ $\sigma > 0$ μ σ	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$ $F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dx$
 <p style="text-align: center;">Log-Normal</p>	λ, ζ $\mu = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right)$ $\sigma = \mu \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1}$	\in $f(x) = \frac{1}{\zeta x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right)$ $F(x) = \int_0^x \frac{1}{\zeta x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right) dx$
 <p style="text-align: center;">Exponential</p>	$\lambda > 0$ $\mu = \frac{1}{\lambda}$ $\sigma = \frac{1}{\lambda}$	\in $x \geq 0$ $f(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$ $F(x) = 1 - \exp(-\lambda x)$
 <p style="text-align: center;">Gumbel, Extreme Typ I max. (TIL)</p>	u, α $\gamma = 0.577216$ $\mu = u + \frac{\gamma}{\alpha}$ $\sigma = \frac{\pi}{\alpha\sqrt{6}}$	$f(x) = \alpha \cdot \exp(-\alpha(x-u) - \exp(-\alpha(x-u)))$ $F(x) = \exp(-\exp(-\alpha(x-u)))$
 <p style="text-align: center;">Gumbel, Extreme Typ I min. (TIL)</p>	$\mu = u - \frac{\gamma}{\alpha}$ $\sigma = \frac{\pi}{\alpha\sqrt{6}}$	$f(x) = \alpha \cdot \exp(\alpha(x-u) - \exp(\alpha(x-u)))$ $F(x) = 1 - \exp(-\exp(\alpha(x-u)))$
 <p style="text-align: center;">Weibull (T3S)</p>	$\varepsilon \leq x < +\infty$ $k > 0$ $\mu = \varepsilon + (u-\varepsilon)\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)$ $\sigma^2 = (u-\varepsilon)^2 \left[\Gamma\left(1+\frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{k}\right) \right]$	$f(x) = \frac{k}{u-\varepsilon} \left(\frac{x-\varepsilon}{u-\varepsilon}\right)^{k-1} \cdot \exp\left(-\left(\frac{x-\varepsilon}{u-\varepsilon}\right)^k\right)$ $F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x-\varepsilon}{u-\varepsilon}\right)^k\right)$
 <p style="text-align: center;">Beta</p>	$-\infty < a < b < +\infty$ $r, s \geq 1$ $\mu = a + (b-a) \frac{r}{r+s}$ $\sigma = \frac{b-a}{r+s} \sqrt{\frac{r \cdot s}{r+s+1}}$	$f(x) = \frac{\Gamma(r+s)}{\Gamma(r)\Gamma(s)} \frac{(x-a)^{r-1} (b-x)^{s-1}}{(b-a)^{r+s-1}}$ $F(x) = \frac{\Gamma(r+s)}{\Gamma(r)\Gamma(s)} \int_a^x \frac{(u-a)^{r-1} (b-u)^{s-1}}{(b-a)^{r+s-1}} du$

บรรณานุกรม

Aoues, Y. and A. Chateaneuf (2010). "Benchmark study of numerical methods for reliability-based design optimization." Structural and multidisciplinary optimization **41**(2): 277-294.

Au, S.-K. and J. L. Beck (2001). "Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation." Probabilistic engineering mechanics **16**(4): 263-277.

Au, S. (2005). "Reliability-based design sensitivity by efficient simulation." Computers & Structures **83**(14): 1048-1061.

Do, B., et al. (2021). "Sequential mixture of Gaussian processes and saddlepoint approximation for reliability-based design optimization of structures." Structural and multidisciplinary optimization: 1-24.

Do, B., et al. (2021). "Sequential mixture of Gaussian processes and saddlepoint approximation for reliability-based design optimization of structures." Structural & Multidisciplinary Optimization: 1-24.

Ghasemi, M. R., et al. (2019). "Novel decoupled framework for reliability-based design optimization of structures using a robust shifting technique." Frontiers of Structural and Civil Engineering **13**(4): 800-820.

Haukaas, T. and M. H. Scott (2006). "Shape sensitivities in the reliability analysis of nonlinear frame structures." Computers & Structures **84**(15-16): 964-977.

Ho-Huu, V., et al. (2016). "An effective reliability-based improved constrained differential

evolution for reliability-based design optimization of truss structures." Advances in Engineering Software **92**: 48-56.

Hu, C., et al. (2019). Engineering design under uncertainty and health prognostics, Springer.

Li, H.-S., et al. (2015). "A generalized Subset Simulation approach for estimating small failure probabilities of multiple stochastic responses." Computers & Structures **153**: 239-251.

Liang, J. J., et al. (2006). "Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions." IEEE transactions on evolutionary computation **10**(3): 281-295.

Nikolaidis, E., et al. (2004). Engineering design reliability handbook, CRC press.

Van¹, T. H., et al. (2021). Combined Gaussian process regression model and comprehensive learning particle swarm optimizer in reliability-based structural optimization. The 12th International Conference on Computational Methods (ICCM2021).

Xu, J. and C. Dang (2019). "A new bivariate dimension reduction method for efficient structural reliability analysis." Mechanical Systems and Signal Processing **115**: 281-300.

Zhao, W. and Z. Qiu (2013). "An efficient response surface method and its application to structural reliability and reliability-based optimization." Finite Elements in Analysis and Design **67**: 34-42.

Zhao, W. and Z. Qiu (2013). "An efficient response surface method and its application to structural reliability and reliability-based optimization." Finite Elements in Analysis Design **67**: 34-42.

Zuev, K. (2015). "Subset simulation method for rare event estimation: an introduction." arXiv preprint arXiv:1505.03506.

Zuev, K. and L. Katafygiotis (2009). "Modified Metropolis-Hastings algorithm with Delayed Rejection for High-Dimensional Reliability Analysis."

เทพชาติรี, ท. (1985). ตำราเรื่อง พฤติกรรมและการออกแบบโครงสร้างเหล็ก. กรุงเทพมหานคร, วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์.

ปราโมทย์, เ. and ว. นิพนธ์ (2014). ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ก้าวแรกสู่ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข -- รากของสมการ -- ระบบสมการเชิงเส้น -- การประมาณค่าในช่วงและนอกช่วง -- การถดถอยแบบกำลังสองน้อยสุด -- การหาค่าอินทิกรัลและค่าอนุพันธ์เชิงตัวเลข -- การแก้สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ -- การแก้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย -- ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

สุนิสสา, ท., et al. (2010). การออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับโครงสร้างเหล็กในระนาบโดยวิธีฮิวริสติก.

Summary: งานวิจัยนี้นำเสนอการศึกษาและพัฒนาการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับโครงถักเหล็กกระนาบที่มีพฤติกรรมเชิงเส้น และโครงข้อแข็งเหล็กกระนาบที่มีพฤติกรรมไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต ด้วยวิธีฮิวริสติก โดยคำนึงถึงผลของการโก่งเดาะหลักและการโก่งเดาะเฉพาะท การออกแบบของค้ำอาคารเหล็ก มีทั้งวิธีกำลังที่ยอมให้ (Allowable Strength Design, ASD) และวิธีตัวคูณความต้านทานและน้ำหนักบรรทุก (Load and Resistance Factor Design, LRFD) ตามมาตรฐาน AISC 2005 วัตถุประสงค์ในการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดเพื่อหาปริมาตรรวมขององค์อาคารทั้งโครงสร้างที่น้อยที่สุด และยังสามารถรับน้ำหนักบรรทุกได้

ตามมาตรฐานที่กำหนดไว้ได้อย่างปลอดภัย จากการศึกษาพบว่า วิธีฮิวริสติก สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยคำตอบสุดท้ายได้แก่ค่าที่น้อยที่สุดจากค่าที่ได้จากการคำนวณ 25 ครั้ง ในขณะที่ผลลัพธ์ในแต่ละครั้งของการคำนวณ ได้แก่คำตอบที่มีค่าที่น้อยที่สุดเหมือนกัน 3 ครั้ง หรือคำตอบที่น้อยที่สุดเมื่อการคำนวณทำงานครบ 300 รอบ จากตัวอย่างโครงสร้างเหล็กที่ใช้ในการศึกษา เมื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์กับงานวิจัยที่ผ่านมาในอดีต พบว่าการวิจัยนี้สามารถลดปริมาตรของโครงถักได้ประมาณ 2.58 เปอร์เซ็นต์ และในโครงข้อแข็งเหล็กสองตัวอย่างได้ 3.73 และ 16.38 เปอร์เซ็นต์ตามลำดับ

Summary: The research presents the study and development of an optimum design for planar steel trusses with linear analysis and rigid frames with geometric nonlinear analysis by the heuristic method. Primary buckling and local buckling of members are considered in the design. The design criteria followed the AISC 2005 specifications using both the Allowable Strength Design (ASD) and the Load and Resistance Design (LRFD) Method. The proposed algorithm will select a possible minimum volume of the given plane steel structure and at the same time can safely carry all given loads. The study found that the heuristic method can be effectively applied to obtain an optimum design for planar steel trusses and rigid frames. In the algorithm, the final result will be the minimum value among 3 solutions from 25 calculations. Solution of each calculation, on the other hand, is either the one having value repeated itself three times or the minimum value from the solutions obtained after 300 iterations. Results from the selected steel structures compared to those studied by past researchers show that the proposed method yields 2.58 percent less volume for the truss. For other two samples of steel portal frames the method gives 3.73 and 16.38 percent less volume, respectively.

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	อาณัติ สุธา
วัน เดือน ปี เกิด	09 ตุลาคม 2536
สถานที่เกิด	สุราษฎร์ธานี
วุฒิการศึกษา	สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาสิ่งแวดลอม และภาควิชา สาขาโยธา จากมหาวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2556 และ 2562 ตามลำดับ



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY